

رسالہ مساحت

مولفہ

ٹاؤنٹر صاحب ایم اے ایف آر ایس
بندیوں کے لئے عمدہ بہت سی مثالوں کے

جسکو

منشی محمد ذکاء اللہ صاحب و فیصلہ دہنی کیو لرس انیل ایڈیٹر پریس سنٹرل کالج

الہ آباد

نے

اردو میں ترجمہ کیا

ساتویں دفعہ صحیح اور درست ہو کر

۱۸۷۷ء میں

مقام دہلی مطبع مرقصوی میں باہتمام محمد غریب الدین مبلوع ہوا

اس کتاب کی جڑبٹری حسب ضابطہ ہوئی ہے کوئی چھاپ نہیں سکتا

اشتبہا رکت جدید علم حساب

یہ اس سال میں کتب مفصلہ لیل علم حساب میں ترسیم اور تالیف کیں گے۔
 منتہی الحساب حصہ دوم میں فقط عبارتی سوالات اور مسئلے محل انتخاب کے
 منتہی الحساب حصہ سوم کے بھی عبارتی سوالات کا انتخاب کیا ہے
 ضمیمہ اول منتہی الحساب حصہ سوم میں برنارڈ اسمتھ کے کاغذات امتحان {
 علم حساب کا ترجمہ قواعد اعمال صحاح تنک
 ایضاً ضمیمہ دوم سوارا اعتیار تک
 ایضاً ضمیمہ دوم سوارا اعتیار تک
 ایضاً چہارم عام سوالات
 ضمیمہ منتہی الحساب حصہ دوم میں سوالات شتی برنارڈ اسمتھ کا {
 ترجمہ مع شرح دفعہ ۱۴۱ اس حساب برنارڈ اسمتھ تک ہے
 ایضاً حصہ دوم اخیر دفعات تک کے سوال ہیں
 یہ سب اور پر کی کتاب میں سوارا اخیر کتاب کے چھپ چکی ہیں اور باقی تمام تصنیفات برنارڈ اسمتھ کے عام حساب میں
 معرض الطباع میں ہیں فقط
 ذکا دہد پروفیسر سیکر کالج الہ آباد

فہرست کتب جو موجود ہیں
 جنوری ۱۸۸۷ء سے جو نقص ۵ روپیہ کی نقد کتابیں خریدی گئیں اور فی روپیہ کمیشن اور جو ۵ روپیہ سے
 ۵ روپیہ تک نقد کتابیں مول لی گئیں اور فی روپیہ کمیشن اور جو ۱۰ روپیہ سے ۱۹ روپیہ تک خریدی گئیں اور
 روپیہ کمیشن دیا گیا اور ۱۹ روپیہ سے زیادہ مول لی گئیں اور ۲۰ روپیہ سے زیادہ کمیشن ہے۔
 معجز خریداروں کے واسطے اس روپیہ میں ایک مہینہ کے لئے مہلت ہے لیکن مباد معجز جو روپیہ نہ دینگے
 جس کی کو خریداری منظور ہو وہ میرے پاس درخواست الہ آباد میں بھیجے فقط ذکا دہد پروفیسر سیکر کالج الہ آباد

علم حساب

نمبر شمار	نام کتاب	قیمت	محصول
۱	برنارڈ اسمتھ کا علم حساب	۱۲	۱۰
۲	شرح ایضاً کلان القطع پر	۶	۱۰
۳	چوتھی قطع پر	۴	۱۰
۴	برنارڈ اسمتھ مع شرح	۷	۲
۵	منتہی الحساب حصہ اول	۸	۱
۶	انتخاب ایضاً حصہ دوم	۲	۱۰

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

رُڈکی کالج کا حال سب کو معلوم کر کہ وہاں کے امتحان کے واسطے علم مساحت کی سافری
 علم کی بغیر نہ جاتا تو وہاں کوئی کسی طالب علم کو نہیں پوچھتا اور اسکی بدولت ہمارا اہل وطن
 کی کسی دولت کماتے ہیں ہر سال کتنو طالب علم قصبائی دہائی تحصیل حلقہ ہندی درسون روڈ کا
 پاتے ہیں انکے واسطے ایک ایسی کتاب کا ترجمہ ہونا چاہیے کہ جناب کوڈ مسٹر صاحب کی کتاب پر
 ضرورت حال سے مینے اسکا ترجمہ کیا وہ ہندی کی واسطے ایک کتاب ساری کتاب میں کوئی بات
 ایسی نہیں کہ اس میں ہندی اور چھین فقط علم حساب کا جانا اس کتاب کے پرچہ کوڑے ضروری ہے
 مضامین چھوٹے چھوٹے بلو نہیں تقسیم ہیں ہر باب کے اخیر میں اسی باب کی مثالیں لکھی ہوئی ہیں اور
 مسئلہ متفرقہ میں اس مثالیں ایک قسم کی آئی ہیں اکثر اومین سے جناب ممدوح ہی تصنیف
 کیں ہیں اور بعض کاغذات امتحان کو منتخب ہوئیں ہیں علم مساحت کے قاعدے اور بارہ سو
 مثالیں اس میں موجود ہیں غرض یہ کتاب ایسی ہے کہ اگر اسکو علم حساب پڑھ کر کوئی طالب علم
 پڑھے تو کہیں نہیں رُکے اس علم کا لطف اسی کتاب کے پڑھنے سے آتا ہے اس مثال حساب
 طالب علم دیکھتا ہے کہ وہ مساحت میں کسی اور پر ایہ میں حل ہوتے ہیں حساب کے مکعب اور
 مجذور کے معنی ہیں انکو کہتے ہیں علم ہند کے ساتھ جبل و سکا اختلاط ہوتا ہے تو علم ہند سے
 کی کچھ اور ہی شان نظر آئے لگتی ہے اگر اس کتاب کو پڑھ کر اقلیدس کو با کسی اور کتاب کو
 علم ہند سے کی مطالعہ کرے تو عجب لطف اسکو حاصل ہوتا ہے علم مساحت کی جقدر کتاب میں
 میں بالفعل موجود ہیں اور کو کچھ نسبت اس کتاب سے نہیں ہے یہ ایک ایسے فاضل کی کتاب
 کا ترجمہ ہے کہ اسکا نظیر انگلستان میں ہی نظر نہیں آتا۔ روز بروز اس کتاب کی
 فروخت زیادہ ہوتی جاتی ہے اسلئے اب یہ ساتویں دفعہ از سر نو صحیح ہو کر منطبع ہوئی۔
 اور ساری کتاب کی شجر ہی چھاپی گئی فقط

فہرست مضامین

دیباچہ

پہلا باب علم ہندسہ

حد و یعنی تعریفات اور اصطلاحات

مسائل ہندسیہ

عمایات ہندسیہ

دوسرا باب طولوں کے

پیمانہ کے طولانی

مشکت قائم الزاویہ

اسکال قشابہ

دائرہ کے وتر

محیط دائرہ

قوس دائرہ

تیسرا باب قیومی بیان میں

مربع پیمانوں کی جدول

قائم الزاویہ

ستوازی الاضلاع

مشکت

ذواریعۃ الاضلاع

مستقیمۃ الاضلاع

دائرہ

فصل

پہلی فصل

دوسری فصل

تیسری فصل

چوتھی فصل

پانچویں فصل

چھٹی فصل

ساتویں فصل

آٹھویں فصل

نویں فصل

دسویں فصل

گیارہویں فصل

بارہویں فصل

تیرہویں فصل

چودھویں فصل

پندرہویں فصل

سولہویں فصل

صفحہ

۱

۵

۱۱

۱۷

۱۸

۲۴

۲۹

۳۶

۴۰

۴۵

۴۶

۵۹

۶۱

۶۸

۶۴

۷۷

صفحہ	مضمون	فصل
۸۶	قطاع و قطعہ دائرہ	تشریح فی فصل
۹۳	سہ من حصہ کا قاعدہ	اٹھارویں فصل
۹۹	اشکال متشابہ	اونیسویں فصل
	باب چہارم محببات	
۱۰۵	حدود	بیسویں فصل
۱۱۲	پانہائے محببات	اکیسویں فصل
۱۱۳	مجموع متوازی السطوح قائم الزاویہ	بائیسویں فصل
۱۲۲	مجموع متوازی السطوح منشور اسطوانہ	تیسویں فصل
۱۲۰	اسطوانہ قائم کا قطعہ اور حلقہ	چوبیسویں فصل
۱۳۲	مخروط مصلع اور مخروط مستدیر	پچیسویں فصل
۱۳۸	مخروط مصلع ناقص و مخروط مستدیر ناقص	چھیرویں فصل
۱۴۲	فانہ	ستائیسویں فصل
۱۴۴	مجموع دوزلقہ	اٹھائیسویں فصل
۱۵۱	کرہ	اونتیسویں فصل
۱۵۴	قطعہ و منطقہ کرہ	تیسویں فصل
۱۶۰	مجموع غیر منتظم	اکتیسویں فصل
۱۶۲	محببات متشابہ	بتیسویں فصل
	پانچواں باب محببات کی سطوح کی بقہ	
۱۶۴	سطوح مستوی	تینتیسویں فصل
۱۶۸	اسطوانہ مستدیر قائم	چونتیسویں فصل

صفحہ	مضمون	فصل
۱۷۹	قطعہ سطوانہ مستدیر قائم و حلقہ	پنیا لیون ^{۲۵} فصل
۱۸۲	مخروط مستدیر قائم	چہالیون ^{۲۶} فصل
۱۸۸	مخروط مستدیر ناقص	سینتالیون ^{۲۷} فصل
۱۹۳	کرہ	اڑتالیون ^{۲۸} فصل
۱۹۶	کرہ کا منطقہ اور کرہ کا قطعہ	ایقتالیون ^{۲۹} فصل
۲۰۱	باب ششم علم حساب کا عمل	چالیون ^{۳۰} فصل
۲۰۴	شہید	اڑتالیون ^{۳۱} فصل
۲۰۹	کارگیریون کے کام	سیالیون ^{۳۲} فصل
۲۱۲	لکڑ کی پیمائش	تینتالیون ^{۳۳} فصل
۲۱۷	طوف کا ناپ	چوالیسون ^{۳۴} فصل
۲۲۰	باب ہفتم زمین کی پیمائش	پنیا لیون ^{۳۵} فصل
۲۲۳	جریب	چہالیون ^{۳۶} فصل
۲۲۴	عمود	سینتالیون ^{۳۷} فصل
۲۲۶	فیلڈ بک	اڑتالیون ^{۳۸} فصل
۲۲۷	سوالات	اونچالیون ^{۳۹} فصل
۲۳۶	ضرب چلیپا اور اثنا عشری	
۲۳۷	میٹر	
۲۴۶	سوالات متفرقہ	
۲۴۵	جوابات	

علم مساحت

دیکھا چہ

جس علم میں طول و عرض اور قبضہ اور جسامتوں کے اندازہ کرنے اور جاننے کے قاعدے بیان ہوتے ہیں اسے علم مساحت کہتے ہیں۔

ضروری ہے کہ علم مساحت جو طالب علم شروع کرے وہ پہلے علم حساب خوب واقف ہو اور اعداد کا جذر نکالنا جانتا ہو اور اس کو ان علامتوں کے واقفیت ہو کہ + سے جمع اور - سے تفریق اور × سے ضرب اور ÷ سے تقسیم اور — سے جذر مراد ہو۔

پچھلے علم ہندسہ سے بھی واقف ہونا ضروری اس لیے ہم نے اس کتاب میں اول تین باب فقط علم ہندسہ ہی میں لکے ہیں مبتدی پر فرض ہے کہ اول باب کو نہایت اعتیاد اور ہوشیاری سے مطالعہ کرے تاکہ اس کو وہ اصطلاحات علمی جسے کہ گے کام پڑ چکا خوب سمجھ آجائیں اور ان کے معنی پر عبور ہو جائے اور الفاظ و اصطلاحات حقیقی و مجازی معنی میں تمیز ہو جائے۔ اس باب کو ختم کر کے چوتھا باب شروع کرے اور دوسرا دوسرے باب کی جہان ضرورت پڑے وہاں اوجھن بھی نہ کیے۔

باب اول علم ہندسہ

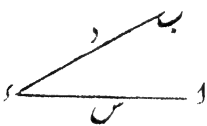
فصل اول حدود یعنی اصطلاحات کی تعریف

(۱) نقطہ اور خط کے الفاظ ایسے کثیر الاستعمال ہیں کہ ان کے معنی بیان کر نیکی ضرورت نہیں مگر جو ان کی تعریفیں علم ہندسہ میں کی جاتی ہیں ان کے سمجھنے میں فہم بابت کو خرچ کرنا پڑتا ہے۔ کتابت میں اور کتابوں میں نقطہ ایک سیاہ گندلی سی ہوتی ہے اور یہ خواہ کیسی ہی چھوٹی سی چھوٹی ہو پھر بھی اس کی کچھ مقدار ہوتی ہے لیکن علم ہندسہ میں نقطہ اسے کہتے ہیں جس کی مقدار معلوم نہ ہو۔ خط تقسیم و منحنی دونوں طرح کے ہوتے ہیں کتابوں میں ایک سیاہی کی لکیر ہوتی ہے خواہ وہ کیسی ہی نازک

سے باریک ہو پھر بھی کچھ کچھ عرض ہوتا ہے مگر علم ہندسہ میں خط اسے کہتے ہیں جبکہ عرض بالکل نہ ہو۔
 (۴) سطح کا فقط اکثر استعمال ہو اور سطح ہوا اور منحنی دونوں کے ہوتے ہیں سطح ہوا کو سطح
 مستوی یا بسیط بھی کہتے ہیں علم ہندسہ میں سطح کا دل نہیں ہوتا۔

(۵) پس نقطہ وہ ہے جس کا نہ طول نہ عرض نہ ہونے تک ہو اور خط وہ ہے جس کا نہ اطول نہ اوڑ
 وہ ہے جس کا فقط طول اور عرض ہو مجسم جسم وہ ہے جس کا طول عرض سمک متون چیزیں ہوں اس کتاب
 میں ہم جسمات کا ذکر نہیں کریں گے اول تین بابوں میں فقط خطوط اور شکون کا جو ایک سطح
 میں ہوں بیان کریں گے۔

(۶) دو خطوط مستقیم باہم ملیں مگر اگر ایک خط مستقیم بن جائے تو او میں سے ایک خط مستقیم کو جو میلان
 دوسرے خط مستقیم کے ساتھ ہوتا ہو اسے زاویہ مستقیمہ ان خطوں کہتے ہیں جسے دو خطوط مستقیم اور
 کے نقطہ پر ملنے سے پر زاویہ پیدا ہوتا ہے
 جب خطوط مستقیم سے زاویہ پیدا ہوتا ہو ان کے خطوط



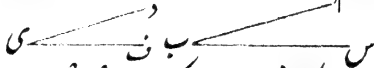
کے بدلنے سے زاویہ میں کچھ تغیر نہیں واقع ہوتا اسے اور دوسرے زاویہ پیدا ہوتا ہے جو ۱
 اور ب سے پیدا ہوتا ہے۔

(۷) اگر نقطہ پر ایک ہی زاویہ ہو تو وہ صرف اوج سے تعبیر ہوتا ہے جو اس نقطے پر لکھا ہوا ہو اور جس کو زاویہ
 اس کہتے ہیں جیسا کہ اوپر کی فہم میں زاویے کو زاویہ کہتے ہیں جب کسی زاویہ کسی ایک نقطے پر واقع
 ہوں تو او میں سے ہر ایک زاویہ تین حرفوں سے بیان کیا جاتا ہے ان حرفوں کے لکھنے کی ترکیب یہ ہے کہ
 زاویے کے اس پر جو حرف لکھا ہو اس کو جو پہلے لکھتے ہیں اس کے اوپر اور ہر دونوں حرفوں کو لکھتے ہیں
 جنہیں سے ایک حرف تو ایک خط مستقیم کے کسی مقام پر لکھا ہوتا ہے اور



دوسرے حرف تو خط مستقیم کے کسی مقام پر مثلاً زاویہ ی ح ن ہے
 زاویہ بجا جاتا ہے جو خطوط مستقیم ی ح اور ی ن سے پیدا ہوتا ہے اور ی ح سے وہ زاویہ جو خطوط مستقیم
 ی ح اور ی ن سے بنتا ہے اور ی ح سے وہ زاویہ جو خطوط مستقیم ی ن اور ی ح سے پیدا ہوتا ہے

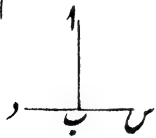
(۶) اگر ایک زاویہ دوسرے زاویے پر اس طرح رکھا جائے کہ خطوط جنسے ایک زاویہ پیدا ہوتا ہے وہ بالکل ٹھیک ٹھیک اور خطوط مستقیم پر جنسے کہ دوسرے زاویہ پیدا ہوتا ہے منطبق ہو جائیں تو ہم کہا کرتے ہیں کہ زاویے آپس میں برابر ہیں مثلاً اگر بس کوئی ق پر اس طرح کہیں کہ نقطہ ب نقطہ ی پر ہو اور اس طرح زکنے سے ب ۱ منطبق ہو جائے تو زاویہ اب س کو زاویہ دی ن کے برابر کہیں گے۔



یہ امر ضروری ہے کہ زاویوں کے برابر ہونے کا مفہوم مبتدی کے ذہن میں صحیح صحیح ہو اور وہ زاویوں کی مساوی مشاہدہ اور امتحان اس طرح کر سکتا ہے کہ دو زاویے مقرر کر کے کاغذ کے بنائے اور ایک پر دوسرے کو لپکھ دیکھے کہ وہ منطبق ہو جاتے ہیں مگر نظریات ہندسہ میں یہ عمل فقط ذہنی ہوتا ہے خارج میں مساوی زاویوں کی اس طرح عمل کرنے نہیں کی جاتی کہ ایک دوسرے پر کھین۔

(۷) دفعہ کی شکل کو دیکھو کہ اس میں زاویہ ی ن ح برابر ہے زاویہ ح ی ہ کے اس لیے کل زاویہ ی ہ زاویہ ی ن ح سے دو چند ہوا اور اسی طرح سے یہ امر ذہن میں آسانی سے آسکتا ہے کہ جب ایک زاویہ دوسرے زاویہ سے دو چند ہو یا چھپ ہو تو اس کے کیا معنی ہوتے ہیں اور علیٰ ہذا القیاس۔

(۸) جب ایک خط مستقیم پر ایک خط مستقیم قائم ہو اور زاویے متضلع جو اس نے اپنے پہلوؤں میں پیدا کیے ہیں آپس میں برابر ہوں تو ان زاویوں میں سے ہر ایک زاویہ کو قائم کہتے ہیں اور خط مستقیم جو کہتا ہے اس سے دوسرے خط مستقیم پر عمود کہتے ہیں مثلاً شکل میں



زاویہ اب س برابر ہو زاویہ اب د کے تو ہر ایک ان میں سے زاویہ قائمہ ہے اور اب عمود س د پر ہے۔

زاویہ قائمہ سے جو زاویہ بڑا ہو اس سے زاویہ منفرجہ کہتے ہیں

زاویہ قائمہ سے جو زاویہ چھوٹا ہو اسے زاویہ حادہ کہتے ہیں

(۹) خطوط مستقیم تو ایسے خطوط ہیں جن میں ہر دو خط مستقیم ایک سطح میں ہوتے ہیں کہ ان کو سیدھا جہان تک چاہیں دونوں طرف کھینچیں تو وہ آپس میں ایک دوسرے نہ ملیں۔

(۱۰) اشکال مستقیمۃ الاضلاع وہ شکلیں ہیں جنکو خطوط مستقیم نے گھیرا ہوا اور انکی حدود کا نام اضلاع ہر مثلث وہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہے جسکو تین ضلعوں نے گھیرا ہو۔

شکل فواربۃ الاضلاع وہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہے جسکو چار ضلعوں نے احاطہ کیا ہو جس شکل مستقیمۃ الاضلاع کے چار سے زیادہ اضلاع ہوں اور سکو کثیر الاضلاع کہتے ہیں اگر اس کے پانچ ضلع ہوں تو اسکو مخمس اور اگر چھ ضلع ہوں تو مسدس اور علیٰ ہذا القیاس۔
کثیر الاضلاع منظم وہ شکل ہے جسکو سب ضلع اور زاویے آپس میں برابر ہوں۔



(۱۱) مختلف قسم کے مثلث ہوتے ہیں اور انکے نام یہ ہیں۔
مثلث متساوی الاضلاع وہ مثلث ہے جسکو تینوں ضلع آپس میں برابر ہوں
مثلث متساوی الساقین وہ مثلث ہے جسکو دو ضلع آپس میں برابر ہوں۔



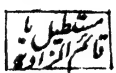
مثلث قائم الزاویہ وہ مثلث ہے جسکا ایک زاویہ قائمہ ہو۔
مثلث قائم الزاویہ میں آسانی کے لیے اضلاع کا لفظ فقط اور ان خطوط مستقیم کے واسطے استعمال میں لاتے ہیں جن زاویہ قائمہ کے محیط ہیں اور جو ضلع مقابل زاویہ قائمہ کے ہوتا ہو اسے وتر کہتے ہیں۔
مثلث منفرج الزاویہ وہ مثلث ہے جسکا ایک زاویہ منفرج ہو۔



مثلث حادۃ الزاویہ وہ مثلث ہے جسکو تینوں زاویے حادہ ہوں



(۱۲) ذوالربۃ الاضلاع مختلف قسم کے ہوتے ہیں اور انکے نام یہ ہیں۔
متوازی الاضلاع وہ ہے جسکو مقابل کے ضلع متوازی ہوں۔



مستطیل یا قائم الزاویہ وہ متوازی الاضلاع ہے جسکو زاویے قائمہ ہوں۔



مربع وہ شکل قائم الزاویہ ہے جسکو چاروں ضلع آپس میں برابر ہوں۔

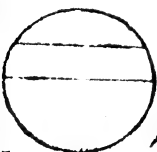
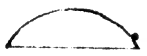
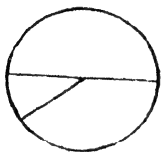
معیّن وہ متوازی الاضلاع ہر جس کے سب ضلع آئینہ میں برابر ہوں مگر اس کے زاویے قائمے نہ ہوں۔
 ذوزنقہ وہ ہر جس کے دو ضلع متوازی ہوں۔



(۱۳) مثلث کے ہر ایک ضلع کو قاعدہ کہتے ہیں اور اس قاعدے پر جو عمود مقابل کے زاویے سے نکالیں اسے ارتفاع مثلث کہتے ہیں۔

(۱۴) ذواربعۃ الاضلاع کا وتر وہ خط مستقیم کہلاتا ہے کہ دو مقابل کے زاویوں میں ملائیں۔ جو خط مستقیم کہتے ہیں۔

(۱۵) دائرہ اس سطح کو کہتے ہیں جس کو ایک خط نے جب کا نام محیط ہے گھیرا ہو اور اس کی بیچیں ایک خاص نقطہ ایسا ہو کہ جسے خطوط مستقیم اس کے محیط تک پہنچیں وہ سب ہم متساوی ہوں اس خاص نقطہ کا نام مرکز دائرہ ہے دائرہ کا نصف قطر وہ خط مستقیم ہے کہ مرکز سے محیط تک پہنچا جائے۔
 دائرہ کا قطر وہ خط مستقیم ہے کہ مرکز پر گزرے اور محیط پر دونوں طرف ختم ہو۔
 محیط کے کسی حصے کو قوس کہتے ہیں۔



دائرہ کا وتر وہ خط مستقیم جو قوس کے اطراف میں ملائیں۔
 قطعہ دائرہ وہ شکل ہے کہ جس کو وتر اور قوس نے احاطہ کیا ہو کہ وتر سے قطع ہوتی ہے۔
 قطاع دائرہ وہ شکل ہے کہ جس کو دو نصف قطرون اور ایک درمیان قوس نے گھیرا ہو۔
 دو نصف قطرون کے جزوایہ بننا ہے اس سے قطاع کا زاویہ کہتے ہیں۔
 منطقہ دائرہ وہ شکل ہے جو دو متوازی وتروں کے درمیان دائرہ کا حصہ واقع ہو۔

دوسری فصل مسائل ہندسہ

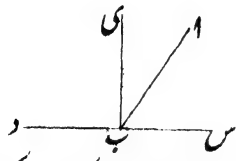
(۱۶) اب ہم علم ہندسہ کے بعض ضروری مسائل بیان کرتے ہیں طالب علم کو یاد کر لین اگر وہ نیکو نشانی کی دلیل کو جاننا چاہے تو اقلیدس کی مین بالفصل یہ رسالہ دیکھیں طالب علم کو کچھ واسطے لکھا گیا ہے جو تفسیر کو نہیں سمجھتا ایسے فقط اصل مطلب بغیر اثبات کے ہم بیان کرتے ہیں اس کو طالب علم بخوبی یاد رکھنا چاہیے۔

جب ثبات کسی شکل کا نہایت سیدھا سادہ ہو تو ہم نے اسکی اصل کو بیان کر دیا طالب علم اگر اسکو تمام کمال
اولیٰ نمونہ میں بھی سمجھ لگا تو یہی دیکھو اس کے فائدہ ہوگا اور جن مسائل کا اثبات بدیہی تھا وہ بالکل ہم نے
چھوڑ دیا طالب علم کو خود سمجھ جائیگا اور بعض باتیں ایسی لگی ہیں کہ وہ آلات پیمائش سے بخوبی سمجھ میں آجاتی
ہیں غرض جو کچھ کہا ہے اس طرح لکھا ہے کہ طالب علم کو اس کا اعتبار بمنزلہ یقین بلکہ عین یقین ہوگا۔

(۱۷) ہم نے جو علم ہند کے مسائل لکھ دیے ہیں چند منتخب کر کے بطور نمونے کے لکھے ہیں مہندسین کی تحقیقات
سے جو مسائل قائم ہوئے ہیں ان کو سب کو نہیں بیان کیا فقط ان نمونوں سے طالب علم کے دل میں اصول ہند کے
تصویرات جم جائیں گے اور معلوم ہو جائیگا کہ اوپر کی طرح نتائج مختلف پیدا ہوتے ہیں اور کم مبادی ہیں
اس جاننے سے طالب علم کی رغبت تحصیل علم کی طرف زیادہ ہوگی۔

ہماری آئندہ تحریر سے معلوم ہوگا کہ دفعات ۱۸ سے ۲۱ تک اور نوکا بیان ہر ۲۲ سے ۲۵ تک مثلاً
ذکر ہر ۲۶ سے ۲۸ تک قبولی مساوات کا حال ہر دفعات ۳۱ سے ۳۳ تک ارہ کے خواص کا بیان ہر
اور دفعات ۳۴ سے ۳۸ تک متشابہ مثلثوں کا ذکر ہے۔

(۱۸) فرض کرو کہ خط مستقیم اب خط مستقیم س د پر ایک جانب میں ہے اور اب س اور اب د پیدا
کرتا ہے تو یہ زاویے ملکر برابر دو قائموں کے ہوں گے



دلیل اسکی یہ ہے کہ بی کو عمود س پر فرض کرو تو زاویہ
اب د زاویہ ا ب بی اور بی ب کے مجموعہ کے برابر ہوں گے

دو زاویوں اب س اور اب د کا مجموعہ برابر ہو تو ان ایوں اب س اور اب بی اور بی ب کے مجموعہ کے
لیکن زاویہ بی ب د قائم ہے اور اب س اور اب بی کا مجموعہ بی ب س بھی قائم ہے اس واسطے
زاویے اب س اور اب د ملکر برابر دو قائموں کے ہوں گے۔

(۱۹) فرض کرو کہ خط مستقیم اب اور س د ایک دوسرے کو نقطہ بی پر تقاطع کرتے ہیں تو زاویہ ای س

برابر ہو گا زاویہ بی د کے اور زاویہ ای سی برابر ہو گا بی س کے
دلیل اسکی یہ ہے کہ عمود بی د کے زاویے ای س اور سی ب ملکر برابر دو قائموں کے ہوں گے



اور ایسے ہی زاویے \angle س \angle ب اور \angle ب \angle د ملکر برابر دو قاعوں کے ہیں۔

اس واسطے زاویے \angle ا \angle س اور \angle س \angle ب ملکر برابر ہیں اور یوں \angle س \angle ب اور \angle ب \angle د کے۔

اسی واسطے زاویہ \angle ا \angle س برابر ہوا زاویہ \angle ب \angle د کے۔

اور اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ زاویے \angle ا \angle د برابر ہیں زاویہ \angle ب \angle س کے۔

زاویوں \angle ا \angle س اور \angle ب \angle د کو اس کے مقابل کے زاویے کہتے ہیں اور زاویوں \angle ا \angle د اور \angle ب \angle س

کا بھی یہی نام ہے۔

(۲۰) فرض کرو کہ خط مستقیم \angle سی خطوط مستقیم متوازی \angle ب \angle د اور \angle س \angle د کو قطع کرتا ہے تو زاویہ \angle س \angle ب برابر ہوگا
زاویہ \angle س \angle د کے اور دو زاویے \angle ب \angle د اور \angle د \angle س ملکر برابر دو قاعوں کے ہوں گے۔

(۲۱) چونکہ مجموعہ \angle ا کے زاویہ \angle س \angle ب برابر ہیں زاویہ \angle س \angle د کے تو دفعہ گذشتہ کے موافق زاویہ \angle ا \angle ہ برابر ہیں زاویہ \angle س \angle د کے ان کو گنو دیا و متبادلہ کہتے ہیں ایسے ہی زاویہ \angle س \angle د کا زاویہ متبادلہ \angle س \angle ہ ہے۔

(۲۲) فرض کرو کہ \angle ب مثلث \angle ا \angle س کا ضلع \angle د تک خارج کیا گیا ہے تو زاویہ خارجہ \angle ا \angle س برابر دو
مقابل کے داخلی زاویوں کے ہوگا۔

دلیل یہ ہے کہ \angle ا \angle س کا متوازی \angle س \angle ہ

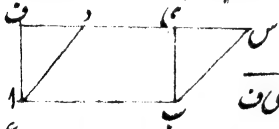
فرض کرو تو مجموعہ \angle ا کے زاویہ \angle س \angle ہ برابر ہیں زاویہ \angle ا \angle س کے اور مجموعہ \angle ا کے زاویہ
 \angle ا \angle س برابر ہیں زاویہ \angle ا \angle س کے پس کل زاویہ \angle ا \angle س برابر ہوا دو زاویوں \angle ا \angle س اور
 \angle ا \angle س کے مجموعہ کے۔

(۲۳) مثلث کے تینوں زاویے ملکر برابر دو قاعوں کے ہوتے ہیں۔

دلیل اس کی یہ ہے کہ مجموعہ \angle ا کے زاویوں \angle ا \angle س اور \angle ا \angle ب کا مجموعہ برابر ہیں زاویہ \angle ا \angle س کے
پس تینوں زاویوں \angle ا \angle س اور \angle ا \angle ب کا مجموعہ ملکر برابر ہیں دو زاویوں \angle ا \angle س اور
 \angle ا \angle ب کے مجموعہ کے یعنی مجموعہ \angle ا کے برابر دو قاعوں کے۔

- (۲۴) اگر مثلث کے دو ضلع آپس میں برابر ہوں تو ان کے مقابل کے زاویے بھی آپس میں برابر ہوں گے۔
 (۲۵) اگر مثلث کے دو زاویے آپس میں برابر ہوں تو ان کے مقابل کے ضلع بھی آپس میں برابر ہوں گے۔
 (۲۶) اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کے دو ضلع برابر ہوں دوسرے مثلث کے دو ضلعوں کے برابر اپنی اپنی نظیر اور زاویے درمیان ان ضلعوں کے بھی آپس میں برابر ہوں تو مثلث سطح سے آپس میں برابر ہوں گے۔
 (۲۷) اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کے دو زاویے برابر ہوں دوسرے مثلث کے دو زاویوں کے موافق اپنی اپنی نظیر کے اور ایک مثلث کا ایک ضلع برابر دوسرے مثلث کے ایک ضلع کے اور یہ اضلاع متصل یا مقابل متساوی زاویوں کے ہوں تو سب طرح سے مثلث آپس میں برابر ہوں گے۔

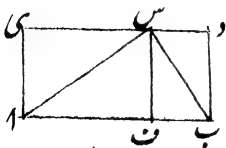
(۲۸) متوازی الاضلاع برابر اس قائم الزاویہ کے ہوتا ہے جو اسی قاعدہ پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کے واقع ہو۔



فرض کرو کہ متوازی الاضلاع اب س اور قائم الزاویہ اب سی ف
 ایک ہی قاعدہ اب پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ اب اور سی ف کے واقع ہوں تو متوازی الاضلاع برابر قائم الزاویہ کے ہوگی یعنی دونوں کلین ایک ہی جگہ لکھیں گی۔
 یہ بات مان لینی کچھ مشکل نہیں کہ مثلث بی سی ف برابر دوسرے مثلث ا ف د کے۔
 اس سے معلوم ہوتا ہے کہ اب س برابر ہی اب سی ف کے۔

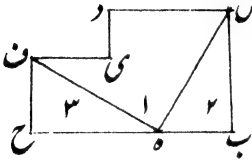
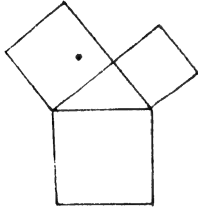
متوازی الاضلاع اور قائم الزاویہ کو ایک خطوط متوازیہ کے درمیان کہنے کی جگہ ہم یہ بموجب دفعہ ۱۳ کے کہہ سکتے ہیں کہ اوپر کا ارتفاع ایک ہی ہو۔

(۲۹) جس مثلث اور قائم الزاویہ کا ایک ہی قاعدہ اور ارتفاع ہو تو قائم الزاویہ سے مثلث نصف ہوگا۔
 فرض کرو کہ مثلث اب س اور قائم الزاویہ اب دی کا
 ایک ہی قاعدہ اب اور ایک ہی ارتفاع ہو تو قائم الزاویہ سے مثلث نصف ہوگا۔



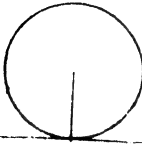
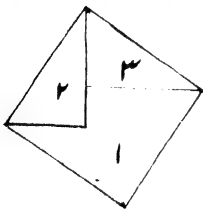
فرض کرو کہ س ف عمود اب کے اوپر نقطہ س سے نکلا ہو تو اس بات کے ماننے میں کچھ مشکل نہیں ہے

کہ مثلث ب ف س برابر ہو مثلث س د ب کے اور مثلث ا ف س برابر ہو مثلث ا س کے
اور اس سے یہ نتیجہ پیدا ہوتا ہے کہ اب دی سے اب س نصف ہے
اس سے معلوم ہوا کہ جن مثلثوں کا قاعدہ ایک ہی ہو اور ان کا ارتفاع برابر ہو وہ آپس میں برابر ہوتے ہیں +
(۴۳) مثلث قائم الزاویہ میں وتر پر جو مربع بنایا جاوے برابر ہوتا ہے اور ان مربعوں کے جو ضلع پر
بنائے جائیں۔

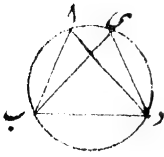


اس شکل میں مثلث قائم الزاویہ بنایا ہے اور وتر پر
مربع اور اس کے ضلعوں پر مربع بنائے ہیں تو بڑا
مربع برابر دونوں مربعوں کے مجموعہ کے ہو گا
یہ شکل علم ہندسہ کی جانب ہے اور اس سے بڑے کام نکلتے ہیں
اب ہم اس کی صداقت کو دکھاتے ہیں۔
فرض کرو کہ شکل ب س دی ف ج پر مرکز دو مربعوں
جو متصل ضلع بہ ضلع رکھے گئے ہیں۔

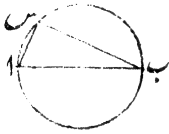
ح ہ برابر س کے بناؤ اور خط وسط مستقیم س ہ اور ف کھینچو کاغذ کی یا و صلی کی کل شکل کتر لو
اوسکے تین حصے اور ۲ و ۳ کی صورت کے بناؤ اور پھر ان حصوں کو اس طرح ملاؤ کہ شکل ا ف س
کے سے پیدا ہو پس اس سے معلوم ہوا کہ ایک مربع اس طرح ایسا بنیگا جس کا ایک ضلع
برابر ف ہ کے ہے۔



اس سے معلوم ہوا کہ ف ہ مربع جو بنایا جاوے برابر دونوں
مربعوں کے ہوتا ہے جو ف ج اور ف ہ پر بنائے جائیں۔
(۴۴) اگر خط مستقیم دائرہ کو مس کرے تو
نصف قطر جو نقطہ تماس سے کھینچا جائے گا
اس خط مستقیم پر عمود ہو گا۔



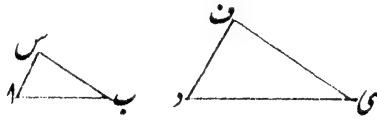
(۳۲) فرض کرو کہ زاویہ ب آد اور بی د ایک قبیضہ
دائرہ ب اسی دین واقع بین تو یہ زاویے آپس میں برابر ہوں گے



(۳۳) فرض کرو کہ اب دائرہ کا قطر ہو اور محیط میں
کوئی نقطہ س کا لیکر خطوط مستقیم اس اور ب س کھینچو تو
زاویہ ا س ب ایک قائمہ ہوگا۔

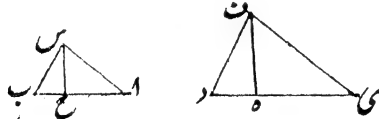
(۳۴) فرض کرو کہ اب س اور دی ن دو ایسے مثلث

ہوں کہ زاویہ آ برابر ہو زاویہ د کے اور زاویہ ب برابر ہو زاویہ بی کے اور زاویہ س برابر
ہو زاویہ ن کے تو برابر زاویوں کے ضلعا متناسب ہوں گے۔



یعنی اگر بی ن دو چنڈ ب س سے ہو تو ف د بھی چنڈ س اسے اور دی و چنڈ اب سے ہوگا
اور اگر بی ن سے چنڈ ب س سے ہو تو ف د سے چنڈ س اسے اور دی و سے چنڈ اب سے ہوگا اور
علیٰ ہذا القیاس ایسے دو مثلثوں کو متشابہ مثلث کہتے ہیں۔

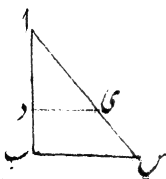
(۳۵) فرض کرو کہ اب س اور دی ن مثلث متشابہ ہیں اور زاویہ س اور ف نظیر ہیں اور



س ح کو اب پراور ف کو دی پر نقاط س اور ف سے مقابل کے ضلعوں پر عمود فرض کرو

تو س ح کو اب سے وہ نسبت ہوگی جو ف کو نسبت ہو دی سے

(۳۶) فرض کرو مثلث اب س ہر دو خط مستقیم دی ضلع ب س کا



متوازی ہو اور ضلعا اب اور اس سے ملتا ہو تو مثلث

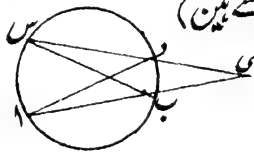
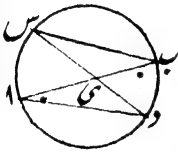
اب اس اور اسی قشا بہ ہونگے (دفعہ ۲ دیکھو)

(۳۷) فرض کرو کہ اب س مثلث قائم الزاویہ ہو اور ا د عمود زاویہ قائمہ سے وتر پر نکالا جائے تو مثلث د ب ا اور د ا س قشا بہ ہونگے۔



(۳۸) فرض کرو کہ اب اس د دو وتر ایک لارہ کے ہوں (اور ضرورت

کی صورتیں خارج ہو کر نقطہ سی پر ملتے ہیں)



ملاؤ ب س اور ا د تو مثلث اسی د اور ب سی آپس میں قشا بہ ہونگے اور زاویہ سی ا د اور سی ب آپس میں برابر ہونگے اور زاویہ سی د ا اور سی ب بھی آپس میں برابر ہونگے (دفعہ ۳ دیکھو)

تیسری فصل ہندسہ عملی

(۳۹) اب ہم چند اشکال عملی کو حل کریں گے اور وہ عملاً بڑی کارآمد ہیں اور ان کے شکلیں صحیح بنتی

ہیں آلات میں سے فقط پرکار اور رولر یعنی مسطر مطلق آری کے واسطے کافی ہیں دن ہمارا سا کام چل جاتا ہے اگرچہ آلات بھی مثل مربع یا متوازی دوار کے کام کے ہوتے ہیں مگر ان کی ضرورت نہیں ضروری نہیں فصل دوم میں جو کچھ ہم نے ذکر کیا ہے اور بعض پرانے اشکال عملی کا حل موقوف ہوا و عملاً نتائج کی صحت کا ثابت کرنا کوئی بڑی بات نہیں وہ سب سانی سے ثابت ہو جاتا ہیں اور عملاً جو تحریر اقلیدس کو جانتے ہیں وہ بخوبی ان کی صحت کو سمجھ سکتے ہیں غرض عملاً و عملاً دونوں طرح سے ان کی متانت اور صداقت ثابت ہے۔

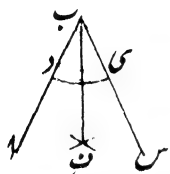
(۴۰) ایک خط مستقیم معلوم کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرو۔

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہو آ اور ب کو مرکز مقرر کر کے ایسے نصف قطر جو نصف خط مستقیم معلوم سے بڑا ہو دائرہ کھینچو اور فرض کرو کہ وہ نقاط د اور ی پر تقاطع کرتے ہیں



ملاؤ د سی جواب کو نقطہ س پر قطع کرے تو اس برابر ہو گا ب س کے

اور خط مستقیم دی زاویہ قائمہ آب پر بنانا ہو اور اس سے یہ معلوم ہوتا ہو کہ ہم اس طرح ایک خط مستقیم
زاویہ قائمہ بنانا ہو ایک خط مستقیم معلوم ہو اور اس کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہو اچھینچ سکتے ہیں۔



(۴۱) ایسا وہ معلوم کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرو۔

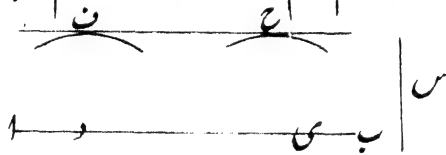
فرض کرو کہ آب س زاویہ معلوم ہو مرکز آب اور کسی قطر پر اچھینچو

کہ آب آ کو نقطہ پر اور ب س کو نقطہ ہی پر قطع کرے اور

د اور سی کو مرکز بنا کر کسی فی نصف قطر پر قوسیں اڑا دیں اچھینچو جو نقطہ ن پر تقاطع کریں۔

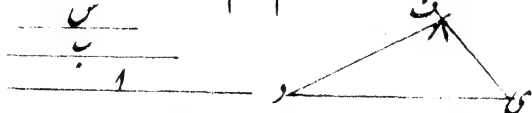
ملاؤ ب ن تو زاویہ آب ن برابر ہو گا زاویہ س ب ن کے۔

(۴۲) ایک خط مستقیم معلوم کا ایک خط متوازی بعد معلوم پچھینچو۔



فرض کرو کہ آب خط مستقیم معلوم ہو اور س برابر فاصلہ معلوم کے برابر میں کسی نقطہ ن د اور سی کو
مرکز مقرر کر کے اور نصف قطر برابر س کے مقرر کر کے قوسیں اچھینچو اور خط مستقیم ن-د قوسوں کو
مس کرتا ہو اچھینچو تو آب کا متوازی ن-د معلوم فاصلہ س پر ہو گا۔

(۴۳) ایک مثلث بناؤ جس کے تین ضلعے برابر تین خطوط مستقیم معلوم کے ہوں۔
فرض کرو کہ آب اور ب اور س خطوط مستقیم معلوم ہیں۔



ایک خط مستقیم دی برابر ایک خط مستقیم معلوم کے اچھینچو مرکز د پر اور نصف قطر برابر ب کے ایک لکیر ایک
قوس اچھینچو اور مرکزی س پر اور نصف قطر برابر ب کے بنا کر دوسری قوس اچھینچو اور فرض کرو کہ یہ قوسیں
ن پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں ملاؤ د ن اور ب ن تو دی ن مثلث مطلوب ہو گا۔

(۴۴) نقطہ معلوم سے خط مستقیم معلوم کا متوازی ایک خط مستقیم نکالو۔

فرض کرو کہ نقطہ معلوم اور ب س خط مستقیم معلوم ہو کوئی نقطہ د خط ب س میں اور مرکز د نصف قطر د ا پر س

ایک ارہ کھینچو جو ب س کو قطری قطع کرے اور ترازی کھینچو اور مرکز ا پر ا نصف قطر ا د پر ایک ارہ کھینچو اور ترقن برابر ترازی کے کھینچو اور ملاؤ ا ت ب س کا متوازی ا ت ہوگا۔

(۴۵) ایک خط مستقیم معلوم پر اویہ قائمہ بنا تا ہو ایک خط مستقیم ایک نقطہ معلوم جو ا میں قائمہ کر دو۔

فرض کرو کہ خط مستقیم معلوم اب ہو اور نقطہ معلوم س ہو کسی نقطہ د کو با خط مستقیم سے مرکز قرار کے نصف قطر دس پر ب س د کو با خط مستقیم معلوم کو نقطہ س پر قطع کرے س د کو ملا کر خارج کرو کہ محیط سے نقطہ ف پر ملے ملاؤ س ت توس ت زاویہ قائمہ اب پر بنائیگا۔

(۴۶) ایک خط مستقیم معلوم پر ایک نقطہ معلوم جو ا دس باہر ہو کر نکالو

فرض کرو کہ خط مستقیم معلوم اب اور نقطہ معلوم س ہو خط مستقیم معلوم اب میں کوئی سے نقطہ د اوری مقرر

کر دو اور مرکز د ا نصف قطر دس پر ایک س کھینچو اور مرکز ب ا نصف قطری س پر دوسری توس کھینچو

فرض کرو کہ یہ توسین نقطہ ف پر تقاطع کرتی ہیں ملاؤ س ت توس ت عمود اب پر ہوگا۔

(۴۷) ایک خط مستقیم معلوم کو برابر حصوں میں تقسیم کرو۔

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہو اور اس کو پانچ برابر حصوں میں تقسیم کرنا ہو۔

نقطہ آ سے کوئی خط مستقیم س کھینچو اور نقطہ ب س اس کا

متوازی خط مستقیم د کھینچو اور اس پر چار برابر طول قطع کرو اور نقاط تقسیم پر ا و د و د کے نشان کر دو اور ب د پر چار برابر پہلو لون کے قطع کرو اور نقاط تقسیم پر ا و د و د کے نشان کر دو

اورا اورم میں اور ۲ اور ۳ میں اور ۴ میں اور ۵ میں خطوط مستقیم کے چوتویہ
خطوط مستقیم اب کو پانچ برابر حصوں میں تقسیم کریں گے۔

(۴۸) ایک دائرہ معلوم کا مرکز دریافت کرو۔

و تراب کھینچو اور اسکو دو برابر حصوں میں تقسیم کرو۔

اور دمی اوس پر زاویہ قائمہ بناتا ہوا کھینچو تو

دائرہ کا مرکز دہلی میں ہوگا۔

ایک اور تربس کھینچو اور اسکو دو برابر حصوں میں ایک خط متقیم سطح سے جو اوپر زاویہ قائمہ

سنائے تقسیم کرو تو مرکز دائرے کا فتح میں ہوگا

پس اس کے کام مرکز دہی اور فتح کا نقطہ تقاطع نہ ہوگا اس عمل سے یہ بھی معلوم ہوتا ہے کہ دائرے

میں نقاط معلوم آ اور ب اور س پر گزرتا ہوا دائرہ اس طرح کھینچتا ہوں۔

(۴۹) ایک کثیر الاضلاع معلوم ہو اس کے برابر ایک کثیر الاضلاع بناؤ جس کے ضلعوں کی تعداد

ایک کمر ہو۔

فرض کرو کہ اب س دی ف کثیر الاضلاع معلوم ہو

ملاؤں و نقطہ سے بے د کا متوازی ایک خط منقسم

نکالو جو اس محدودہ سے نقطہ پر ملے اور ملاوہ تو

موجودہ نظم کے مشابہت سے درباری مشابہت بہ دے کے اور اس سوا کثیر الاضلاع آب و ہوا سے

رارہی کثیر الاضلاع اہ دی فن کے یعنی ایسے کثیر الاضلاع کے جسکا ایک ضلع کمرہ اسی عمل کو

مارنا کر کے کتہ الاضلاع کے برابر مثلث بنا سکتے ہیں۔

(۵۰) ایک حبیب کا قطر عشق سی سونسا دوارو کا طرہٴ استعلا رہاؤ۔

خط مستقیم اتنے طویل ہو کہ جو سب کے اندر گزرتا ہو اور اس کا باہر جہ کہ کُل خط

در گنایه ۱. که در این کتاب است. و بتا. و بحد. خط کاکه ۱. خط

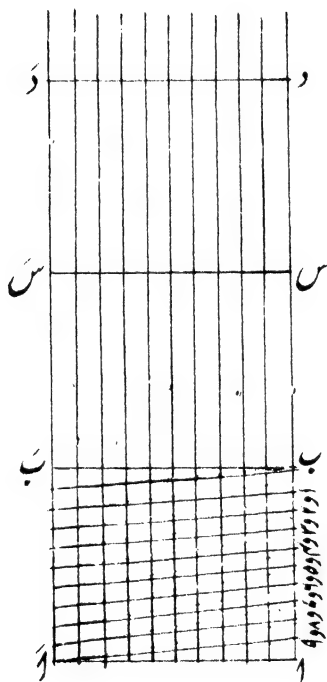
متوازی نکالو اور اسپر بھی بن بعد اب اور بن مس د... برابر اب کے بناؤ اور آ اور ب
اور س س اور د... ملاؤ اور آ کو دس برابر حصوں میں تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے خطوط
متوازی اب کے کھینچو اور ب کو دس برابر حصوں میں تقسیم کرو اور نقاط تقسیم پر اعداد ۲
۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ کے نشان کرو اور اب آ کو دس برابر حصوں میں تقسیم کرو اور اب آ
اور ب آ کے نقاط تقسیم میں قطری خطوط مستقیم وصل کرو یعنی ب کو اس نقطہ سے ملاؤ
جو متصل ب کے ہو اور آ کو اس نقطہ ب آ سے ملاؤ جو متصل پہلے نقطے کے ہو اور ۲ کو اس
نقطے سے ملاؤ جو دوسرے نقطے کے متصل ہو اور علیٰ ہذا القیاس۔

پس اب تکمیل ہو گیا۔
اس بات کو سمجھ لو کہ شکل پوری تکمیل کی بنائی نہیں گئی اس لیے کہ صفحہ میں گنجائش نہیں تھی دوسرے
آگے کا حصہ شکل میں نہیں بنایا۔ گو اکثر آ کو عمود اب پر بنائے ہیں مگر یہ غویٰ ہو نا ضروری نہیں
جب طول معلوم ہو تو یہیں تکمیل سے اون کے موافق خطوط مستقیم کھینچے ہیں اور جب خطوط مستقیم معلوم
ہوتے ہیں تو تکمیل سے اون کے طول معلوم کرتے ہیں۔

مثلاً فرض کرو کہ اب ایک انچ کو تعبیر کرتا ہو اور ۲۵۰ انچ طول کا خط کھینچنا منظور ہو اب پر کارلو
اور اس کی ایک ساق کے سر کو د پر رکھو اور پر کار کو کھولو جب تک کہ دوسری ساق کا سر ۵ پر آجے
پس عمل ۲۵۰ انچ کا حاصل ہو گیا جو قریب قریب مطلوب طول کے ہو اب پر کار کی ایک ساق کو
د پر سر کاؤ اور دوسری ساق کو اس قطری خط پر جو پانچ سے کھینچا گیا ہو پر کار کو بقدر ضرورت
کٹا دہ بھی کرتے جاؤ کہ جب دونوں ساقوں کے دونوں سر اس ایک خط پر کہ ساتواں متوازی آ کا
ہو آ جائیں تو فیاضہ یا میں پر کار کے دونوں سر دن کے ۲۵۰ انچ کو تعبیر کر گیا۔

اب اگر اب بجائے ایک انچ کے دس انچ کو تعبیر کرے تو فیاضہ جو ابھی ریافت ہوا ہے ۲۵۰ کو
تعبیر کر گیا اور اگر اب ۱۰۰ انچ کو تعبیر کرے تو فیاضہ مذکور ۲۵۰ انچ کو تعبیر کر گیا۔
اب اس خط مستقیم معلوم کا طول ریافت کیا پایا جو تو پر کار کو کھولو اگر اس کے دونوں ساقوں کے سر کو خط

انجام دینا کہ اوپر کار کی ایک ساق کے سر کو خط مستقیم ب ب و س س و د د ... پر اور دوسرے سر کو قطری خط مستقیم پر کہ اوپر کار کو ہلاتے جلاتے رہو جب تک کہ اون خط مستقیم میں سے کہ متوازی ا د کے کسی ایک خط مستقیم پر دونوں ساقیں آجائیں تو اس سے طول معلوم ہو جائیگا مثلاً فرض کرو کہ پر کار کی ایک ساق س س پر اور دوسری ساق قطری خط مستقیم پر ہو جو ۹ سے شروع ہو ہو اور دونوں سر اس خط پر ہیں پانچواں متوازی اب کا ہو تو طول مطلوب ۱۶۵ اگن طول اب کا ہو



(۵۱) اسی طرح ایسا اکیل ہی بنا سکتے ہیں جس کا قطر اثناعشری ہو اس صورت میں فقط دس کے عدد کو ۱۲ سے بدل دیں اور پھر موافق سابق کے عمل کریں جس سے کہیں ۲۱۵ اچھ طول کا خط مستقیم دریافت کیا اور جس کیسے ہم خط مستقیم $2 + \frac{9}{12} + \frac{4}{12}$ طول کا دریافت کریں گے پس اب ایک فٹ کو تعبیر کریں گے تو

تو خطوط مستقیم ایسے طول کا دریافت ہوگا جبکہ طول ۲ فٹ ۵ $\frac{1}{16}$ انچ ہو۔
اور ایسی ہی دفعہ ۵۰ میں بعد کا طول دریافت کیا گیا ہو وہ اس کیل کو موافق وہ نسبت
کر لیا جائے گا $9 + \frac{5}{16}$ ایک سے نسبت کہتا ہو اگر وہ ایک فٹ کو تعبیر کرے تو بعد اٹ ۵ $\frac{5}{16}$ انچ سے تعبیر ہوگا

دوسرا باب طولوں کے باب میں

جو تہی فصل پیمانہ طولانی

(۵۲) غالباً طالع علم طولانی پیمانہ نصف ہوگا مگر احتیاطاً اونکو ہم بیان ملکہ ہر دیتے ہیں۔

۱۲ انچ کا ایک فٹ

۳ فٹ کا ایک گز

۶ فٹ کا ایک فیدم

۱۶ $\frac{1}{2}$ فٹ کا یعنی ۵ $\frac{1}{2}$ گز کا ایک پول یا ایک وڈ

۴۰ پول کا ایک فرنگ

۸ فرنگ کا ایک میل

اس سے یہ نتائج حاصل ہوتے ہیں

انچ	فٹ	گز	پول	فرنگ	میل
۱۲	۱				
۳۶	۳	۱			
۱۹۸	۱۶ $\frac{1}{2}$	۵ $\frac{1}{2}$	۱		
۷۹۲۰	۶۶۰	۲۲۰	۴۰	۱	
۶۳۳۶۰	۵۲۸۰	۱۷۶۰	۳۲۰	۸	۱

(۵۳) زمین ماپنے کی واسطے گٹر صاحب کی جریب کا بڑا رواج ہے اور یہ جریب ۲۲ گز کی ہوتی ہے اور

سو براہ کریان او میں ہوتی ہیں اس واسطے اون میں سے ہر ایک کا طول ۲۲ گز ہوتا ہے یعنی ۷۲ $\frac{1}{2}$ انچ کا

میں ۲ گز کو نکال کر ایک ل ہوتا ہے اور اجڑے ہوئے یا ۱۰۰۰ گز کو نکال کر ایک فرنگ اور جریب یا ۸۰۰۰ گز کو نکال کر

ایک میل ہوتا ہے ہندوستانی جریب میں ۲۰ گتھے ہوتے ہیں اور گھر گھر میں ۳ گز ہوتے ہیں +

یا پانچویں فصل مثلث قائم الزاویہ

(۵۴) مثلث قائم الزاویہ جو تین خطوط تقسیم سے بنتا ہے اور سین اگر دو کا طول معلوم ہو تو تیسرے خط مستقیم کا طول معلوم ہو سکتا ہے اس طول کے دریافت کیلئے ایک واسطے ہم قاعد بیان کریں گے وہ ذیل ہے
کی شکل انظری پر موقوف ہیں اور اس مطلب کو پھر اور زیادہ صفائی سے بیان کریں گے۔

(۵۵) مثلث قائم الزاویہ کے دو ضلع معلوم ہیں و تر دریافت کرو
قاعدہ ضلعوں کے مربعوں کو جمع کرو اور حاصل جمع کا جذر دریافت کرو۔

(۵۶) مثالین

(۱) ایک ضلع ۸ فیٹ اور دوسرا ۶ فیٹ ہے۔

مربع ۸ کا ۶۴ اور مربع ۶ کا ۳۶ ہے اور ۶۴ اور ۳۶ کا حاصل جمع ۱۰۰ ہے اور جذر ۱۰۰ کا ۱۰ ہے
پس وتر ۱۰ فیٹ ہے۔

(۲) ایک ضلع ۲ فیٹ ہے اور دوسرا ۱۰ انچ ہے۔

۲ فیٹ برابر ۲۴ انچ کے ہیں اور مربع ۲۴ کا ۵۷۶ ہے اور ۱۰ انچ کا مربع ۱۰۰ ہے اور ۵۷۶ اور ۱۰۰ کا حاصل جمع ۶۷۶ ہے اور ۶۷۶ کا جذر ۲۶ ہے پس وتر ۲۶ انچ ہے۔

(۵۷) مثال (۲) میں ایک ضلع قانونین بیان کیا گیا تھا اور دوسرا ضلع انچون میں وتر کے دریافت کرنے کے قاعدہ کو پیچھے عمل میں لائے قانون میں پانچ بنا کہ دونوں ضلعے مجنس جو جائیں

اسی طرح تمام علم ساحت میں یہ ضرور ہے کہ جتنے طول معلوم ہوں ان کو مجنس بالین یعنی تجلیں و منین کی ضروری یہ کہو اختیار ہے کہ ہم تمام طولوں کو انچون میں تعبیر کریں یا قانونین تعبیر کریں

یا گرون یا سیلون میں غرض میں چاہیں مگر یہ نہیں کرنا چاہئے کہ ایک طول ایک پیمانے میں اور دوسرا طول کسی دوسرے پیمانے میں تعبیر ہو سب کا مجنس

کرنا ضرور ہے۔

(۵۸) ذیل میں جو دو مثالین حل ہوئیں میں ان میں پورا پورا جذر نکلا ہے ایسے وتر کا طول ہے

ٹھیک ٹھیک دریافت ہو گیا مگر یہ بھی ہوتا ہے کہ جذر پورا نہیں نکلتا ایسی حالت میں مراتب عشریہ کے بقدر ضرورت نکالتے ہیں۔

(۵۹) مثالین

(۱) ایک ضلع ۳ فیٹ ۴ انچ اور دوسرا ۲ فیٹ ۸ انچ ہے۔

۳ فیٹ ۴ انچ = ۴۰ انچ اور ۲ فیٹ ۸ انچ = ۳۲ انچ

$$\begin{array}{r} ۲۹۲۲۰۰۰ (۵۱۵۲۲ \\ ۲۵ \\ \hline ۱۰۱۱۳۴ \\ ۱۰۱ \\ \hline ۱۰۲۲۲۳۰۰ \\ ۲۰۳۴ \\ \hline ۱۰۲۲۲۲۵۴۰۰ \\ ۲۰۳۸۸ \\ \hline ۵۱۱۶ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۳۲ \quad ۳۲ \\ ۴۰ \quad ۴۰ \\ \hline ۱۴۰۰ \quad ۹۴ \\ ۱۰۲۴ \quad ۹۴ \\ \hline ۲۴۲۴ \quad ۱۰۲۴ \end{array}$$

پس اگر دو مراتب عشریہ تک عمل کریں تو وتر تقریباً ۵۱،۵۲۲ انچ ہوگا
(۳) ایک ضلع ۴ فیٹ ۲ انچ اور دوسرا ضلع ۱،۵۲ گز ہے۔

$$\begin{array}{r} ۱۸۵۶۰۰ (۳۳۳۳ \\ ۱۶ \\ \hline ۸۳۲۴۰۲ \\ ۲۴۹ \\ \hline ۸۶۲۲۳۰۰ \\ ۱۶۶۴ \\ \hline ۵۶۴ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۲۵۴ \quad ۲۵۴ \\ ۳۶۴ \quad ۳۶۴ \\ \hline ۲۱۶ \quad ۹۴ \\ ۱۰۸ \quad ۳۸ \\ \hline ۱۲۵۹۴ \quad ۵۶۴ \\ ۵۶۴ \\ \hline ۱۸۵۶۲ \end{array}$$

اب اگر عمل دو مراتب عشریہ تک کریں تو وتر تقریباً ۳۳،۳۳۳ فیٹ معلوم ہوگا اور زیادہ تر
قریب نکالنا منظور ہو تو ۳۳،۳۳۳ فیٹ ہوگا۔

(۶۰) شنت قائم الزاویہ کا وتر اور ایک ضلع معلوم ہے دوسرا ضلع دریافت کرو۔

قاعدہ وتر کے مربع میں ضلع کا مربع تفریق کرو اور حاصل تفریق کا جذر نکالو یا
اور ضلع کے مجموعہ اور تفاوت کو باہم ضرب دیکر حاصل ضرب کا جذر نکال لو

(۶۱) مثالین

(۱) وتر ۱۰ فیٹ اور ضلع ۸ فیٹ ہے۔

مربع ۱۰۰ کا ۱۰۰ اور مربع ۸ کا ۸ کو ۱۰۰ میں سے تفریق کرو تو حاصل ہوئے ۳۶ کا
جذر ۶ ہے اسلئے دوسرا ضلع ۶ فیٹ ہے۔

یا اس طرح کہ وتر اور ضلع معلوم کا مجموعہ ۱۸ ہے اور اونکھا تفریق ۲ ہے اور ۱۸ اور ۲ کا صحافت
۳۶ ہے اور ۳۶ کا جذر ۶ ہے۔

(۲) وتر ۲۶ انچ اور ضلع ۱۰ انچ ہے

۲۶ کا مربع ۶۷۶ اور ۱۰ کا مربع ۱۰۰ ہے ۶۷۶ میں سے تفریق کرو تو حاصل تفریق
۵۷۶ ہوگا اور ۵۷۶ کا جذر ۲۴ ہے پس دوسرا ضلع ۲۴ انچ ہے۔

یا اس طرح کہ ۲۶ اور ۱۰ کا مجموعہ ۳۶ ہے اور اونکھا فرق ۱۶ ہے اور ۳۶ اور ۱۶ کا حاصل ضرب
۵۷۶ ہے اور ۵۷۶ کا جذر ۲۴ ہے۔

(۶۲) دفعہ ۶ کے قاعدہ کی دو صورتیں بیان کیں اول صورت کا تعلق تو دفعہ ۵ سے ظاہر
معلوم ہوتا ہے اور دوسری صورت اوکی ایسی ہے کہ اوس عمل میں آسانی اور سہیل ہوتی ہے
اور کچھ بھٹوڑا سا عمل کرنا پڑتا ہے۔

(۶۳) دفعہ ۷ کی دونوں مثالوں میں پورا پورا جذر دریافت ہو گیا اور اسی سبب
ضلع کا طول ٹھیک ٹھیک معلوم ہو گیا لیکن یہ بھی صورت واقع ہوتی ہے کہ
جذر پورا پورا نہیں نکلتا تو اوس صورت میں جذر کا عمل جتنے مرتبہ کی اعشاریہ تک
چاہیں جاری رکھیں اوس سے تقریبی قیمت حسب ضرورت دریافت ہو جائیگی

(۶۴) مثالین

(۱) وتر ۱۰ فیٹ ۹ پانچ ہے اور ایک ضلع ۱۴ پانچ ہے +

$$\begin{array}{r}
 ۱۵۶۴۵ \div ۲۴۵ = ۶۳ \text{ } ۱۵۰ \\
 ۲۴۵ \overline{) ۱۵۶۴۵} \\
 \underline{۱۵۶} \\
 ۱۵۰ \\
 \underline{۱۵۰} \\
 ۰۰۰ \\
 \underline{۰۰۰} \\
 ۰۰۰ \\
 \underline{۰۰۰} \\
 ۰۰۰
 \end{array}$$

۲۱ پانچ = ۹ پانچ

۳۵ = ۱۲ + ۲۱

۷ = ۱۲ - ۲۱

۲۲۵ = ۷ x ۳۵

اب اگر وہی مرتبہ تک اعشاریہ نکالیں تو ضلع مطلوب کا طول تقریباً ۱۵۶۴۵ معلوم ہوگا
(۲) وتر ۲۴۵ گرا اور ایک ضلع ۳۵، ۳۵ فیٹ ہے

$$\begin{array}{r}
 ۱۵۶۴۵ \div ۲۴۵ = ۶۳ \text{ } ۱۵۰ \\
 ۲۴۵ \overline{) ۱۵۶۴۵} \\
 \underline{۱۵۶} \\
 ۱۵۰ \\
 \underline{۱۵۰} \\
 ۰۰۰ \\
 \underline{۰۰۰} \\
 ۰۰۰ \\
 \underline{۰۰۰} \\
 ۰۰۰
 \end{array}$$

۲۴۵ گرا = ۸۱ فیٹ

۱۵۶۴۵ = ۳۵ x ۸۱

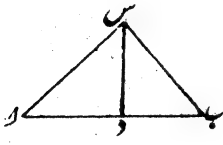
۲۴۵ = ۳۵ x ۸۱

$$\begin{array}{r}
 ۱۱ \text{ } ۵ \\
 ۲۴۵ \overline{) ۱۱۵} \\
 \underline{۱۱۰} \\
 ۵۰
 \end{array}$$

پس اگر عمل وہی مرتبہ اعشاریہ تک کریں تو ضلع مطلوب کا طول ۱۵۶۴۵ فیٹ معلوم ہوگا۔
(۶۵) اب ہم چند مثالیں ایسی لکھتے ہیں کہ جنکا حل ان قاعدوں پر موقوف ہے۔
(۱) شلت قائم الزاویہ کا ایک ضلع ۸۰۸ فیٹ اور دتر اور دوسرے ضلع کا مجموعہ ۷۸۰ فیٹ
ہی دتر اور دوسرے ضلع دریافت کرو۔

موجب فتنہ دتر اور دوسرے ضلع کے مجموعہ اور فرق کا حاصل ضرب ۸۰۸ کا مربع ہے
اس واسطے اگر ۸۰۸ کے مربع کو ۷۸۰ پر تقسیم کریں تو خارج قسمت دتر اور دوسرے ضلع کا فرق
ہوگا اس طرح سے ہم کو دتر اور دوسرے ضلع کا فرق ۲۸۸ دریافت ہوگا۔
پس دتر اور دوسرے ضلع کا مجموعہ ۷۸۰ ہے اور فرق ۲۸۸ ہے انکو جمع کر کے ۲ پر تقسیم کرو
تو ۲۳۳ حاصل ہونگے یہ دتر کا طول ہوگا اور ۷۸۰ میں ۲۳۳ کو تقرب کر کے ۱۴۵
حاصل ہونگے یہ دوسرے ضلع ہوگا۔

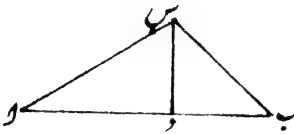
(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک ضلع ایک فٹ ہو اور اس کا ارتفاع دریافت کرو
فرض کرو کہ وہ اس مثلث اور اس کا ارتفاع ہی تو سر



وہ کہ وہ برابر حصوں میں تقسیم کریگا اور $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
تو دفعہ ۶۰ کے دو سر قاعدہ کے بموجب سن کو دریافت کرتے ہیں

اب $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + 1$ $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} - 1$ $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{3}$ کے
اب $\frac{5}{6}$ کا جذر برابر ہی $\frac{1}{2}$ جذر ۳ کے اور ۳ کا جذر پورا پورا نہیں دریافت ہو سکتا اگر تین مرتبہ
اعشاریہ تک جذر نکالیں تو ۳۲۰۰۰ حاصل ہونگے اور نصف اس کا ۱۵۴۶ ہے پس ارتفاع
کا طول تقریباً ۱۵۴۶ فیٹ ہے۔

(۳) ایک مثلث کا قاعدہ ۶۰ فیٹ ہو اور ارتفاع ۱۵ فیٹ اور ایک ضلع ۲۵ فیٹ ہی
دوسرا ضلع دریافت کرو۔



فرض کرو کہ وہ $۵۴ = ۱۵$ اور $۲۵ = ۱۵$ اور $۲۵ = ۱۵$
بموجب دفعہ ۶۰ کے ہم $\frac{1}{2}$ کو دریافت کرتے ہیں کہ

$۲۵ + ۱۵ = ۴۰$ اور $۲۵ - ۱۵ = ۱۰$ اور $۱۰ \times ۴۰ = ۴۰۰$ اور ۴۰۰ کا جذر ۲۰ ہے۔

پس $۲۰ = ۲۰$ اسی واسطے $۵۴ = ۲۰ - ۳۴$

بموجب دفعہ ۵۰ کے اس کو دریافت کرتے ہیں کہ ۳۴ کا مربع ۱۲۹۶ ہے اور ۱۵ کا مجذور ۲۲۵ ہے اور

۱۲۹۶ اور ۲۲۵ کا حاصل جمع ۱۵۲۱ ہے اور ۱۵۲۱ کا جذر ۳۹ ہے پس اس $۳۹ =$

پانچویں فصل کی مثالین

ان قائم الزاویہ مثلثوں میں اضلاع معلوم سے وتر دریافت کرو

(۱) ۵۳۲ فیٹ ۱۹۵ فیٹ (۲) ۵۸۴ فیٹ ۳۹۳ فیٹ

(۳) ۲۷۸ فیٹ ۸ انچ ۲۶۲ فیٹ ۶ انچ

(۴) نصف میل اور ۴۴ گز افٹ

ان مثلث قائم الزاویہ میں ترٹونین و مرتبہ کو اعشاریہ تک اضلاع معلوم مفصلہ ذیل سے دریافت کرو

(۵) ۳۳۷ فیٹ ۳۳۲ فیٹ (۶) ۴۳۹۵ فیٹ ۳۸۷۴ فیٹ

(۷) ۳۱۴ فیٹ ۶ اینچ ۲۲۸ فیٹ ۹ اینچ (۸) چوتھائی میل ۲۷۷ گز ۲ فیٹ

ان قائم الزاویہ مثلثون میں تر معلوم اور ایک ضلع معلوم سے دوسرے ضلع دریافت کرو

(۹) ۷۲۵ فیٹ ۶۳۴ فیٹ (۱۰) ۱۶۴۱۷ فیٹ ۱۴۲۰۸ فیٹ

(۱۱) ۲۶۹ فیٹ ۵ اینچ ۲۵۰ فیٹ ۸ اینچ (۱۲) ۳۰ گز ۱۴ فیٹ اور ایک فرنگ

ان قائم الزاویہ مثلثون میں معلوم اور ایک ضلع معلوم دوسرے ضلع و ترٹونین و مرتبہ کے اعشاریہ تک دریافت کرو

(۱۳) ۶۴۷ فیٹ ۳۳۱ فیٹ (۱۴) ۴۹۸۷ فیٹ ۳۷۷۵ فیٹ

(۱۵) ۲۷۳ فیٹ ۳ اینچ ۲۷۷ فیٹ ۶ اینچ (۱۶) ۵ فرنگ اور ۹۱۶ گز ۲ فیٹ

(۱۷) مثلث کے اضلاع ۲۲۶۲۶ فیٹ ۲۸۱۵ فیٹ اور ارتفاع ۱۱۸۸۴ فیٹ ہیں قاعدہ کو دریافت کرو

(۱۸) مثلث قائم الزاویہ کا ایک ضلع ۳۹۲۵ فیٹ اور وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ۶۲۵ فیٹ ہو

وتر اور دوسرے ضلع دریافت کرو۔

(۱۹) ایک نینہ ۲۵ فیٹ لمبا سیدھا ایک دیوار کے برابر کھڑا ہو تو بتاؤ زینہ کو کتنا دور سر کا مین کہ زینہ کا بلر دیوار سے ایک فیٹ نیچے اتر آئے۔

(۲۰) ایک نینہ ۳۰ فیٹ لمبا ۲۴ فیٹ بلند کھڑکی پر بازار کے ایک طرف مکان پر پہنچتا ہو اگر زینہ پلٹ کر دوسری طرف بازار کے مکان پر لگائیں تو وہ ۳۲ فیٹ بلند کھڑکی تک پہنچتا ہو تو بازار کا عرض دریافت کرو۔

(۲۱) ایک مکان ۴۰ فیٹ کے فاصلے پر ایک نینہ کے پیر میں اور سر او کا مکان ۳۸ فیٹ بلند ہی پر زمین اور پچا لگا ہوا ہو جب اس نینہ کو اس کے پیر میں پر اوٹ کر دوسرے طرف بازار لگایا تو مکان کی ۳۰ فیٹ بلندی پر زمین سے سر او کا جا کر لگا تو بازار کا عرض بتاؤ۔

(۲۲) ایک بیج کا ضلع ایک اینچ ہو اس کے قطر کی مقدار میں تہہ کے اعشاریہ تک دریافت کرو۔

(۲۳) مربع کا ایک ضلع ۱۱۰ فیٹ ہو اور اس کا قطر دریافت کرو۔

(۲۴) دائرہ کا نصف قطر ۶۶ ۲/۳ فیٹ ہو اور مرکز سے جو عمود وتر پر پکالا جائیگا اس کا نصف ہو وتر کو دریافت کرو۔

(۲۵) ایک مستطیل زمین کے متقابل ضلعوں پر ایک بیابانی چوٹی پر مستطیل کا ایک ضلع ۹۶ گز اور دوسرا ۱۴ گز ہو بتاؤ اگر اس کے قطر میں جاؤ تو ضلع میں چلنے کی نسبت کتنی فاصلہ کے طے کرنے سے بچھینگے

(۲۶) ایک چھت ۵۰ فٹ چوڑی اسلامی کی بنی ہوئی ہو اور ہر ایک طرف کی اسلامی ۷۰ فٹ ہو تو بتاؤ چھت کی اسلامی کا کتنا کنارہ کتنا اونچا اوتلی سے ہوگا۔

(۲۷) جس مربع کا ضلع ۵۰ فٹ ہو اس کے گرد جو دائرہ بنایا جائے اور اس کا نصف قطر کیا ہوگا۔

(۲۸) ایک دائرہ کا نصف قطر ۵۰ فٹ ہو اور اس میں جو مربع بنایا جائے اور اس کا ضلع دریافت کرو۔

(۲۹) دائرہ کا نصف قطر ۵۰ فٹ ہو تو بتاؤ ۵۰ فٹ کو وتر پر مرکز سے جو عمود نکالیں اس کا طول کیا ہوگا۔

(۳۰) دائرہ کا نصف قطر ۱۰۰ ہو تو جس پر عمود مرکز سے نکالا گیا ۱۳۰ کا ہو اور اس کا طول دریافت کرو

(۳۱) دائرہ کا نصف قطر ۶۰ برابر جو زمین تقسیم ہو اسی اور پانچ نقاط تقسیم خطوط منقسم زاویے قائم بناتے ہوئے محیط تک کھینچے گئے ہیں طول ان خطوں کا انچون میں تین مرتبہ اگر اعتبار یہ دریافت کرو اور دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہو۔

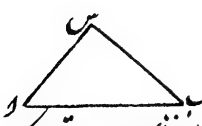
(۳۲) ایک دائرہ کا نصف قطر ۵۰ فٹ ہو اور مرکز سے ۱۲ فٹ کے فاصلے پر ایک نقطہ ہو اسی

دائرہ کا تماس نکالا گیا ہو تو اس خط منقسم کا طول دریافت کرو۔

چہم فیصل اشکال متشابہ

(۶۶) فرض کرو کہ ا ب س اور د م ی ت دو مثلث متشابہ ہیں تو بموجب ۳۳ اور ۳۴ کو ب س

سے وہ نسبت ہوگی جو د ت کو ی ت سے



اگر دو ضلع ایک مثلث کے معلوم ہوں اور مثلث متشابہ کا ایک ضلع نظیر کا معلوم ہو تو اس کا دوسرا

ضلع بھی دریافت ہو سکتا ہے اس ضلع کے دریافت کرنے کا عمل مثل تناسب یا اردو بتنا کیے ہوگا
(۶۷) مثالین -

(۱) فرض کرو کہ اب = ۵ اور ب = ۶ اور د = ۷

۶ : ۵ :: ۷ : د

توی د = $\frac{۷ \times ۵}{۶} = \frac{۳۵}{۶}$

(۲) فرض کرو کہ اب = ۵ اور اس = ۴ اور د = ۷

۷ : ۴ :: ۵ : د

پس د = $\frac{۴ \times ۵}{۷} = \frac{۲۰}{۷}$

(۶۸) علوم ریاضیہ کی نظریات و عملیات میں مشابہ مثلثوں سے اکثر کام پڑتا ہے مثلاً
دفعہ ۶۵ میں ہم نے بیان کیا ہے کہ جس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ایک فٹ ہو گا
ارتفاع ۸۶۶ فٹ ہو گا یہ تناسب ہمیشہ مثلث متساوی الاضلاع کے ضلع اور ارتفاع
میں ہو گا پس اگر مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ۱۰۰ فٹ ہو تو ارتفاع ۸۶۶ فٹ ہو گا
دفعہ ۶۳ کی شکل میں ہم نے بیان کیا کہ مثلث اوی اور بی سی مشابہ ہیں اوی کو بی سی
وہ نسبت ہو جو سی سی کو بی سی ب سے اس سے معلوم ہوتا ہے کہ مسئلہ تناسب کے موافق
حاصل ضرب سی آ اوری ب کا برابر ہو حاصل ضرب سی سی اوری د کے یہ دائرہ کا ایک
خاصہ ہو اور قابل یاد رکھنے کے ہو اور بہت بکار آمد ہے۔

(۶۹) مشابہ مثلثوں کی اعانت سے ہم ارتفاع کسی شجر کا اس کے سایہ کو پیمائش کر کے دریافت کر سکتے ہیں
مثلاً فرض کرو کہ ایک لکڑی کو سیدنا زمین پر کھڑا کیا اور وہ زمین سے تین فٹ اونچی کھڑی
ہوئی اور اس کا سایہ ۴ فٹ پڑا اور ایک درخت کا سایہ بھی ۲۵ فٹ اوس وقت پڑ رہا
تو ہم تناسب درخت کا ارتفاع دریافت کر سکتے ہیں۔

۴ : ۳ :: ۵۲ : ارتفاع

پس ارتفاع = $\frac{۳ \times ۵۲}{۴}$ فیت یعنی ۳۹ فیت۔

(۶۰) متشابہ مثلثوں سے خود بخود خیال متشابہ مستقیمۃ الاضلاع کی طرف جانا ہی متشابہ مستقیمۃ الاضلاع میں وہ ہیں جنکے زاویے متناظرہ آپس میں برابر ہوں اور انکے گرد اضلاع متناسب ہوں۔

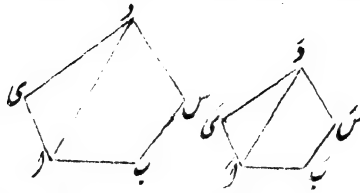
(۶۱) مثلاً دو پانچ ضلعے کی شکلوں ΔABC اور ΔDEF کی مین اوپر آ اور B اور E اور C برابر ہوں ΔDEF اور ΔABC کے موافق اپنی اپنی نظیر کے اور اضلاع گردان زاویوں کے متناسب ہوں یعنی $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

ب سے وہ نسبت ہے جو ΔABC کو ΔDEF سے اور B سے وہ نسبت ہے جو ΔABC کو ΔDEF سے اور علیٰ ہذا القیاس تو یہ دونوں مثلثیں متشابہ ہوں گیں۔

(۶۲) اشکال مستقیمۃ الاضلاع کے متشابہ ہونیکے واسطے دو خاصیتوں کا بیان ہوا ہے یعنی مساوی زاویوں کی اور متناسب ہونا اضلاع کا۔

نظریات ہندسہ میں ثابت ہے کہ اگر مثلثوں میں ان خاصیتوں میں سے ایک خاصیت ہو تو ضرور ہر ایک انہیں ہر خاصیت ہی پائی جائے اور عیادت میں یہی ثابت کرنا کہ ہمیشہ شکل نہیں اور وہ سطح ہوتا ہے کہ دو مثلث کا غنڈے کے سطح کٹ کر وہ ایک مثلث کے اضلاع دو چند یا سہ چند دوسرے مثلث کے اضلاع سے ہوں تو ان میں یہ مظاہر معلوم ہو گا کہ زاویے متناظرہ آپس میں برابر ہیں یعنی نظیر کے جن زاویوں کو منطبق ایک دوسرے پر کر دے وہ بالکل منطبق ہو جائینگے مگر ان اشکال مستقیمۃ الاضلاع میں جنکے ضلعے تین سے زیادہ ہیں ایک خاصیت بغیر دوسری خاصیت کے پائی جاسکتی ہے مثلاً مربع اور مستطیل کے زاویے آپس میں برابر ہوتے ہیں مگر انکے اضلاع متناسب نہیں ہوتے اب مربع اور مربع کو تو انکے اضلاع متناسب کے درمیان زاویے ایک شکل کے برابر دوسری شکل کے زاویوں کے نہیں ہیں

(۶۳) متشابہ اشکال مستقیمۃ الاضلاع ہمیشہ متساوی التعداد متشابہ مثلثوں میں تقسیم ہو سکتے ہیں مثلاً خطوط مستقیم ABC اور DEF اور GH کے۔



کھینچنے سے دوائر کے پانچ ضلع کی شکل کو تین زوج متشابه مثلثہ نہیں تقسیم کر سکتے ہیں۔
 (۴۴) دوائر میں جو متشابه مثلثوں کی نسبت بیان کیا گیا وہ اور اشکال مستقیمہ از ضلع کی نسبت
 بھی بیان ہو سکتا ہے یعنی اگر دو خطوط مستقیم ایک شکل میں معلوم ہوں اور انکی نظیر کا ایک خط دوسری
 شکل میں معلوم ہو تو دوسرے خط معلوم کی نظیر کا خط مستقیم قاعدہ تناسب موافق دریافت ہو سکتا ہے۔
 (۴۵) متشابه مثلث جیسے کہ خطوط مستقیم سے احاطہ ہوتی ہیں اسی طرح خطوط منحنی سے محدود ہوتی ہیں۔
 مثلاً دو نقشے مختلف طول اور عرض کے ایک ہی ملک کو تعبیر کریں تو دونوں نقشے متشابه ہونگے ایک
 نقشے میں پیمانہ ایک انچ کا ایک میل کو تعبیر کرے اور دوسرے نقشے میں پیمانہ نصف انچ کا ایک میل کو تعبیر
 کرے تو جو خط ایک نقشے میں ہو گا اوسکی نظیر کا خط دوسرے نقشے میں موجود ہو گا۔

(۴۶) متشابه ہونیکا مفہوم اس تعریف سے خوب بن میں پہنچے جاتا ہے کہ متشابه مثلثوں میں جنکی صورتیں
 متماثل ہوں یعنی ایک ہی ہوں مگر انکا طول اور عرض مختلف ہو تمام دائرے متشابه مثلثوں میں
 (۴۷) اب ہم چند مثالیں لکھتے ہیں جنکا حل اشکال کے متشابه ہونے پر ہوتا ہے۔
 (۱) دوائر کی شکل میں فرض کرو کہ $ری = ۲$ انچ اور $س = ۴$ انچ۔
 اور $ری = ۱$ انچ $س = ۲$ انچ کو دریافت کرو۔

$$۲ : ۴ :: ۱ : ۲$$

$$\frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲} = \frac{۲ \times ۲}{۴ \times ۲} = \frac{۴}{۱۶}$$

پس $ری = \frac{۴}{۱۶}$ انچ

(۲) مثال گذشتہ میں خطوط مستقیم اور دائرہ کی نسبت دریافت کرو۔
 چونکہ $ری = ۲$ اور $س = ۱$ انچ اور اسکی خط مستقیم مثلاً دائرہ کو اپنی نظیر کے خط مستقیم دائرہ سے وہ
 ہے جو ۲ کو ۱ سے یعنی ۲ کو ۱ سے یعنی ۲ کو ۱ سے یعنی ۲ کو ۱ سے۔

(۳) دھڑے کی شکل میں اگر ب س = ۱۵ اور ب ا = ۱۲ تو ب کو دریافت کرو۔

مثلث ا ب س اور د ب ا متشابه ہیں تو

$$ب س : ب ا :: ب ا : ب د$$

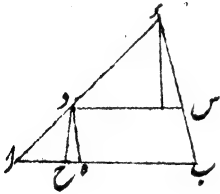
$$\text{یعنی } ۱۵ : ۱۲ :: ۱۲ : ب د$$

$$\text{پس } ب د = \frac{۱۲ \times ۱۲}{۱۵} = \frac{۱۴۴}{۱۵} = \frac{۴۸}{۵} = ۹ \frac{۳}{۵}$$

(۴) ا ب س د ایک ذراعہ پر اضلاع متوازیہ ا ب اور س د میں فاصلہ ۴ فیٹ ہے۔

ا ب = ۱۰ فیٹ اور د س = ۶ فیٹ۔

فرض کرو کہ آدہ اور ب س نقطہ ترک بڑھا گئے ہیں اب مطلوب یہ ہے کہ ک کا فاصلہ عمودی د س سے دریافت کریں۔



د س عمود ا ب پر نکالو اور ب س کا متوازی آدہ نکالو

$$\text{تو } ۰ = د س \text{ پس } ۰ = ۱۰ - ۴ = ۶ \text{ اونچ } ۲ =$$

مثلث آدہ اور د س متشابه ہیں۔

اسی واسطے بموجب دھڑے کے

$$۰ : ۶ :: د س : \text{فاصلہ مطلوب} -$$

$$\text{پس فاصلہ مطلوب} = \frac{۶ \times ۲}{۶} = \frac{۴}{۱} = ۴$$

چھٹی فصل کی مثالین

(۱) دھڑے کی شکل میں او = ۴ اونچ دی = ۴ اور ا ب = ۴ تو ب س کو دریافت کرو۔

(۲) مثلث مساوی الاضلاع کا ایک ضلع ۲ فیٹ اونچ ہے اور اس کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۳) ایک آدمی کا قد ۶ فیٹ تھا جب سید ہاکٹر اہوا تو اس کا سایہ ۶ فیٹ اونچ کا پڑا اور اسی

وقت ایک جھنڈی کا سایہ ۶ فیٹ اونچ پڑ رہا تھا تو اس جھنڈی کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۴) ۲ فیٹ لمبی لکڑی کو سید ہاکٹر اہوا تو اس کا سایہ ۴ فیٹ اونچ تھا تو تباؤ ۴۵

فیث بلند بقی کا سایہ کتنا پڑیگا۔

(۵) کسی نقشے میں ایک میل کا پیمانہ ایک آٹھواں انچ ہو اور ملک کا طول ۵۰ میل ہو تو بتاؤ اوس نقشے کا طول کیا ہوگا۔

(۶) دو شہر زمین ۱۲ میل کا فاصلہ ہو اور نقشے میں ان کے مقامات کے درمیان ۱/۲ انچ فاصلہ ہو تو بتاؤ نقشہ کس پیمانے کے موافق بنایا گیا۔

(۷) دو شہر زمین ۵ میل کا فاصلہ ہو اور نقشے کے اندرون کے مقاموں کے درمیان ۱/۲ انچ کا اور دو اور شہر کے مقامات کے درمیان ۱/۲ انچ کا تو بتاؤ ان شہروں کے درمیان کتنا فاصلہ ہو۔

(۸) نقشہ کی شکل میں اگر ب س = ۲۰ انچ اور دی = ۱۶ اور ب د = ۶ تو ب ا کو دریافت کرو۔

(۹) نقشہ کی شکل میں اگر ا د = ۸ انچ اور دی = ۷ اور ب د = ۳ تو ب س کو دریافت کرو۔

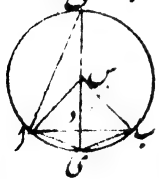
(۱۰) نقشہ کی شکل میں اگر دی = ۷ انچ اور ب س = ۱۰ اور ب د = ۲ تو د ا کو دریافت کرو۔

(۱۱) ایک فن زونقہ کے ضلع متوازیہ ۱۶ اور ۲۰ فیٹ میں ۱/۲ فاصلہ عمودی کے درمیان فیث ہو اور دو بی ضلع بڑا کر کے جائز قوس کے نقطہ کا فاصلہ عمودی ضلع متوازیہ سے بڑے ضلع سے دریافت کرو۔

(۱۲) ایک فن زونقہ کے ضلع متوازیہ میں ا ب اور کا طول فیث اور ۱۶ فیٹ ہو اگر دو خط متوازی ا ب ضلع متوازیہ کی شکل کے اندر کھینچ جائیں اور یہ چاروں خط باہم متساوی البعد ہوں تو ا ج و ج کا طول دریافت کرو۔

ساتویں فصل اوتار دائرہ

(۱۸) فرض کرو کہ دائرہ کا وتر ا ب ہو اور س مرکز ہو اور س ع و د ا ب پر اور خارج ہو اگر محیط سے



نقطہ ی پر ملتا ہو تو وتر ا ب کا نقطہ وسط د ہو اور

قوس ا ب کا نقطہ وسطی ہو قوس کا وتر ا ب ہو اور

نصف قوس کا وتر ا ب یا ی ب ہو اور قوس کا ارتفاع دی ہو

(۱۹) ای س کو بڑا کر محیط نقطہ پر ملاؤ تو موجود فیث ۳ کے زاویہ ی ا ف قائمہ ہو اس سے

معلوم ہو کہ موجود فیث ۳ کے مثلث ی ا ف اور ی د ا متساویں ہیں ایسے ہی د کو ی ا سے وابستہ ہو

جی و کو جی ی ت سے اسی واسطے۔

می د × می ف = می ا د می ا

اور نیز بموجب دفعہ ۱۷ کے

می د × د ف = ا د د ب

اسباب میں نقطہ انہیں اور بڑے نتیجہ کا ذکر ہر سارا باب اوّلین کے انتہا سے بہر اٹھا ہوا ہے، ہم آسانی کے لیے ان دونوں نتیجوں کو قاعدہ بنا کے لکھتے ہیں مگر جو شخص ان نتائج کو سمجھ گیا ہو اوسکو ان قاعدوں کا حفظ کرنا ضرور نہیں۔

(۸۰) قوس کا ارتفاع اور نصف قوس کا وتر معلوم ہو دائرہ کا قطر دریافت کرو۔
قاعدہ وتر نصف قوس کے مربع کو ارتفاع قوس پر تقسیم کرو تو خارج قسمت قطر دائرہ کا۔
(۸۱) مثالیں۔

(۱) قوس کا ارتفاع ۳۰ انچ نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہو۔

$\frac{12 \times 12}{30} = 48$ پس قطر دائرہ ۳۶ انچ ہو۔

(۲) قوس کا ارتفاع ۱۰ فٹ ۳۰ انچ ہو اور نصف قوس کا وتر ۱۲ فٹ ہو۔

$\frac{12 \times 12}{10 \times 30} = 48$ پس قطر ۱۲ فٹ ہو۔

(۳) نصف قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہو قوس کا ارتفاع دریافت کرو۔

قاعدہ وتر نصف قوس کے مربع کو قطر دائرہ پر تقسیم کرو خارج قسمت ارتفاع قوس ہوگا۔

(۸۲) مثالیں۔

(۱) نصف قوس کا وتر ۱۵ انچ ہو اور قطر دائرہ کا ۳۶ انچ ہو۔

$\frac{12 \times 12}{36} = 3$ پس ارتفاع قوس ۳ انچ ہو۔

(۲) نصف قوس کا وتر ۱۲ فٹ ہو اور دائرہ کا قطر ۱۲ فٹ ہو۔

$\frac{12 \times 12}{12} = 12$ پس ارتفاع قوس ۱۲ فٹ ہو۔

(۸۴) ارتفاع قوس اور قطر دائرہ معلوم ہیں نصف قوس کا وتر دریافت کرو
قاعدہ دائرہ کے قطر کو ارتفاع قوس میں ضرب دو حاصل ضرب جذر نصف قوس کا وتر ہوگا۔
(۸۵) مثالین۔

(۱) قوس کا ارتفاع ۴ اینچ ہو اور دائرہ کا قطر ۳۶ اینچ ہو۔

$۳۶ \times ۴ = ۱۴۴$ اور ۱۴۴ کا جذر ۱۲ پس نصف قوس کا وتر ۱۲ اینچ ہو

(۲) قوس کا ارتفاع ۱۲ فیٹ ہو اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہو۔

$۱۲ \times ۱۲ = ۱۴۴$ اور ۱۴۴ کا جذر ۱۲ پس نصف قوس کا وتر ۱۲ فیٹ ہو۔

(۸۶) وتر قوس اور ارتفاع قوس معلوم ہیں دائرہ کا قطر دریافت کرو

قاعدہ نصف وتر کے مربع کو ارتفاع قوس پر تقسیم کرو تو خارج قسمت قطر کا باقی حصہ ہوگا
پس خارج قسمت اور ارتفاع معلوم کا مجموعہ قطر ہوگا۔

(۸۶) مثالین۔ (۱) قوس کا وتر ۴ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ۔

$\frac{۴ \times ۴}{۴} = ۴$ پس قطر کا باقی حصہ ۴ فیٹ ہو اور اس واسطے قطر ۱۰ فیٹ ہو۔

(۲) وتر قوس ۲۱ فیٹ اور ارتفاع قوس ۴ فیٹ ہو۔

$\frac{۲۱ \times ۲۱}{۴} = ۱۱۰.۲۵$ پس قطر کا باقی حصہ ۱۱۰.۲۵ فیٹ ہو۔

اسی واسطے قطر ۱۱۴.۵۰ فیٹ ہو۔

(۸۸) اس باب و در باب نجم میں جو قاعد بیان ہوئے ہیں ان کی استعانت سے مختلف سوالات

دفنہ کی شکل سے متعلق ہم حل کر کے منوںے کے طور پر

دکھاتے ہیں۔



(۸۹) ارتفاع قوس اور وتر دائرہ معلوم ہیں قوس کا وتر دریافت کرو

یہاں سی داوری ق معلوم ہونے سے دف معلوم ہوگا اس واسطے

موجب دف کے آد معلوم ہو جائیگا۔

(40) مثالین۔

(۱) قوس کا ارتفاع ۹ فیت اور قطر دائرہ ۲۵ فیت ہے۔

بیان ی د = ۹ اور د = ۱۶ اس واسطے آد کا مربع = $۱۶ \times ۹ = ۱۴۴$

پس آد = ۱۲ فیت اس واسطے اب = ۲۴ فیت۔

(۲) قوس کا ارتفاع ۲ فیت اور دائرہ کا قطر ۱۰ فیت ہے۔

بیان ی د = ۲ اور د = ۸ اس واسطے آد کا مربع = $۸ \times ۲ = ۱۶$

پس آد = ۴ فیت اسی واسطے اب = ۸ فیت۔

(41) قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہیں ارتفاع قوس دریافت کرو۔

بیان قطر معلوم کا نصف آس اور وتر معلوم کا نصف آد معلوم ہیں۔

اول موافق دفعہ کے س د دریافت کرو اور آد کو س ی مین سے تفریق کرو تو د ی دریافت ہو جائیگا۔

(42) مثالین

(۱) قوس کا وتر ۲۴ فیت اور دائرہ کا قطر ۲۵ فیت ہے۔

بیان آس = ۱۲ فیت اور آد = ۱۲ فیت

 $۱۲ + \frac{1}{2} ۱۲ = ۱۲ + ۶ = ۱۸$ اور $\frac{1}{2} ۱۲ = ۶$ اور $\frac{1}{2} ۲۴ = ۱۲$ اور $\frac{1}{2} ۱۲ \times \frac{1}{2} ۱۲ = ۳۶$ اور $\frac{1}{2} ۳۶$ کا جذر $\frac{1}{2} ۶$ ہے یعنی $\frac{1}{2} ۳$ اور $\frac{1}{2} ۱۲ - \frac{1}{2} ۳ = ۹$ اسی واسطے دی = ۹ فیت۔

(۲) قوس کا وتر ۹ فیت اور دائرہ کا قطر ۱۰ فیت

بیان آس = ۵ فیت اور آد = ۵ فیت

 $۵ + ۵ = ۱۰$ اور $۵ - ۵ = ۰$ اور ۹ کا جذر ۳ ہے اور $۵ - ۳ = ۲$

اسی واسطے دی = ۲ فیت

(43) قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہیں نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

بیان اس اور اد معلوم بین اول موافق دفعہ ۹۱ کے دی کو معلوم کریں
اور پھر دفعہ ۵۵ یا دفعہ ۸۴ کے موافق اسی کو دریافت کریں۔

(۹۴) مثالین

(۱) وتر قوس ۱۴ انچ اور قطر دائرہ ۵۰ انچ بین
بیان اس = ۲۵ اور اد = ۷ پس موافق دفعہ ۷ کے س = ۲۴ حاصل ہوگا۔
اسی واسطے دی = ۱ اب بموجب دفعہ ۵۵ کے یا ۸۴ کے اسی برابر ۵ کے جذر کے ہے
اگر چارمہ کے اعشاریہ تک جذر نکالیں تو اسی = ۷۰.۴۱ حاصل ہوگا پس
نصف قوس کا وتر ۷۰.۴۱ انچ ہوگا اگر اعشاریہ سات مرتبہ تک نکالیں تو ۷۰.۴۱۰۶۸ حاصل ہونگے۔
(۲) قوس کا وتر ۵۸ انچ ہو اور دائرہ کا قطر ۲۰ انچ۔

بیان اس = ۱۰۰ اور اد = ۲۴ پس دفعہ ۷ کے موافق ۵۱.۵۹ کا جذر س نسبت پس
اعشاریہ کے چار مرتبہ تک عمل کرنے سے س = ۷۰.۲۴۷۴ کے تقریباً حاصل ہوگا
اسی واسطے دی = ۲۴.۴۲ اب اسی کا حساب اپنی فوجہ کے یا موافق دفعہ ۷ کے کرو
اگر اس اور اد اور دی بالکل ٹھیک ٹھیک معلوم ہوں تو دونوں عددوں سے ایک ہی نتیجہ
حاصل ہوگا لیکن اس مرتبہ میں دی بالکل ٹھیک ٹھیک نہیں معلوم کیلئے دونوں عددوں
سے جو نتیجہ نکلتے ہیں ان میں ذرا اختلاف ہوتا ہے دفعہ ۷ کا قاعدہ نہایت آسان ہے
اور اس کے موافق اسی ۲۴.۴۲ کا جذر برائے اسی = ۷۰.۳۲ تقریباً پس نصف
قوس کا وتر تقریباً ۷۰.۳۲ انچ ہے۔

(۹۵) نصف قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہو قوس کا وتر دریافت کرو۔

بیان اسی اور دی معلوم بین اول بہم دفعہ ۸۴ کے موافق دی د کو
پھر بموجب دفعہ ۷ کے اد کو دریافت کرتے ہیں۔

(۹۶) مثالین

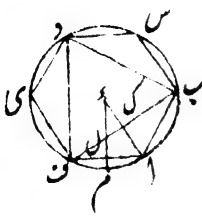
(۱) نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہو اور قطر دائرہ ۳۶ انچ ہو۔
 بموجب نقشہ کے $سی = د = ۴$ اور بموجب نقشہ کے $آد = ۱۲۸$ کا جذر ہو۔
 اس سے معلوم ہوتا ہے کہ $آد = ۱۱۳۱۴$ تقریباً سیوا اب $= ۲۲۷۲۸$ تقریباً پس قوس کا
 وتر ۲۲۷۲۸ انچ تقریباً ہو۔

(۲) نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہو۔
 دفعہ ۴ کی طرح میان $سی = د = ۱$ اور نقشہ کے موافق $آد جذر ۱۶ = \frac{۱}{۴}$ یعنی $\frac{۱۶}{۴}$ کا جذر ہو۔
 اسی واسطے $آد = ۱۲۸$ کی جذر کی $\frac{۱}{۱۶}$ ہے اب اعداد کے تین تہ تک عمل کرنے سے $د = ۳۳۷۷۱$
 اور اسی واسطے اب $= ۵۴۲$ پس قوس تقریباً ۵۴۲ فیٹ ہو۔
 (۴۷) قوس کا وتر اور نصف قوس کا وتر معلوم ہو قطر دائرہ دریافت کرو
 اب میان $آد$ اور اسی معلوم ہونے کے موافق $سی$ کو معلوم کر کے $سی$ کو موافق نقشہ کے دریا کر
 (۴۸) مثالین

(۱) قوس کا وتر ۴۸ انچ اور نصف قوس کا وتر ۲۶ انچ ہو پس
 میان $آد = ۲۴$ اور $سی = ۲۶$ پس نقشہ کے موافق $سی = د = ۱۰$ حاصل ہوتا ہے
 اب موافق نقشہ کے $سی = ۴۰$ $= \frac{۲۶ \times ۲۶}{۱۰}$ $= ۶۷۶$
 پس دائرہ کا قطر ۶۷۶ ہو

(۲) قوس کا وتر ۲۰ انچ ہو اور نصف قوس کا وتر ۱۰.۵ انچ ہو
 میان $آد = ۱۰$ اور $سی = ۱۰.۵$ پس موافق نقشہ کے $سی = د = ۱۰.۵$ کا جذر ہو اعداد
 کے چار تہ تک اکتالیسی $د = ۳۲۰۱۵$ کے حاصل ہوگا اور بموجب نقشہ کے
 $سی = ۳۲۰۱۵$ $= \frac{۱۰.۵ \times ۱۰.۵}{۱۰}$ اس سے معلوم ہوتا ہے کہ $سی = ۳۲۰۱۵$ تقریباً
 پس قطر دائرہ ۳۲۰۱۵ انچ تقریباً ہو۔

(۴۹) بطریق کوہ مشدق و بیاضی اور بارہ ضلع کے گیر اضلاع منظم کو دائرہ بنانا اور ان کے اضلاع



ایک دائرہ کھینچو اگر نصف قطر کے برابر متوازیوں اور

س... دیکھیں تو ایسے چھ وتر برابر دائرہ کے کل

محیط میں سہانگے یا اسکویون بیان کرو کہ اگر دائرہ کے

اندر سید بن ثانیہ مسدس کا ضلع نصف قطر دائرہ کے برابر ہوگا

خطوط مستقیم ب اور ب داوردن کینچیں تو مثلث متساوی الاضلاع بن جائیگا۔

فرض کرو کہ دائرہ کا نصف قطر ایک اینچ ہو اور ب کا معلوم کرنا منظور ہو۔ یہ ایک مثال

دفعہ ۹۵ کی ہو۔

فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز ہر دائرہ کھینچو کہ ب کو نقطہ ک پر قطع کرے۔

ہم کو معلوم ہے کہ ایک = $\frac{1}{4}$ پس ب ک $\frac{1}{2}$ کا جذر ہے یعنی جذر $\frac{1}{2}$ کا $\frac{1}{4}$ سیوا ب کو جذر ہے

اگر اشاریہ کے ساتھ تہ تک عمل کریں تو ب = ۰.۸۱۶۲۵۰۸ اینچ حاصل ہوگا

اب پھر فرض کرو کہ اے عمود آں پر ہو اور اوس عمود کو ب کا محیط نقطہ م پر ملاؤ اور اے م وصل کرو

تو اے م اوس بارہ ضلع کی شکل کا ضلع ہوگا جو دائرہ میں بنائی جاے اے م کا حساب دفعہ ۹۲

کے موافق کر سکتے ہیں۔

۱ = $\frac{1}{4}$ اور ۱ = ۱ پس ۱ = $\frac{1}{4}$ جذر ۳ کے = ۰.۵۷۷۳۵۰۲۵۴

اسی سطح م = ۱.۳۳۴۴۴۹۲ پس اے م = ۲.۶۶۸۸۹۸۴ کا جذر یعنی ۰.۵۱۶۴۲ تقریباً ہو۔

پس جو بارہ ضلع کی شکل دائرہ کے اندر بنائی جاے اوس کا ضلع ۰.۵۱۶۴۲ اینچ تقریباً ہو۔

ساتویں فصل کی مثالین

(۱) ارتفاع قوس ۱۵ اینچ اور وتر نصف قوس ۳ فیٹ ۶ اینچ ہو قطر دریافت کرو۔

(۲) ارتفاع قوس ۲۳۸ فیٹ اور نصف قوس کا وتر ۸۷ فیٹ ہو قطر دریافت کرو۔

(۳) نصف قوس کا وتر ۳ فیٹ ۴ اینچ ہو اور قطر دائرہ ۲۵ فیٹ ہو ارتفاع قوس دریافت کرو۔

(۴) ایک قوس کا نصف وتر ۴۳۳۲ فیٹ ہو اور دائرہ کا قطر ۲۳۶۵ فیٹ ہو قوس کا ارتفاع دریافت کرو۔

- (۵) قوس کا ارتفاع فیٹ ۲۰ اینچ ہو اور قطر دائرہ ۱۱ فیٹ ۳ اینچ ہو نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔
 (۶) ارتفاع قوس ۳۱۲۴ فیٹ اور قطر دائرہ ۲۸۷۶۹ فیٹ ہو نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔
 (۷) قوس کا وتر ۲۰ فیٹ اور ارتفاع قوس ۴ فیٹ قطر دائرہ دریافت کرو۔
 (۸) قوس کا وتر ۷۵۰ فیٹ اور ارتفاع قوس ۲۵۸ فیٹ دائرہ کا قطر دریافت کرو۔
 (۹) وتر قوس ۱۵ اینچ اور قطر دائرہ ۳۰ اینچ ہو نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔
 (۱۰) قوس کا وتر ۲۰ اینچ ہو اور قطر دائرہ ۱۰۰ اینچ نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔
 (۱۱) نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ۶ اینچ ہو اور قطر دائرہ ۴۴ فیٹ ۲ اینچ وتر قوس دریافت کرو۔
 (۱۲) نصف قوس کا وتر ۲۴۴ فیٹ اور قطر دائرہ ۱۶ فیٹ وتر قوس دریافت کرو۔
 (۱۳) قوس کا وتر ۱۲۴۸ گز اور نصف قوس کا وتر ۱۵ فیٹ ۶ اینچ قطر دائرہ دریافت کرو۔
 (۱۴) قوس کا وتر ۲۴۹ فیٹ اور نصف قوس کا وتر ۲ فیٹ قطر دائرہ دریافت کرو۔

آٹھویں فصل محیط دائرہ

(۱۰۰) دائرہ کے قطر اور محیط کے طولوں کی نسبت دریافت کرنے کی اکثر ضرورت پڑتی ہوگی یہ نسبت بالکل صحیح نہ بیان ہو سکے مگر کچھ بھی وہ ایسی صحت کے دریافت ہو سکتی ہو کہ مطلب عملی کی کارروائی میں کچھ خلل نہیں عائد ہوتا۔

(۱۰۱) قطر دائرہ معلوم ہو محیط دائرہ دریافت کرو۔

قاعدہ قطر کو $\frac{1}{2}$ یعنی $\frac{22}{7}$ میں ضرب دو یا یوں قاعدہ کو بیان کر دو کہ قطر کو $\frac{22}{7}$ میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو، پرتقسیم کرو حاصل محیط ہوگا۔

(۱۰۲) مثالیں۔

(۱) قطر دائرہ ۴ فیٹ ۶ اینچ ہو۔

$$۴ \text{ فیٹ } ۶ \text{ اینچ} = ۵۶ \text{ اینچ} \quad ۱۶۶ = ۲۲ \times ۸ = \frac{۲۲}{۷} \times ۵۶$$

پس محیط تقریباً ۱۶۶ اینچ یعنی ۱۴ فیٹ ۸ اینچ کے قریب قریب

(۱۰۸) جب ہم کہتے ہیں کہ قطر کو ۳۱۶۱۳ میں ضرب دو تو اسکو اس طرح بھی کہہ سکتے ہیں کہ ۳۱۶۱۳ کو قطر میں ضرب دو اور یہی کیفیت لون سب قاعدہ دن میں ہر جہاں ضرب اعداد کا بیان ہوا ہے۔

(۱۰۹) مثالیں

(۱) قطر دائرہ ۳۲۵۰ انچ ہے۔

$$\begin{array}{r} ۳۲۵۰ \\ ۳۱۶۱۳ \\ \hline ۲۱۹۹۱۲ \\ ۶۲۸۳۲ \\ ۱۲۵۶۶۴ \\ \hline ۱۳۸۶۱۴۳۲ \end{array}$$

پس محیط تقریباً ۱۳۸۶۱۴۳۲ انچ ہے
(۲) دائرہ کا قطر ۸۰۰۰ میل ہے

$$\begin{array}{r} ۳۱۶۱۳ \\ \hline ۲۵۱۳۲۸۰۰۰ \end{array}$$

پس محیط تقریباً ۲۵۱۳۲۸۰۰ میل ہے

(۱۱۰) طالب علم کو چاہیے کہ وہ خود دائرہ کا محیط اور قطر پائیش کرے مثلاً ایک پیٹا اور اس کے محیط اور قطر کو ناپ کر اس نسبت کو دیکھے اگرچہ نتیجے بالکل صحیح اور سکو جمل نہیں ہونگے مگر پھر بھی اسکو دل میں یقین ہو جائیگا کہ محیط ۳ ۱/۲ گنا قطر سے تقریباً ہوتا ہے۔

(۱۱۱) محیط دائرہ معلوم ہے قطر دائرہ دریافت کرو۔

قاعدہ محیط دائرہ کو ۳ ۱/۲ پر تقسیم کرو یعنی ۲۲ پر یا اس قاعدہ کو یوں بیان کرو کہ محیط کو ۷ میں ضرب دو اور جمل ضرب کو ۲۲ پر تقسیم کرو اور اگر زیادہ ترصحت سے جواب نکالنا منظور ہو تو محیط دائرہ کو ۳۱۶۱۳ پر تقسیم کرو۔

(۱۱۲) مثالیں

محیط دائرہ ۵۰ فیٹ ہے۔

$$\begin{array}{r} 50 \\ 2 \overline{) 350} \\ \underline{100} \\ 250 \\ \underline{100} \\ 150 \end{array}$$

پس قطر ۵۰ فیٹ تقریباً ہے

(۲) محیط دار ۳۶۰ فیٹ ہے

$$\begin{array}{r} 31416 \quad 36000 \quad (11354 \\ 31416 \\ \hline 3513 \\ 31416 \\ \hline 132230 \\ 125622 \\ \hline 185440 \\ 154000 \\ \hline 28940 \\ 282422 \\ \hline 7058 \end{array}$$

پس قطر ۱۱۳۵۴ فیٹ ہے

(۱۱۳) اب ہم چند سوالات جو اس قاعدہ پر موقوف ہیں حل کریں گے۔

(۱) ایک پھیٹہ ایک میل چلنے میں ۱۰۰ دفعہ چکر لگائے تو بتاؤ اس کا قطر کیا ہے۔

یہاں ۱۰۰۰ گنا محیط پھیٹہ کا برابر ۱۶۰ گز کے ہے پس محیط ۱۶۰ گز ہے۔

تو جو بے قرعہ کے قطر $\frac{1}{2}$ ۱۶۰ گز یعنی ۸۰ گز یعنی ۵۶ گز ہے۔

(۲) فرض کرو کہ زمین کا فاصلہ آفتاب سے ۴۵۰۰۰۰۰۰ میل ہو اور زمین آفتاب کے گرد ۳۶۵ گز

دن میں ایک دائرہ میں حرکت کرتی ہو تو بتاؤ زمین ایک منٹ میں کتنے میل چلتی ہے

زمین جو دائرہ بناتی ہو اس کا محیط $2 \times 45000000 \times 31416$ میل یعنی مرتبہ ۵۴۶۹۰۴

میل کے ہو اور ۳۶۵ دن میں ۵۲۵۹۶۰ منٹ ہیں پس میلون کی تعداد کو

منٹوں کی تعداد پر تقسیم کرو تو ۱۱۳۵۴ میل تقریباً حاصل ہوں گے۔

آٹھویں فصل کی مثالین

(۱) محیط دائرہ کو $\frac{1}{2}$ گنا قطر سے فرض کر کے ان قطر دن کے دائروں کے محیط کو درست کرو۔

- (۱) ۱۴ فیٹ (۲) ۸۶ گز افٹ۔
 (۳) ۲۱۳ گز ۲ فیٹ ۸ انچ (۴) ۱ فرلنگ ۶۰ گز
 محیط دائرہ کو ۱۴۱۶ ۲۳ گز قطر سے فرض کر کے ان معلوم قطروں کے دائروں کے محیط دریافت کرو۔
 (۵) ۲۴ فیٹ (۶) ۶۱ گز ۲ فیٹ
 (۷) ۵۵۵ گز افٹ ۶ انچ (۸) ۱ فرلنگ ۸۰ گز
 محیط دائرہ کو ۱۲ گز قطر سے فرض کر کے ان معلوم محیطوں کے دائروں کے قطر دریافت کرو۔
 (۹) ۶۶ گز (۱۰) ۱۰ اجریب (۱۱) ۲ فرلنگ ۴۴ جریب (۱۲) ۱۲۱ ایل
 محیط دائرہ کو ۱۴۱۶ ۲۳ گز قطر سے فرض کر کے ان معلوم محیطوں کے دائروں کے قطر دریافت کرو۔
 (۱۳) ۱۳ افٹ (۱۴) ۲۵ فیٹ (۱۵) ۱۰۸ گز افٹ (۱۶) ۱ فرلنگ
 (۱۷) فرض کرو کہ عطار ۸۸ دن میں آفتاب کے گرد ایک بار چکر کرتا ہے جس کا نصف قطر ۳۴۰۰۰۰۰ میل ہے تو بتاؤ عطار دہ گزے میل ایک سکنڈ میں چلتا ہے۔
 (۱۸) گاڑی کے بچہ کا قطر ۲۰ انچ ہے تو بتاؤ نصف میل چلنے میں کتنے چکر کرے گا۔
 (۱۹) ایک گول روش کے گرد سرک بنی ہوئی ہے اور اس کا محیط پیر ونی ۶۰۰ فیٹ ہے اور محیط اندرونی ۴۸۰ فیٹ ہے اور اس کا عرض دریافت کرو۔
 (۲۰) ایک دائرہ کے قطر اور محیط میں فرق ۱۰ فیٹ ہے قطر دائرہ دریافت کرو۔

تیسرا باب رقبوں کے بیان میں

نویں فصل مربع یا سطح پیمانوں کی جدول

(۱۱۴) رقبوں کے پیمانوں کی جدول جس کو اکثر سطح یا مربع پیمانوں کی جدول کہتے ہیں

بیان کنہی آسانی مطالب کے لیے مناسب ہے

۱۲۴ مربع انچ سے ایک مربع فٹ بنتا ہے

۱۔ اسلئے ۳۶۰ درجوں میں چار قائبے پیدا ہوتے ہیں۔ اور ایک درجہ ۹۰ دقیقوں میں اور دقیقہ ۶۰ ثانیوں میں تقسیم ہوتا ہے۔ دقیقہ اور منٹ کو ایک ہی معنی میں اور ثانیہ اور سکند ایک ہی چیز میں۔
(۱۱۶) درجہ اور دقیقہ اور ثانیہ کے واسطے اختصاراً رموزہ ۱۱۶ مقرر کر لئے ہیں +
مثلاً ۶ درجے ۳۳ دقیقے ۷ ثانیے لکھنے ہوں تو اس طرح لکھینگے کہ ۶° ۳۳' ۷".
(۱۱۷) دائرہ کے مرکز پر جو زاویہ محاذی کسی قوس کی واقع ہوں اس کے درجوں کی تعداد معلوم قوس کا طول دریافت کرو +

قاعدہ ۳۶۰ کو درجوں کی تعداد معلوم سے وہ نسبت ہوگی جو محیط دائرہ کو ہی قوس کے طول سے
(۱۱۸) مثالیں

(۱) دائرہ کا محیط ۳۸۰۰ ہے اور زاویہ مرکز پر محاذی قوس کے ۵۴ درجہ ہی قوس کا طول دریافت کرو
۳۶۰ : ۵۴ :: ۳۸۰۰ : طول مطلوب

$$\frac{۳۶۰}{۵۴} = \frac{۳۸۰۰}{x} \Rightarrow x = \frac{۳۸۰۰ \times ۵۴}{۳۶۰} = ۵۶۲$$

پس قوس کا طول ۵۶۲ ہے
(۲) دائرہ کا محیط ۳۵۰۰۰ ہے اور قوس کے محاذی زاویہ مرکز پر ایک درجہ کا ہی قوس کا طول دریافت کرو
۳۶۰ : ۱ :: ۳۵۰۰۰ : طول مطلوب

$$\begin{array}{r} ۳۵۰۰۰ \times ۱ \\ \hline ۳۶۰ \\ \hline ۹۷۲۲۲ \end{array}$$

توس کا طول ۹۷۲۲۲ میل ہے

(۱۱۹) قوس کا طول معلوم ہو جو زاویہ مرکز پر اس کے محاذی واقع ہوا اسکے درجوں کی تعداد دریافت کرو
قاعدہ محیط دائرہ کو طول قوس سے وہ نسبت ہو جو ۳۶۰ کو زاویہ مطلوب کے درجوں کی تعداد سے
(۱۲۰) مثالیں

(۱) محیط دائرہ ۵۰ فیٹ اور طول قوس ۸ فیٹ

۵۰ : ۸ :: ۳۶۰ : تعداد مطلوب درجات

$$\frac{360}{50} = \frac{288}{5} = \frac{340 \times 8}{5}$$

زاویہ ۳۵۰ درجوں کا ہے

(۲) محیط دائرہ ۲۵۰۰۰ میل اور قوس ۵۰ میل

۲۵۰۰۰ : ۵۰ :: ۳۶۰ : تعداد درجات مطلوب

$$108 = \frac{360 \times 50}{25000} = \frac{360 \times 40}{25000} = \frac{360 \times 3}{10}$$

پس زاویہ ۱۰۸ درجہ کا ہے

(۱۲۱) قوس کا وتر اور نصف قوس کا ہی وتر معلوم ہیں قوس کا طول دریافت کر دو
قاعدہ نصف قوس کے اٹھ گئے ہیں کل قوس کا وتر تقریبی کر دو حاصل تقریبی کو ۳ پر تقسیم کر دو
یہ قاعدہ بالکل ٹھیک نہیں اسی قوس کا طول جتنا ہونا چاہئے اوسے کچھ کم دریافت ہوتا
اگر زاویہ مرکز پر قوس کے سامنے ۹۰ درجہ کا ہو تو غلطی بقدر ۱/۱۰ طول قوس کے واقع
ہوگی جتنا زاویہ بڑھتا جائیگا غلطی بھی اتنی بڑھتی گھٹتی جائیگی

(۱۲۲) مثالین

(۱) وتر قوس ۱۴ انچ اور نصف قطر دائرہ ۲۵ انچ ہے
موجب نصف قوس کا وتر ۱۰۴۰۶۰۶۰۶۰ انچ ہے

$$450610460$$

$$\frac{8}{5450485222}$$

$$14$$

$$3 \quad 1451895141$$

$$1451895141$$

پس قوس کا طول ۱۴۵۱۸۹۵۱۴۱ انچ ہے

(۲) وتر قوس ۵۸ اینچ ہے اور نصف قطر دائرہ ۱۰۰ اینچ ہے
بموجب دفعہ ۹۴ کے وتر نصف قوس کا ۲۹۵۳۲ اینچ ہے

$$\begin{array}{r} ۲۹۵۳۲ \\ ۲۳۳۵۹ \\ \hline ۳ \overline{) ۵۸۶۵۵} \\ ۵۸۶۵۵ \end{array}$$

پس قوس کا طول ۵۸۶۵۵ اینچ ہے

(۱۲۳) دفعہ ۱۱ قاعدہ کے استعمال سے جس غلطی کا ہم بیان کیا ہو وہ تقریباً قوس چھو ہوگی اور یہی غلطی نسبت بڑی قوس کے غلطی کے کم ہوگی اس واسطے بعض صورتوں میں اس کی ضرورت ہوگی کہ بجائے کل قوس کے طول کے نصف قوس کے طول کا حساب بموجب قاعدہ اسطرح کریں کہ ایک چوتھائی قوس کی وتر کو آٹھ گنا کر کے اور میں سے نصف قوس کا وتر تفریق کریں اور حاصل تفریق کو دو میں ضرب دیں اور حاصل ضرب کو تین پر تقسیم کریں

(۱۲۴) دفعہ ۱۲ میں جو قاعدہ قوس کے طول دریافت کرنے کا لکھا ہے اس سے زیادہ صحیح قاعدہ یہ ہے مگر اس کو دو مان بڑا چاہئے جہاں زیادہ تر صحت منظور ہو

قاعدہ چوتھائی قوس کے وتر کو ۲۵ گنا کر دے اور حاصل ضرب کو وتر قوس زیادہ کر دے اور نصف قوس کے وتر کو چالیس گنا کر کے تفریق کر دے اور حاصل تفریق کو ۴۵ پر تقسیم کر دے

اس قاعدہ قوس کا طول جتنا ہونا چاہئے اس سے ذرا زیادہ نکلتا ہے اگر دائرہ کے مرکز پر زاویہ ۴۵ درجہ ہو تو اس کے سامنے کی قوس کے طول میں غلطی کم حصہ قوس واقع ہوگی جتنا زاویہ بڑھے گا اتنی غلطی بڑھی ہوگی اور جب تنا زاویہ گہٹے گا اتنی ہی غلطی گہٹگی +

(۱۲۵) اب ہم بعض مثالیں مشق کے لئے حل کرتے ہیں

(۱) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے تو کل ۹۰ درجہ کے قطاع کا مجموعہ منسلع دریافت کر دے

چونکہ قطر ایک فٹ ہے تو محیط دائرہ کا ۳۱۴۱۵۹۲ یعنی ۳۱۴۱۵۹۲ ہے

۳۶ : ۹۰ :: ۴۵۲۸۳۲ : طول قوس

پس قوس کا طول ۱۶۰۴۲ ہو اور نصف قطرون کا طول جو ۲ فٹ ہے زیادہ کر دو تو کل مجموعہ اضلاع ۳۰۴۲۰ فٹ ہے۔

(۲) درجہ کی قطاع کا کل مجموعہ اضلاع ۲۰ فٹ ہے نصف قطر دریافت کرو + مثال گذشتہ کے نتیجہ کو استعمال میں لاؤ تو ہم متناسب حاصل ہوگا

۲ : ۳۰ :: ۱۶۰۴۲ : نصف قطر مطلوب

اس سے معلوم ہوا کہ نصف قطر مطلوب = $\frac{۲۰}{۳۰۴۲۰} \times ۱۶۰۴۲$ فٹ تقریباً

فصل نہم کی مثالین

- (۱) دائرہ کا نصف قطر ایچ ہو اور قوس کے سامنے زاویہ مرکز پر ہے تو قوس کا طول دریافت کرو
- (۲) دائرہ کا نصف قطر ۹ فٹ ایچ ہو اور قوس کے سامنے زاویہ مرکز پر ہے تو قوس کا طول دریافت کرو
- (۳) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فٹ ایچ ہو اور قوس کا طول ۵ ایچ ہو تو زاویہ جو اس کے سامنے مرکز پر ہو دریافت کرو
- (۴) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ایچ ہو اور قوس کا طول ۱۰ فٹ ایچ ہو تو قوس کے سامنے زاویہ مرکز پر ہو دریافت کرو
- (۵) ایک قوس کا طول ۴ ایچ ہے اور نصف قوس کا وتر ۹ ایچ قوس کو دریافت کرو
- (۶) قوس کا وتر ۵ ایچ ہے اور دائرہ کا نصف قطر ۹ ایچ ہے قوس دریافت کرو
- (۷) قوس کا وتر ۴ ایچ ہو اور دائرہ کا نصف قطر ۹ ایچ ہو قوس کو دریافت کرو
- (۸) دائرہ کا نصف قطر ۵ ایچ ہے تو ۹ کے قطاع کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو
- (۹) دائرہ کا نصف قطر ۹ ایچ ہے اس قطعہ کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو کہ جبکہ قوس کے سامنے زاویہ مرکز پر ۹۰ ہے
- (۱۰) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فٹ ایچ ہو اور دائرہ کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو
- (۱۱) نصف دائرہ کا مجموعہ اضلاع ۱۰۰ فٹ ہے نصف قطر دریافت کرو
- (۱۲) دائرہ کا نصف قطر ۲ ایچ ہے اور زاویہ مرکز پر ۳۰، ۴۰، ۵۰، ۶۰، ۷۰، ۸۰، ۹۰ ہے اس کے سامنے کے قوس کا طول دریافت کرو

نویں فصل مربع یا سطح پیمانوں کی جدول

(۱۲۶) رقبہ کے پیمانوں کی جدول جسکو اکثر سطح یا مربع پیمانوں کی جدول کہتے ہیں یہاں آسانی مطالب کے لئے مناسب ہے +

- ۱۴۴ مربع اینچ سے ایک مربع فٹ بنتا ہے
- ۹ مربع فیٹ سے ایک مربع گز بنتا ہے
- ۳۶ مربع گز سے ایک مربع فیدم بنتا ہے
- ۲۷۲ مربع فیٹ سے یعنی ۳۱ مربع گز سے ایک مربع بولہ روڈ بنتا ہے
- ۱۰۰ مربع پول سے ایک مربع فرنگ بنتا ہے
- ۶۴ مربع فرنگ کا ایک مربع میل ہوتا ہے

اس ۲۷۲ پول مرتب ہوتی ہے

مربع اینچ	مربع فیٹ	مربع گز	مربع روڈ	مربع فرنگ	مربع میل
۱	۱۴۴	۹	۳۶	۲۷۲	۱۰۰
۱۴۴	۱۲۹۶	۸۱	۳۲۴	۲۴۲	۱۰۰
۳۶	۳۲۴	۲۷	۱۰۸	۱۰۸	۱۰۰
۲۷۲	۲۷۲	۲۷۲	۲۷۲	۲۷۲	۲۷۲
۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰

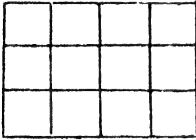
(۱۲۷) یہ اصطلاحات ہی رقبہ کے بتلانہ پیمانوں کا نام آتے ہیں گز کا مربع جریب کا مربع روڈ ایکڑ سوہہ بیگمہ سو اسی کچو اسی وغیرہ

ایک مربع جریب میں ۲۷۲۲ یعنی ۲۷۲۲ مربع گز ہوتے ہیں ایک ڈیڑھ پول کا یعنی ۱۲۰ مربع گز کا ہوتا ہے اور ایک ایکڑ روڈ کا ہوتا ہے یعنی ۸۴۰۰ مربع گز کا پس ایک ایکڑ جریب کا مربع ہوتا ہے ایک مربع جریب میں ۱۰۰۰ یعنی ۱۰۰۰ مربع گز ہوتے ہیں اس لئے ایک ایکڑ میں ۱۰۰۰۰ مربع گز ہوتی ہیں۔ ایک ہندوستانی جریب کا مربع بیگمہ کہلاتا ہے

ایک بیگہ میں ۲۰ سبوح اور سبوح میں ۲۰ سبوح انسی اور سبوح انسی میں ۲۰ کچوانسی ہوتے ہیں

گیارہویں فصل سطح قائم الزاویہ یعنی متطیل

(۱۱۸) فرض کرو کہ ایک قائم الزاویہ ۴۰ انچ لمبی اور سائچ چوڑی ہے ایک ایک انچ کے فاصلہ خطوط متوازی الاضلاع تک کہ سچو تو قائم الزاویہ بارہ برابر شکلوں میں منقسم ہوگی اور ان میں سے ہر ایک



ایک مربع ہے جو ایک انچ لمبا اور ایک انچ چوڑا ہے
تو قائم الزاویہ میں ۱۶ مربع انچ ہیں اور اسکو اسطرح بیان کیا
کرتے ہیں کہ قائم الزاویہ کا رقبہ ۱۶ مربع انچ ہے

۱۶ کا اعداد ۱۶ اور ۱۶ کا حاصل ضرب ہے جسے کہ قائم الزاویہ کا طول اور عرض تعبیر ہوتا ہے +

(۱۱۹) اگر ایک قائم الزاویہ ۴۰ انچ لمبی اور ۲۰ انچ چوڑی ہو تو سہم اوپر کی طرح دکھائی دے گی کہ اسکا
رقبہ گناہ مربع انچ کا یعنی ۸۰۰ مربع انچ ہے اور اسطرح اگر قائم الزاویہ ۹۰ انچ لمبا اور ۳۰ انچ چوڑا
ہو تو اسکا رقبہ گناہ مربع انچ کا یعنی ۲۷۰۰ مربع انچ ہے اور علیٰ ہذا القیاس

(۱۲۰) اسطرح اگر ایک قائم الزاویہ ۴۰ فیٹ لمبی اور ۳۰ فیٹ چوڑا ہو تو رقبہ ۱۲۰۰ مربع فیٹ ہوگا
یعنی قائم الزاویہ ۱۶ برابر شکلوں میں منقسم ہوگی جن میں سے ہر ایک ایک فیٹ لمبی اور ایک فیٹ
چوڑی ہوگی اگر ایک قائم الزاویہ ۴۰ گز لمبی اور ۳۰ گز چوڑی ہو تو اسکا رقبہ ۱۲۰۰ مربع گز ہوگا اور
علیٰ ہذا القیاس +

(۱۲۱) متدیون کو بڑی خوشی اس بات کو دیکھنا چاہئے کہ رقبہ کس طرح ناپے جاتے ہیں یعنی
چیزیں قابلیت مساحت کی کتنی ہیں اور سب میں ایک اصول مساحت بالعموم متعلق ہوتا ہے
مثلاً جب ہم طول ناپتے ہیں تو ضرور کسی طول کو ایک پیمانہ معین ٹہراتے ہیں خواہ وہ ایک انچ
ہو خواہ ایک فیٹ اور اس پیمانہ ہی سے اوٹو لون کا اندازہ بتلاتے ہیں پس جت کہتے ہیں کہ
ایک خط کا طول ۱۰ انچ ہے تو اس سے مراد ہوتی ہے کہ خط ہلکے پیمانہ معین ایک انچ سے ۱۰ گنا ہے
اسطرح جب ہم رقبہ ناپتے ہیں تو کسی رقبہ کو ضرور ایک پیمانہ معین مقرر کرتے ہیں اسی پیمانہ کا مقابلہ کر

اور رقبوں کا اندازہ بتلائے ہیں۔ رقبوں کے اندازہ بتلانے کے واسطے مربع کو پیمانہ مقرر کرتے ہیں اس میں بڑی آسانی ہوتی ہے اور یہ پیمانہ کا مربع خواہ ایک مربع انچ ہو خواہ ایک مربع فٹ ہو یا مربع کڑھی وغیرہ (۱۲۲) کسی قائم الزاویہ کے رقبہ کے دریافت کرنے کے لئے ضرور ہے کہ ہم طول اور عرض کو ایک جنس کے پیمانہ میں بیان کریں پس جو اعداد طول اور عرض کو تعبیر کرنے کے لئے حاصل ضرب قبہ کو تعبیر کریں گے اگر طول اور عرض دونوں انچوں میں تعبیر ہوں تو رقبہ انچ مربعوں میں بیان ہو گا اور اگر طول اور عرض دونوں فٹوں میں تعبیر ہوں تو رقبہ مربع فٹوں میں تعبیر ہو گا اور علیٰ ہذا القیاس۔

(۱۲۳) اب طالب علم کی سمجھ میں آگیا ہو گا کہ شکلوں کے رقبوں کا کس طرح حساب کرتے ہیں اور قاعدوں کو کس طرح صحت کے ساتھ استعمال میں لاتے ہیں۔ قواعد کو اختصار کے ساتھ ہم بیان کرنے کے اگر طالب علم اوپر کے بیانات کو سمجھ گیا ہو گا تو اس کو اگر سمجھنے میں دقت نہیں آتی تو یہی (۱۲۴) قائم الزاویہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ طول کو عرض میں ضرب حاصل ضرب قبہ ہو گا۔

بعض اوقات عرض اور طول کی جگہ بلند اور ارتفاع کو بیان کیا کرتے ہیں کہ قاعدہ ارتفاع میں ضرب

(۱۲۵) مثالیں

(۱) ایک قائم الزاویہ کا طول ۳ فٹ ۴ انچ اور عرض ۲ فٹ ۶ انچ ہے

۳ فٹ ۴ انچ = ۴۰ انچ اور ۲ فٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ

$$۳۰ \times ۴۰ = ۱۲۰۰$$

رقبہ ۱۲۰۰ مربع انچ ہے

یا اس طرح کہ ۳ فٹ ۴ انچ = ۳۳ ۱/۳ فٹ اور ۲ فٹ ۶ انچ = ۲ ۱/۲ فٹ

$$۳۳ \frac{1}{3} \times ۲ \frac{1}{2} = \frac{۳۳}{۳} \times \frac{۵}{۲} = \frac{۵۵}{۲} = ۲۷ \frac{۱}{۲}$$

پس رقبہ ۲۷ ۱/۲ مربع فٹ ہے

(۲) قائم الزاویہ کا طول نصف میل ہے اور عرض ۲۲۰ گز ہے

(۱۰۸) جب ہم کہتے ہیں کہ قطر کو ۳۱۶۱۳ میں ضرب دو تو اسکو اس طرح بھی کہہ سکتے ہیں کہ ۳۱۶۱۳ کو قطر میں ضرب دو اور یہی کیفیت لون سب قاعدہ دن میں ہر جہاں ضرب اعداد کا بیان ہوا ہے۔

(۱۰۹) مثالیں

(۱) قطر دائرہ ۳۱۶۱۳ اچھڑے۔

$$\begin{array}{r} ۳۱۶۱۳ \\ ۲۱۴۹۱۲ \\ ۶۲۸۳۲ \\ ۱۲۵۶۶۴ \\ ۱۳۸۶۱۴۳۲ \end{array}$$

پس محیط تقریباً ۱۳۸۶۱۴۳۲ اچھڑے
(۲) دائرہ کا قطر ۸۰۰۰ میل ہے

$$\begin{array}{r} ۳۱۶۱۳ \\ ۲۵۱۳۲۸۰۰۰ \end{array}$$

پس محیط تقریباً ۲۵۱۳۲۸۰۰۰ میل ہے

(۱۱۰) طالب علم کو چاہیے کہ وہ خود دائرہ کا محیط اور قطر پائیش کرے مثلاً ایک پیسا اور اس کے محیط اور قطر کو ناپ کر اس نسبت کو دیکھے اگرچہ نتیجے بالکل صحیح اور سکو جمل نہیں ہونگے مگر پھر بھی اسکو دل میں یقین ہو جائیگا کہ محیط ۳ ۱/۲ گنا قطر سے تقریباً ہوتا ہے۔

(۱۱۱) محیط دائرہ معلوم ہے قطر دائرہ دریافت کرو۔

قاعدہ محیط دائرہ کو ۳ ۱/۲ پر تقسیم کرو یعنی ۲۲ پر یا اس قاعدہ کو یوں بیان کرو کہ محیط کو ۷ میں ضرب دو اور جمل ضرب کو ۲۲ پر تقسیم کرو اور اگر زیادہ ترصحت سے جواب نکالنا منظور ہو تو محیط دائرہ کو ۳۱۶۱۳ پر تقسیم کرو۔

(۱۱۲) مثالیں

محیط دائرہ ۵۰ فیٹ ہے۔

کہ ۴۴ مربع انچ کا ایک مربع فٹ ہوتا ہے مربع فٹ ایک قائم الزاویہ ہے جس کا طول ۱۲ انچ اور عرض ۱۲ انچ ہے اور اس واسطے موجب ۲۸ کے ایک مربع فٹ ۱۲ x ۱۲ مربع انچ یعنی ۱۴۴

مربع انچ ہے +

(۱۳۰) اگر کمر کو مربع کا قریب معلوم ہو تو مربع کے ضلع کا طول اس طرح دریافت کر سکتے ہیں کہ جو عدد کو تعبیر کرتا ہو اس کا جذر نکالیں مثلاً مربع کا رقبہ ۱۲۱ مربع انچ ہو تو ۱۲۱ کا جذر ۱۱ ہے پس مربع کے ضلع کا طول ۱۱ انچ ہے اب فرض کر دو کہ مربع کا رقبہ ۱۵۰ مربع انچ ہے اب یہاں جذر پورا نہیں نکل سکتا ہے اسلئے ضلع کا طول صحیح صحیح نہیں دریافت ہو سکتا ہے اگر تین مرتبہ تک عشریہ نکالیں تو ۱۲.۲۲۲ انچ طول مطلوب دریافت ہو گا +

(۱۳۱) طالب علم کو ہمیشہ مربع فٹ اور فٹ مربع میں تیسر کرنی لازم ہے مثلاً ۲ مربع فٹ سے مراد اوس رقبہ ہے جو تین ایسی حصوں میں منقسم ہوتا ہے کہ ہر ایک اونٹ میں ایک مربع فٹ ہے اور ۲ فٹ مربع سے مراد اوس مربع سے ہے جس کا ضلع طول میں ۲ فٹ ہے اور اوس شکل میں مربع فٹ ہے اور اسی طرح ۴ فٹ مربع سے مراد اوس مربع سے ہے جس کا ضلع ۴ فٹ طول میں ہے پس اوس مربع میں ۱۶ مربع فٹ ہیں +

(۱۳۲) اب چند مثالیں مشق کے واسطے اس باب کے قواعد سے حل کرتے ہیں

(۱) ایک کمرہ ۱۸ فٹ ۶ انچ لمبا اور ۱۱ فٹ ۲ انچ چوڑا ہے تو بتاؤ اوس کمرہ میں ۳۰ انچ چوڑے عرض کا فرش ۶ گز کا کتنا اور کس قیمت کا لگے گا

اول فرش مطلوب کا طول دریافت کرتے ہیں کمرہ کا طول ۱۸ ۱/۲ فٹ ہے۔

اور عرض ۱۱ ۱/۲ فٹ ہے اس کے معلوم ہوا کہ کمرہ کا رقبہ ۳۴ ۱/۲ x ۱۹ ۱/۲ مربع فٹ ہے یعنی ۱۶۶۵ ۱/۴ مربع فٹ ہے

اور فرش کا عرض ۲ ۱/۲ فٹ ہے اس کے معلوم ہوا کہ فرش کا طول ۶۵۶ ۱/۲ کو ۱/۲ تقسیم کر نیسے حاصل ہو گا

یعنی ۱۶۵۶ ۱/۴ x ۲ ۱/۲ فٹ یعنی ۳۳۳۳ فٹ اب آگے علم حساب کا کام ہے کہ ایک گز کی قیمت

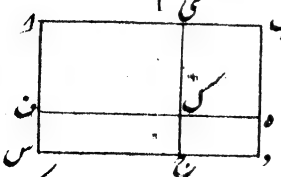
۴۰ روپے تو قیمت ۳۳۳۳ فٹ کی کیا ہوگی حاصل ۱/۲ x ۳۳۳۳ = ۱۶۶۵ ۱/۴ آئے

یعنی ۳۳۳ آنہ یعنی ۶۶ آنہ کی معنی ۱۰ روپیہ ۶۷ پائی ہے
 کچھ بیان کرنیکی ضرورت نہیں معلوم ہوتی کہ حساب جو فرش نکلا ہو اس زیادہ فرش کمہ زمین
 اسلئے کہ فرش کے کٹے جب جوڑے جائینگے تو کچھ فرش کا ٹکڑا جوڑنے میں یا سیوں میں ضائع جائیگا
 (۲) ایک کمہ ۱۸ فیٹ ۶ انچ لمبا اور ۱۱ فیٹ ۵ انچ چوڑا ہے اور ۱۰ فیٹ لمبہ ہے تو چاروں دیواروں
 رقبہ دریافت کرو +

اب دو دیواروں میں سے ہر ایک دیوار میں $10 \times \frac{3}{4}$ مربع فیٹ ہیں اور دو دیوار میں اور میں
 اوٹھن میں سے ہر ایک کا رقبہ $10 \times \frac{3}{4}$ مربع فیٹ ہے اسلئے کل رقبہ برابر اس قائم الراویہ رقبہ کو ہی
 جس کا ارتفاع ۱۰ فیٹ ہے اور قاعدہ $25 + 25$ فیٹ ہے پس کل رقبہ 11×10 فیٹ ہے
 یعنی ۹۵ مربع فیٹ

(۳) ایک قطعہ زمین قائم الراویہ کی شکل کا ہے اور اوپر گہاس دگی ہوتی ہے اور وہ ۱۰۰ فیٹ لمبا اور ۱۰۰
 ایک سڑک بجری کی ۴ فیٹ چوڑی گردگھاس کے بنی ہوئی ہے تو اس سڑک کا رقبہ دریافت کرو
 طول ۱۰۰ فیٹ اور عرض ۱۰۰ فیٹ اس قائم الراویہ کا ہے جس میں سڑک بھی داخل ہے
 اس واسطے رقبہ اس قائم الراویہ کا 100×100 مربع فیٹ یعنی ۱۰۸۱۴۴ مربع فیٹ اور رقبہ قطعہ
 گہاس کا 100×100 مربع فیٹ یعنی ۱۴۰۰۰ مربع فیٹ ہے اور رقبہ سڑک کا 100×100 - ۱۸۱۴۴ = ۱۶۰۰۰
 یعنی ۲۱۸۴۴ مربع فیٹ ہے +

(۴) ایک قائم الراویہ چار حصوں میں دو خطوط متوازی سے تقسیم ہوتی ہے اور یہ خطوط متوازی
 اضلاع کے فاصلہ معلوم سے پہنچ گئے ہیں تو ان چاروں قائم الراویہ کا رقبہ دریافت کرو
 فرض کرو کہ وہ سب قائم الراویہ ہے



اور اب ۱۶ انچ اور اس ۹ انچ
 اور اسی ۱۰ انچ اور ۱۰ انچ ہے
 نقطہ ی سے اس کا متوازی ی کس اور نقطہ ن سے اب کا متوازی ن ک کہ کہینچا گیا ہے

توی ب = ۶ اینچ اور ف س = ۲ اینچ
 وی ک ن کا رقبہ = ۱۰×۱۰ یعنی ۱۰۰ مربع اینچ کی
 وی ب ک کا رقبہ = ۴×۴ یعنی ۱۶ مربع اینچ کے
 ن ک ج س کا رقبہ = ۱۰×۲ یعنی ۲۰ مربع اینچ کے
 ک ج د کا رقبہ = ۴×۲ یعنی ۸ مربع اینچ کے

ان چاروں قبوں کا مجموعہ ۱۴۴ مربع اینچ ہے اور وہ برابر ہے ۱۲×۱۲ مربع اینچ کے
 اگر یہ مثال نہایت آسان ہے مگر اوس سے علم حاصل کیا کہ مسئلہ کا ثبوت انکھونکے سامنے دکھائی دیتا ہے
 ۱۰ اور ۶ کا مجموعہ ضرب یا گیا ۷۰ اور ۲ کے مجموعہ میں برابر ہے ۱۰×۲ اور ۶×۱۲ اور ۶ کے مجموعہ کے
 زہ، ایک قائم الزاویہ ۵ اینچ یعنی ۵ اینچ چوڑی ہے اوس کا رقبہ یافت کرو
 بموجب قاعدہ ۳ دفعہ ۳ کے رقبہ ۹ \times ۵ مربع اینچ ہے یعنی ۴۵ مربع اینچ کے
 لیکن ۵ دفعہ ۳ کا قاعدہ کا ثبات اوس صورت میں ہے کہ اعداد صحیح ہوں اسلئے اس بات کا ثابت کرنا
 ضرور ہوا کہ قاعدہ اوس صورت پر ہی حاوی ہے کہ طول اور عرض کسر میں ہوں
 کسر و کھانسیب متحد کیا تو ۵ \times ۳۵ اینچ اور ۳۵ \times ۵ اینچ ہوئی اب فرض کرو کہ ایک پنچ کا ۱/۴ حصہ طول کا پیمانہ واحد
 قائم الزاویہ کے طول میں ۳۵ اور عرض میں ۲۲ ایسی پیمانہ واحد سے تعبیر ہوگا
 اور اسی واسطے قائم الزاویہ کا رقبہ ۳۵ \times ۲۲ مربع اینچ اس پیمانہ واحد کے ہونگے اور ایک اینچ مربع میں اس پیمانہ واحد کے
 ۵۴ \times ۵۴ مربع اینچ اسلئے قائم الزاویہ کا رقبہ $\frac{۲۲ \times ۳۵}{۵۴ \times ۵۴}$ مربع اینچ

یعنی $\frac{۳۵ \times ۲۲}{۵۴}$ مربع اینچ یعنی ۱۵ \times ۱۵ مربع اینچ ہے

گیارہویں فصل کی مثالین

مربعوں کے اضلاع کے طول تفصیل ذیل میں ان کے رقبہ مربع گزوں میں دریافت کرو

(۱) ۴ گز (۲) ۲۴ گز (۳) ۳۷ گز (۴) ۳۰ گز

مربعوں کے اضلاع کے طول تفصیل ذیل میں ان کے رقبہ مربع گزوں اور مربع فٹوں میں دریافت کرو

(۵) ۱۰ گز ۲ فٹ	(۶) ۱۲ گز ۱ فٹ
(۷) ۱۸ گز ۲ فٹ	(۸) ۲۰ گز ۱ فٹ
مربعون کے اضلاع کے طول تفصیل ذیل میں اون کے رقبے مربع گزوں مربع فٹوں مربع انچوں میں دریافت کرو	
(۹) ۳ گز ۲ فٹ ۴ انچ	(۱۰) ۵ گز ۲ فٹ ۸ انچ
(۱۱) ۸ گز ۱ فٹ ۹ انچ	(۱۲) ۱۴ گز ۱ فٹ ۱۰ انچ
مربعون کے اضلاع کے طول تفصیل ذیل معلوم ہیں اون کے رقبے ایکریو ڈیڑھ پوٹ مربعوں میں دریافت کرو	
(۱۳) ۲۰ جریب ۵۰ کڑی	(۱۴) ۲۵ جریب ۲۵ کڑی
(۱۵) ۱۲ جریب ۴۵ کڑی	(۱۶) ۲۶ جریب ۵۶ کڑی
مربعون کے قطر تفصیل ذیل میں اون کے رقبے دریافت کرو	
(۱۷) ۲۵۵ فٹ	(۱۸) ۸۸ گز ۲ فٹ ۳ انچ
(۱۹) ۱۲ جریب ۲۵ کڑی	(۲۰) ۱۸ جریب ۲۶ کڑی
مربعون کے رقبے تفصیل ذیل میں اون کے اضلاع دریافت کرو	
(۲۱) ۱۷۶۴ مربع گز	(۲۲) ۷۲۵۰ مربع گز
(۲۳) ۷۲۵۲۹ مربع گز	(۲۴) $\frac{1}{14}$ مربع میل
(۲۵) ۱۷۰ ایکر	(۲۶) $\frac{1}{2}$ ایکر
(۲۷) ۶۴۰۰۰۰۱۶ مربع فٹ	(۲۸) ۳ ایکر ۱۳ پوٹ ۵۳ مربع گز
ان مربعون کے رقبے تفصیل ذیل معلوم ہیں اون کے اضلاع کے طول کو تین مرتبہ کی اعشاریہ تک یافت کرو	
(۲۹) ۱۲۰ مربع فٹ	(۳۰) ۲۸۷ مربع فٹ
(۳۱) ۴۷۸ مربع گز ۱ مربع فٹ	(۳۲) ۵۲۶ مربع گز ۲ مربع فٹ ۹۰ مربع انچ
(۳۳) ۱۵۰ ایکر	(۳۴) $\frac{3}{4}$ ایکر
(۳۵) جس مربع کا رقبہ ۷ مربع انچ ہے اس کا قطر دریافت کرو +	

(۳۶) سطح کی بساط .. مربع پنج اور اوسکے ہر طرف آٹھ آٹھ خانے مربع کی صورت کے بنے ہوں گے مین تو بتاؤ ایک خانہ کا طول کیا ہے +

قائم الزاویوں کے طول عرض تفصیل ذیل معلوم ہیں اوسکے رقبہ ۱۶ مربع فٹ مین دریافت کرو

(۳۸) ۲۴ سے ۱۸

(۳۷) ۲۰ سے ۱۴

(۴۰) $\frac{1}{4}$ سے $\frac{1}{2}$ ۱۸

(۳۹) $\frac{1}{4}$ سے ۱۵

قائم الزاویوں کے طول عرض تفصیل ذیل معلوم ہیں یکو رقبہ مربع گز اور فٹوں مین دریافت کرو

(۴۱) ۵ گز ۲ فٹ سے ۶ گز (۴۲) ۶ گز ۱ فٹ سے ۸ گز ۲ فٹ

(۴۳) ۱۰ گز ۱ فٹ سے ۱۲ گز ۱ فٹ (۴۴) ۹ گز ۲ فٹ سے ۸ گز ۲ فٹ

قائم الزاویوں کی استداد تفصیل ذیل معلوم ہیں اوسکے رقبہ مربع گز فٹ پانچ مین دریافت کرو

(۴۵) ۲ گز ۱ فٹ سے ۳ گز ۱ فٹ ۳ پانچ

(۴۶) ۳ گز ۱ فٹ ۳ پانچ سے ۴ گز ۲ فٹ

(۴۷) ۴ گز ۲ فٹ ۸ پانچ سے ۵ گز ۲ فٹ ۱۰ پانچ

(۴۸) ۶ گز ۱ فٹ ۹ پانچ سے ۸ گز ۲ فٹ ۱۱ پانچ

قائم الزاویہ کی استداد تفصیل ذیل معلوم ہیں اوسکے رقبہ ایکروڑ پول مین دریافت کرو

(۴۹) ۵ جریب ۴ کڑی سے ۶ جریب ۲۵ کڑی

(۵۰) ۷ جریب ۴ کڑی سے ۸ جریب ۱۲ کڑی

(۵۱) ۹ جریب ۲۴ کڑی سے ۱۰ جریب ۶ کڑی

(۵۲) ۱۰ جریب ۸۰ کڑی سے ۱۲ جریب ۴۰ کڑی

رقبہ اوسط قائم الزاویوں کی تفصیل ذیل معلوم ہیں اوسکے عرض دریافت کرو

(۵۳) رقبہ ۱۰۵۶ مربع فٹ طول ۱۱ گز

(۵۴) رقبہ ایک ایکروڑ پول ۱۱۰ گز

(۵۵) رقبہ ایک مربع میل طول ۵ میل

(۵۶) رقبہ ۱۰۰ ایکڑ طول ۲ ۱/۲ میل

(۵۷) رقبہ ۵۲ ایکڑ طول ۱۱ ۱/۲ میل

(۵۸) رقبہ ۵ ۱/۲ ایکڑ طول ۳۲ جریب

(۵۹) رقبہ ۱۸ ایکڑ اور ۵۵ پھول طول ۵۲ گز ۲۰ فیٹ ۳ اینچ

(۶۰) ایک تختہ ۱۸ اینچ چوڑا ہوا دسکا کیا طول کہیں کہ وہ مساحت میں ایک مربع گز ہو

(۶۱) ایک قائم الزاویہ ۹ اینچ سے ۱۸ اینچ ہے تو بتاؤ اس کا رقبہ کونسی اعشاریہ مربع گز کی ہے

(۶۲) قائم الزاویہ ۲۱ گز لمبی اور ۲ گز چوڑی ہے اس کا رقبہ کواکیر کی کس میں بیان کرو

(۶۳) چوتھائی میل چوڑا ایک بازار ہے اگر بازار کے ایک طرف ۴۰ فیٹ چوڑا فرش بنائیں تو

تو بتاؤ وہ کتنے مربع گز ہوگا

(۶۴) ایک کہیت متطیل کی شکل کا ہوا زمین سے زمین کاٹ کر ایک متطیل کی شکل کا باغ بنایا

بنا ہے کہ او زمین پون ایکڑ زمین آتی ہو اور اس کا ایک ضلع تو کہیت ہی کا ضلع ہو اور اس کا

طول ۲ ۱/۲ جریب ہو دوسرے ضلع کا طول دریافت کرو

(۶۵) ایک متطیل کا قطر ۵۰ فیٹ ہو اور ایک ضلع ۴۴ فیٹ ہو رقبہ دریافت کرو

(۶۶) چار مربعوں کے ضلع جدا جدا ایک اور ۲ اور ۳ اور ۱۰ فیٹ ہیں ان چاروں مربعوں کے برابر

جو مربع ہوا اس کا ضلع دریافت کرو

(۶۷) اضلاع مربعوں کی جدا جدا ۵ اور ۶ اور ۷ فیٹ ہیں اس مربع کا ضلع دریافت کرو

جو ان تین مربعوں کے برابر ہو

(۶۸) مکان میں شیشہ کا دروازہ ۸ فیٹ ۲ اینچ سے ۵ فیٹ ۳ اینچ کا لگا ہوا ہے اور او زمین شیشہ

پر کا لے ۲ اینچ سے ۹ اینچ لگے ہوئے ہیں تو اس کے بعد بتاؤ کیسا ہے

(۶۹) ایک گان ۵۰ گز ۱۰ فیٹ ہو تو بتاؤ اس کو فرش میں چوکریٹ ۴ اینچ لٹیراؤ ۲ اینچ چوکریٹ لگینگے

- (۷۰) ۱۶ انچ لمبی ۱۲ انچ چوڑی سلین کتنی ۲۴ فیٹ لمبی اور ۱۸ فیٹ چوڑی چہت میں لگینگے +
- (۷۱) ایک جگہ ۱۸ فیٹ لمبی اور ۱۲ فیٹ ۹ انچ چوڑی ہے اوسمیں ۹ انچ لمبی اور ۱۲ چوڑی اینٹیں کتنی بچھینگے +
- (۷۲) کاٹھ کا فرش ۲۴ فیٹ لمبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا بنا چاہتے ہیں تو بتاؤ اوسمیں ۱۲ فیٹ لمبے اور ۱۰ انچ چوڑے تختے کتنے بچھینگے +
- (۷۳) ایک کمرہ ۵۰ فیٹ لمبا اور ۱۹ فیٹ چوڑا ہے اوسکے فرش میں ۱۲ فیٹ ۶ انچ لمبے اور ۱۶ انچ چوڑے تختے کتنے صرف ہونگے
- (۷۴) ایک مکان ۱۵ فیٹ لمبا اور ۹ فیٹ چوڑا ہے اگر ایک آدمی ۲۰ انچ لمبی ۱۸ انچ چوڑی جگہ گہیرے تو اس مکان میں کتنی آدمی کھڑے ہونگے
- (۷۵) ۵۰۴ صفین آدمیوں کی کھڑی ہوئی تھیں اور ہر ایک صف میں ۱۲ آدمی تھے اگر یہ آدمی ایک سہرے مربع کی صورت میں کھڑے ہوتے تو بتاؤ ایک ضلع میں کتنے آدمی ہوتے
- (۷۶) اگر ایک گہو کا درخت نو مربع انچ جگہ گہیرے تو ایک یکڑ میں کتنی گہیوں کے درخت لگینگے +
- (۷۷) ایک جنگل آدھ میل لمبا اور چوتھائی میل چوڑا ہے اور ایک مربع حریب میں ۴ درخت ہیں تو بتاؤ اس جنگل میں کتنے درخت ہونگے
- (۷۸) ایک ملک کی صورت متقلیل کی سی ہے اور ۶۰۰ میل لمبا اور ۲۰۰ میل چوڑا ہے اور اس میں باشندے رہتے ہیں تو بتاؤ ایک آدمی کتنے ایکڑ میں بستا ہے
- (۷۹) ایک کمرہ ۲۵ فیٹ لمبا اور ۱۸ فیٹ چوڑا ہے اور اوسکے وسط میں فرش محفل کا ۲۱ فیٹ لمبا اور ۵ فیٹ چوڑا تیار ہوا ہے تو بتاؤ باقی جگہ کے فرش میں ۱۲ انچ عرض کا کپڑا کتنا لگیگا
- (۸۰) ایک مربع کا ضلع ۵۸ گز ہے اور مربع کے باہر چاروں طرف ۱۰ گز چوڑا رستہ بنا ہوا ہے تو اس ۲۴ انچ لمبی ۱۰ انچ چوڑے پتھر کتنے اوس رستہ کے فرش میں لگینگے
- (۸۱) ایک قاسم الراوی صحن ۳۰ فیٹ لمبا ۲۶ فیٹ چوڑا ہے ایک رستہ ۲۴ فیٹ ۶ انچ گرد اس صحن کے

اوسے باہر نہا ہوا تو بتاؤ انچ لمبی ۴ ۱/۲ انچ چوڑی اینٹیں اوس ستر فرش میں کتنی بچھینگے +
 (۸۲) ۹ انچ لمبی ۴ ۱/۲ انچ چوڑی اینٹیں ۲۹۰ ایک خاص صحن میں بچھی ہیں تو بتاؤ کتنے کپڑے ۱/۲ انچ لمبی
 کے اوس ستر کے نوین حصہ میں بچھینگے +

(۸۳) اگر سفلی کے اضلاع ایک سطح کے ۹ اور ۱۴ ہوں اور دوسرے سطح کے اضلاع ۳ اور ۴ ہوں
 ہوں اور انہیں سے ہر ایک برابر مربع بنائیں تو ان کے ضلعوں کی نسبت الپسین بتاؤ کہ کیا ہوگی +
 (۸۴) ایک کمرہ ۱۰ فٹ لمبا ۱۲ فٹ چوڑا ۱۰ فٹ اونچا ہے اس کی دیواروں پر ۲ ۱/۲ انچ عرض کا
 کاغذ کتنا لٹنا لگے گا +

(۸۵) ایک کمرہ ۴ فٹ ۲ انچ لمبا اور ۱۴ فٹ چوڑا اور ۱۰ فٹ اونچا ہے تو بتاؤ کتنے مربع فٹ
 کاغذ اس کے دیواروں کے منہ سے من صرف ہوگا +

(۸۶) ایک سطح ۴ فٹ ۴ فٹ ہو تو بتاؤ اس مربع کا رقبہ کیا ہوگا جبکہ مجموعہ اضلاع
 برابر اس سطح کے مجموعہ اضلاع کے ہو +

(۸۷) ایک سطح میں ۱۳۲۳ مربع فٹ ہیں اور طول و کثافت عرض کے چند ہوں تو اس کے ضلع دریافت کرو
 (۸۸) سات کاغذ کے تختوں کا وزن ۲ ۱/۲ ٹولہ ہے اور تختہ ۹ انچ سے ۴ ۱/۲ انچ ہے تو اسی قسم کے کاغذ
 کے تختہ کا وزن دریافت کرو جو ۱۲ ۱/۲ انچ سے ۱۲ ۱/۲ انچ ہو +

(۸۹) مثال دیکر اس بات کو ثابت کرو کہ اگر ایک سطح اور ایک مربع کے مجموعہ اضلاع الپسین برابر ہوں
 تو مربع کا رقبہ سطح کے رقبہ سے ہوگا +

(۹۰) مثالین دیکر اس بات کو ثابت کرو کہ اگر ایک سطح اور ایک مربع کے مجموعہ اضلاع برابر ہوں
 تو مربع کا رقبہ سطح سے بقدر اس مربع کے زیادہ ہوگا جبکہ ضلع برابر مربع اور سطح کے
 اضلاع کے تفاوت کے ہو +

(۹۱) ایک کھیت ۵ جریب ۱۰ گتھہ طول میں اور ۴ جریب ۱۰ گتھہ عرض میں ہے اس کا لگان
 بخشج ایک روپیہ ۱۳۳ فی گتھہ کے دریافت کرو +

(۹۲) ایک قطعہ زمین ۲۳۵ گز بنا اور ۲۸ گز چوڑا ہو اور کالگان ۴۸ شجہ ۴ پونا۔ ۱۰ شنگٹ ایک کر دیانے

(۹۳) ایک صحن مستطیل ۱۸ فٹ ۶ انچ سے ۱۲ فٹ ۳ انچ ہے تو بتاؤ اس کے فرش میں ۴۸ فی مربع فٹ کے حساب سے کیا لاگت لگیگی +

(۹۴) اگر ۶ مربع فٹ میں بجری ڈالنے کے اندر ایک اٹھنی صرف ہوتی ہو تو ایک صحن میں جب کا قطر ۳۰ گز ہے بجری ڈالنے میں کیا لاگت لگیگی

(۹۵) ایک قطعہ ۲۲ فٹ ۶ انچ سے ۱۶ فٹ ۶ انچ ہو اور اسکے فرش میں ۶۸ پائی مربع گز کے حساب سے کیا صرف ہوگا

(۹۶) ایک بازار کا طول ۱۶ فٹ ۶ انچ ہے اور اس کا عرض ۲۲ گز ۶ انچ ہے تو ۱۶ آنٹی گز کے حساب سے اس کے فرش میں کیا لاگت لگیگی +

(۹۷) ایک قائم الرزویہ میدان ۹۶ فٹ طول میں اور ۴۸ فٹ عرض میں ہے اور اس میں چار

قائم الرزویہ قطعے لگائے گئے ہوتے ہیں اور ہر ایک قطعہ ۲۲ فٹ ۱۸ فٹ سے ۱۸ فٹ ہے تو بتاؤ باقی زمین کے فرش میں ۸۸ آنہ مربع گز کے حساب سے کیا لاگت لگیگی +

(۹۸) ایک قطعہ زمین مستطیل کی صورت کا ۵۸ گز طول میں اور ۴۵ گز عرض میں ہے اور اس کے

اندر چاروں طرف کیساں عرض کی شکر ۴۸ گز چوڑی بنی ہوئی ہے تو اس باقی مربع گز کے حساب سے اس شکر کے درست کرنے میں کیا لاگت لگیگی +

(۹۹) ایک صحن مربع تھا جس کے فرش بنانے میں ۴۸ پائی فی مربع گز کے حساب سے ۴۸ روپیہ ۴۸ پائی

صرف ہوئے تو بتاؤ اس صحن کے صنعت کا طول کیا ہے +

(۱۰۰) ۳۲ پائی گز کے حساب سے ایک مربع باغ کے گرد مینڈ بنوانے میں ۴۸ روپیہ ۴۸ پائی صرف ہوئے

تو اس باغ کا صنعت دریافت کرو +

(۱۰۱) ایک مربع کہیت کا کالگان ۳۳ روپیہ ۳۳ پائی اور کالگان کی شجہ ۳ روپیہ ۳۰ پائی فی ایکڑ ہے اگر

اس کہیت کے گرد جھاڑی رکھیں اور اس میں ۴۸ پائی گز صرف ہو تو بتاؤ کل لاگت کیا لگیگی

جن کمروں کے طول اور عرض تفصیل ذیل ہوں تو بتاؤ ان کے فرش کی واسطے کتنے گز کپڑے کی ضرورت ہوگی

(۱۰۲) ۱۸ فیٹ سے ۱۶ فیٹ کپڑا اگر عرض
 (۱۰۳) ۲۴ فیٹ سے ۱۶ فیٹ ۶ اینچ کپڑا اگر عرض کا
 (۱۰۴) ۲۱ فیٹ سے ۱۵ فیٹ کپڑا ۲ اینچ عرض کا
 (۱۰۵) ۱۷ فیٹ ۳ اینچ سے ۹ فیٹ ۹ اینچ کپڑا ۲ اینچ عرض کا
 (۱۰۶) ۲۸ فیٹ سے ۲۳ فیٹ ۹ اینچ کپڑا ۳۰ اینچ عرض کا
 (۱۰۷) ۲۷ فیٹ ۳ اینچ سے ۲۲ فیٹ ۶ اینچ کپڑا ۳۰ اینچ عرض کا
 کمرون کا طول اور عرض و کپڑے کی قیمت معلوم کرو گئے فرش کی قیمت نیچر کی مشالوں میں دریافت کرو
 (۱۰۸) ۱۲ فیٹ ۸ اینچ سے ۱۶ فیٹ ۲ اینچ قیمت کپڑے کی ۶ پائی مربع فٹ
 (۱۰۹) ۲۴ فیٹ ۸ اینچ سے ۱۶ فیٹ ۳ اینچ قیمت کی قیمت ۱۳ پائی مربع گز
 (۱۱۰) ۲۳ فیٹ ۹ اینچ سے ۱۶ فیٹ ۳ اینچ کپڑے کی قیمت ۲ پائی مربع گز
 فرش کی قیمت ان کمرون میں دریافت کرو طول عرض کمرون کا اور عرض اور قیمت کپڑے کی معلوم ہے
 (۱۱۱) ۳۴ فیٹ ۵ فیٹ ۶ اینچ کپڑے کا عرض ۲ فیٹ اور کپڑے کی قیمت ۴ پائی گز
 (۱۱۲) ۱۹ فیٹ ۹ اینچ سے ۱۷ فیٹ ۶ اینچ کپڑے کا عرض ۲ فیٹ اور کپڑے کی قیمت ۴ پائی گز
 (۱۱۳) ۱۵ فیٹ ۹ اینچ سے ۱۲ فیٹ ۵ اینچ کپڑے کا عرض ۲ اینچ اور کپڑے کی قیمت ۴ گز
 (۱۱۴) ۱۸ فیٹ ۶ اینچ سے ۱۲ فیٹ ۶ اینچ کپڑے کا عرض ۲ اینچ اور کپڑے کی قیمت ۳ گز
 (۱۱۵) ۱۵ فیٹ ۹ اینچ سے ۱۲ فیٹ ۵ اینچ کپڑے کا عرض ۲ اینچ اور کپڑے کی قیمت ۳ گز
 (۱۱۶) ۲۱ فیٹ ۸ اینچ سے ۱۶ فیٹ ۶ اینچ کپڑے کا عرض ۲ اینچ اور کپڑے کی قیمت ۳ پائی گز
 (۱۱۷) ۱۷ فیٹ ۶ اینچ سے ۱۶ فیٹ ۶ اینچ کپڑے کا عرض ۲ فیٹ ۸ اینچ ۳ پائی قیمت
 (۱۱۸) ۲۵ فیٹ لمبے فرش میں ۵ مربع گز کا فرش روپیہ ۱۳ خرچ ہوا تو تباد کپڑے کا عرض کیا
 (۱۱۹) ایک کمرے کے وسط میں ۱۳ فیٹ ۶ اینچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ ۹ اینچ لمبا فرش کیا ہوا ہے تو
 بتاؤ یہ کتنا فرش ہے اور ۲ اینچ عرض کا کپڑا ۴ پائی گز کا کتنا اور کس قیمت کا زمین ف ہوگا

اور اگر فرش کے کنارے اور دیواروں کے درمیان سب جگہ ۲۰ میٹ کا فاصلہ ہو تو بتاؤ کتنی جگہ فرش سے خالی رہیگی

(۱۲۰) ایک کمرہ ۲۳ میٹ لمبا ۸ میٹ چوڑا اور ۱۲ میٹ اونچا ہے تو اس کی دیواروں میں ایک گرن عرض کا کاغذ کتنا صرف ہوگا

(۱۲۱) ایک کمرہ ۲۴ میٹ لمبا ۱۰ میٹ ۱۸ پنچ چوڑا اور ۱۴ میٹ اونچا ہے اور کاغذ پون گرن عرض کا ہے تو بتاؤ اس کی دیواروں میں کتنا کاغذ صرف ہوگا

(۱۲۲) ایک کمرہ ۲۴ میٹ لمبا ۱۸ میٹ چوڑا اور ۱۴ میٹ اونچا ہے تو دیواروں پر کاغذ لگانیکا صرف ارہ پانی مریع کرنے کے حساب دریافت کرو

(۱۲۳) ایک کمرہ ۶ گز ۸ فٹ ۱۱ انچ لمبا اور ۶ گز ۸ فٹ ۱۱ پنچ چوڑا ۱۴ میٹ بلند ہے اور ایک فٹ چوڑا کاغذ ہے اور چابی گز کا کاغذ ہے تو بتاؤ اس کمرہ میں کاغذ منڈھنے میں کیا صرف ہوگا

(۱۲۴) ایک کمرہ ۲۴ میٹ لمبا ۱۰ میٹ چوڑا ۱۱ میٹ بلند ہے ایک مربع گز کی سفیدی پرانے میں ۱۲ پائی صرف ہونے میں اور ایک فٹ ۱۱ انچ ۱۲ فٹ ۱۱ پنچ طول میں اور ۲ میٹ عرض میں ہے اور ایک

دروازہ ۲ میٹ بلند اور ۴ میٹ عرض میں ہے اور دو کٹر کپان ۶ فٹ ۱۱ پنچ ۵ میٹ میں تو بتاؤ اس کمرہ کی تمام سفیدی کرانے میں کیا صرف ہوگا

باب سوم فصل متوازی الاضلاع

(۱۳۱) دفعہ ۲۸ میں ہم نے ثابت کیا ہے کہ متوازی الاضلاع برابر اس فاصلے کے ہوتی ہے جس کا قاعدہ اور ارتفاع

(۱۳۲) متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ - قاعدہ کو ارتفاع میں ضرب دو حاصل ضرب رقبہ کا ہوگا

(۱۳۳) مثالیں

(۱) ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۵ میٹ اور عرض ۲ میٹ ہے

۵ × ۲ = ۱۰ پس رقبہ ۱۰ میٹ ہے

(۲) متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۳ فیٹ ۵ انچ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۳ انچ

۳ فیٹ ۵ انچ = ۴۵ انچ ۲ فیٹ ۳ انچ = ۲۷ انچ

۴۵ × ۲۷ = ۱۲۱۵ پس رقبہ ۱۲۱۵ مربع انچ ہے

یا اس طرح کہ ۳ فیٹ ۵ انچ = ۳ ۱/۲ فیٹ اور ۲ فیٹ ۳ انچ = ۲ ۱/۲ فیٹ

۳ ۱/۲ × ۲ ۱/۲ = ۱۵/۴ × ۹/۴ = ۱۳۵/۱۶ = ۸ ۱/۴ پس رقبہ ۸ ۱/۴ مربع فیٹ ہے

(۳) اگر محکمہ متوازی الاضلاع کا رقبہ اور دو سمتدار ارتفاع اور قاعدہ میں سے ایک معلوم ہو

تو دوسرا موافق وقتہ کے معلوم ہو سکتا ہے

(۱۳۶) اب ہم بعض مثالیں مشق کے واسطے حل کرتے ہیں +

(۱) معین کا رقبہ ۱۸ مربع فیٹ اور ہر ایک ضلع ۱۵ فیٹ ہو اس کا ارتفاع دریافت کرو

$\frac{180}{15} = 12$ پس ارتفاع ۱۲ فیٹ ہو +

(۲) ایک متوازی الاضلاع کے متصل کے ضلع ۵ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہیں اور اس کا رقبہ اس مربع کے

رقبہ سے دو تہائی ہے جس کا مجموعہ اضلاع برابر متوازی الاضلاع کے مجموعے کے ہو تو اس کا ارتفاع دریافت کرو

متوازی الاضلاع کا مجموعہ اضلاع ۱۶ + ۲۲ = ۳۸ فیٹ یعنی ۳۸ فیٹ ہو اس سے معلوم ہو گا کہ اس مربع کا ضلع

جس کا مجموعہ اضلاع متوازی الاضلاع کے مجموعہ اضلاع کے برابر ہے ۱۹ فیٹ ہو اس واسطے مربع کا رقبہ ۳۶۱ مربع

ہے پس متوازی الاضلاع کا رقبہ ۲۴۰ مربع فیٹ کے ۲/۳ یعنی ۱۶۰ مربع فیٹ کے برابر ہے اب اگر ہم

اس ضلع کو جوہ فیٹ طول میں ہے قاعدہ بنائیں تو ارتفاع ۱۶/۳ یعنی ۱۲ فیٹ ہو گا اور ۱۶

کے ضلع کو قاعدہ بنائیں تو ۹ ۱/۳ یعنی ۹ فیٹ ارتفاع ہو گا

(۳) معین کا ہر ایک ضلع ۱۸ فیٹ ہو اور اس کا ایک قطر بھی ۱۸ فیٹ ہو اس کا رقبہ دریافت کرو

اس قطر کے کھینچنے سے معین دو مثلث متساوی الاضلاعوں میں تقسیم ہو گیا اور ہر جوہ فیٹ ۶۸ کے

ہر ایک مثلث کا ارتفاع ۱۸ × ۶۸ ÷ ۲ = ۶۱۲ فیٹ ہو اور یہ ارتفاع برابر معین کا ارتفاع کے بھی ہے پس

معین کا رقبہ مربع فٹوں میں ۱۸ × ۶۱۲ = ۱۱۰۱۶ یعنی ۲۸ × ۳۹۶ مربع فیٹ کے برابر تقریباً ہے

گیارہویں فصل کی مثالین

متوازی الاضلاعوں کے رقبے دریافت کرو اور اس کا قاعدے اور ارتفاع سے معلوم ہین

(۱) قاعدہ ۴ اگر ارتفاع ۵ گز

(۲) قاعدہ ۵ اگر ۲ میٹ ارتفاع اگر ۱ فٹ

(۳) قاعدہ ۶ اگر ۲ میٹ ۳ انچ ارتفاع ۴ اگر ۲ میٹ ۸ انچ (۴) قاعدہ ۷ اگر ۳ میٹ ۱۰ انچ ارتفاع ۵ اگر ۳ میٹ ۱۲ انچ

متوازی الاضلاعوں کے مربع اور قاعدہ سے تفصیل ذیل معلوم ہین ارتفاع دریافت کرو

(۵) رقبہ ۱۲ مربع میٹ قاعدہ ۵ گز (۶) رقبہ ۳۱ مربع میٹ قاعدہ ۴ گز

(۷) رقبہ ۲۴ مربع میٹ ۱۰ مربع انچ قاعدہ ۵ گز ۱ فٹ ۱۰ انچ

(۸) رقبہ ۶۰ مربع گز ۳ مربع میٹ ۳۰ مربع انچ قاعدہ ۳ گز ۱ فٹ ۱۰ انچ

(۹) ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۴ میٹ ۶ انچ ہے اور اس کا ارتفاع ۲ میٹ ۸ انچ

قاعدہ کے متصل ضلع ۳ میٹ ہے تو مقابل کے ضلع کی کسی نقطہ سے عمود قاعدہ پر نکالین تو

اور اس کا طول دریافت کرو +

(۱۰) متوازی الاضلاع کے متصل اضلاع ۵ میٹ اور ۶ میٹ ہین اور اس کا رقبہ نصف اس کے مربع مجموعہ

اضلاع برابر متوازی الاضلاع کے مجموعہ اضلاع کے ہر تو مقابل کے اضلاع کے درمیان فاصلہ عمود کو دریافت کرو

(۱۱) معین کا ہر ایک ضلع ۲۴ میٹ ہے اور اس کا قطر ۲۴ میٹ ہے اور اس کا رقبہ دریافت کرو

(۱۲) معین کا ہر ایک ضلع ۲۴ میٹ ہے اور ہر ایک اوہ کلان دو چند ہر ایک اوہ چوتھویں اور اس کا رقبہ دریافت کرو

بارہویں فصل مثلث کے بیان میں

(۱۳۸) دفعہ ۲۹ میں ہم نے ثابت کیا ہے کہ اس قائم الزاویہ سے مثلث نصف ہوتا

ہے جس کا قاعدہ اور ارتفاع وہی ہو جو مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع ہویں

قاعدہ ذیل کی دلیل ہے +

(۱۳۹) مثلث کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ نصف قاعدہ کو ارتفاع میں ضرب و حاصل ضرب مثلث کا رقبہ ہوگا
یہ ظاہر ہے کہ خواہ نصف قاعدہ کو ارتفاع میں ضرب یا نصف ارتفاع کو قاعدہ میں ضرب
یا قاعدہ اور ارتفاع کے حاصل ضرب کا نصف لین صحت نون میں نتو ایک ہی پیدا ہوگا
(۱۵۰) مثالیں

(۱) قاعدہ مثلث کا ۳ گز اور ارتفاع ۴ فٹ ۶ انچ ہے

۳ گز = ۹ فٹ ۴ فٹ ۶ انچ = ۴ فٹ ۳ انچ = ۴ فٹ ۳ انچ

$$\frac{1}{2} \times 9 \times 4 = \frac{1}{2} \times 4 \times 9 = \frac{1}{2} \times 36 = 18$$

پس مثلث کا رقبہ ۲۰ مربع فٹ ہے

(۲) مثلث کا قاعدہ ۴۵ فٹ اور ارتفاع ۲۶ فٹ ہے

۴۵ کا نصف ۱۸ ہے ۱۸ × ۲۶ = ۴۶۸ پس رقبہ ۸۱۰ مربع فٹ ہے

(۱۵۱) اگر کچھ مثلث کا رقبہ اور اس کی دو اسناد میں سے ایک اسناد یعنی قاعدہ اور ارتفاع میں سے

ایک معلوم ہو تو دوسرا دریافت ہو سکتا ہے اس واسطے کہ اگر رقبہ کے عدد کو دو چند کریں اور اس کو

ارتفاع کے عدد پر تقسیم کریں تو خارج مثلث قاعدہ ہوگا اور اگر دو چند رقبہ کے عدد کو قاعدہ کے عدد پر تقسیم کریں

تو خارج مثلث ارتفاع ہوگا

(۱۵۲) مثلث کے تین ضلع معلوم ہیں اور اس کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ تینوں ضلعوں کے نصف مجموعہ میں سے ہر ایک ضلع کو جدا جدا تقریباً کر دو اور تینوں باقیوں

اور نصف مجموعہ اضلاع کو آپس میں ضرب و حاصل ضرب کا جذر مثلث کا رقبہ ہوگا

(۱۵۳) مثالیں

(۱) ایک مثلث کے اضلاع ۲ فٹ ۲ انچ اور ۲ فٹ ۲ انچ اور ۲ فٹ ۲ انچ ہیں

$$2 \text{ فٹ } 2 \text{ انچ} = 24 \text{ انچ} \quad 2 \text{ فٹ } 2 \text{ انچ} = 24 \text{ انچ} \quad 2 \text{ فٹ } 2 \text{ انچ} = 24 \text{ انچ}$$

$$2 \text{ فٹ } 2 \text{ انچ} = 24 \text{ انچ} \quad 2 \text{ فٹ } 2 \text{ انچ} = 24 \text{ انچ} \quad 2 \text{ فٹ } 2 \text{ انچ} = 24 \text{ انچ}$$

$$24 \times 24 \times 24 = 13824 \quad 13824 \text{ کا } \frac{1}{4} = 3456$$

$$۳۲ - ۲۴ = ۸ \text{ اور } ۳۲ - ۲۸ = ۴ \text{ اور } ۳۰ - ۲۲ = ۸$$

$$۳۲ \times ۲۴ \times ۸ = ۱۶۳۸۴ \text{ پس } ۱۶۳۸۴ \text{ کا جذر } ۱۲۷ \text{ ہے}$$

پس رقبہ ۳۳۶ مربع انچ ہے

(۲) اضلاع مثلث کے ۲۸ ۲۵ و ۲۴ فیٹ ہیں

$$۲۸ + ۲۵ + ۲۴ = ۷۷ \text{ اور } ۷۷ \text{ کا } \frac{1}{2} = ۳۸.۵$$

$$۳۸.۵ - ۲۸ = ۱۰.۵ \text{ اور } ۳۸.۵ - ۲۵ = ۱۳.۵ \text{ اور } ۳۸.۵ - ۲۴ = ۱۴.۵$$

$$۱۰.۵ \times ۱۳.۵ \times ۱۴.۵ = ۱۹۷۷.۷۵ \text{ اور } ۱۹۷۷.۷۵ \times ۴ = ۷۹۱۱.۰$$

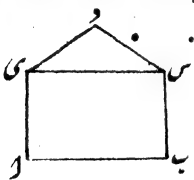
$$۷۹۱۱.۰ \text{ کا جذر } ۸۹ \text{ ہے}$$

حاصل ہونگے پس رقبہ ۷۹۱۱ مربع فیٹ کے قریب قریب ہو

(۱۳۱) اب ہم بعض مثالیں مشق کے لئے حل کرنے ہیں

(۱) ایک آدمی کی چہت سلامی کی بنی ہوئی ہے اور اس کا عرض ۲۴ فیٹ ہے اور دیواریں اوکی زمین سے

۲۰ فیٹ بلند ہیں اور چہت کی لگڑ کا فاصلہ اوتی سے ۱۰ فیٹ ہے تو اس دروازہ کا رقبہ بتلاؤ



یہ شکل مستطیل اور مثلث سے مرکب ہو رہی ہے

عرض ہے اور دیواروں کی بلندی یعنی اونچی یا بے

۲۰ فیٹ ہے اور اونچی سے چہت کا عمودی فاصلہ

۱۰ عمودی ہے جو نقطہ دے ی اس پر کھانا چہت کر سب بلند حصے کو لگ کر کہتے ہیں اسلئے دگر رہے

اور مثلث ی اس کو سلامی کی چہت کہتے ہیں اور جہاں چہت دیوار سے ملتی ہے اسے اونچی کہتے ہیں

اب یہاں مستطیل و بے ی کا رقبہ ۲۴ × ۲۰ = ۴۸۰ مربع فیٹ یعنی ۴۸۰ مربع فیٹ ہیں اور مثلث کا

رقبہ ۲۴ × ۵ = ۱۲۰ مربع فیٹ یعنی ۱۲۰ مربع فیٹ ہے پس کل رقبہ ۶۰۰ مربع فیٹ ہے

(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک ضلع ایک فٹ ہے اور اس کا رقبہ دریافت کرو

$$\text{یعنی مجموعہ اضلاع} = ۳ \text{ اور } ۳ - ۱ = ۲$$

۳۱ = $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$ اس واسطے رقبہ میں تعداد مربع فٹوں کی $\frac{1}{4}$ کا جذر ہے یعنی ۳ کے جذر کے $\frac{1}{4}$

ہم اس نتیجہ کو اس طرح ہی حاصل کر سکتے ہیں کہ دفعہ ۵ میں ثابت ہوا ہے کہ مثلث کا ارتفاع نصف جذر ۳۱ ہے اس واسطے بموجب دفعہ ۱۴۹ کے رقبہ مثلث کا ۳۱ کا جذر کے ایک چوتھائی ہے پس رقبہ تخمیناً ۳۳۳۳ مربع فٹ ہو اور سات مرتبہ کی اعشاریہ تک

۳۳۳۳۱۲۰ مربع فٹ رقبہ ہوگا +

(۳) مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۸ فیٹ اور ۵ فیٹ ہیں جو عمود زاویہ سے وتر پر نکالیں اور اس کا طول دریافت کرو اور وتر کے دو حصے جو اس عمود سے ہوں اور کا ہی طول دریافت کرو

بموجب دفعہ ۱۴۹ کے مثلث کا رقبہ ۴۰ مربع فٹ ہے

بموجب دفعہ ۵ کے وتر کا طول ۱۷ فیٹ ہے

بموجب دفعہ ۱۵۱ کے عمود $\frac{12}{17}$ فیٹ یعنی $\frac{1}{17}$ فیٹ ہے

بموجب دفعہ ۵۰ کے عمود سے جو دو حصے ہوں گے اور میں سے چھوٹا حصہ

$$8 \times 8 - \frac{12}{17} \times \frac{12}{17} = 64 - \frac{144}{289} \text{ کا جذر یعنی } 8 \frac{144}{289} \text{ کا جذر یعنی}$$

$$8 \frac{144}{289} \text{ کا جذر یعنی } 8 \frac{12}{17} \text{ اس واسطے دوسرا حصہ } 8 \frac{12}{17} \text{ یعنی } 8 \frac{12}{17} \text{ ہے}$$

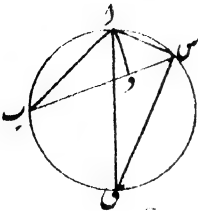
(۴) مثلث کے اضلاع معلوم ہیں دائرہ اس مثلث پر بنایا جائے اور اس کا قطر دریافت کرو جو تحقیقات اب ہم لکھتے ہیں اس سے ایک عمدہ نتیجہ نکلتا ہے اور یہ بھی معلوم ہوتا ہے کہ

مسائل ہندسیہ کی تصدیق اور توضیح کس سطح پر ہوتی ہے

فرض کرو کہ اب اس مثلث ہے اور دائی اس دائرہ کا قطر ہے

جو مثلث اب اس پر بنایا جائے اور قاعدہ اس پر دائرہ عمود

ملاؤں گی



بموجب دفعہ ۳۳ کے زاویہ اس ہی قائمہ ہے پس اس کے وہ زاویہ ۹۰ کی برابر ہے اور

موجب دفعہ ۳ کے زاویہ دیسی برابر ہے زاویہ دب کے اسی واسطے موجب دفعہ ۲ کے زاویہ ہو زاویہ دیسی کے

اسی واسطے موجب دفعہ ۳ کے مثلث دب وادیسی متشابه میں دب کو دوسے وہ نسبت ہو جو دیسی کو ہے دیسی سے اور اسی واسطے دب \times دیسی = دیسی \times دیسی

$$\text{پس دیسی} = \frac{\text{دب} \times \text{دیسی}}{\text{دیسی}} = \frac{\text{دب} \times \text{دیسی}}{\text{دیسی}}$$

پس اس سے نتیجہ نکلتا ہے کہ مثلث کرو پر جو دائرہ بنایا جائے اس کا قطر برابر ہے دیسی خارج قسمت کے جو تینوں اضلاع کے حاصل ضرب کو مثلث کے دو چند رقبہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے مثلاً فرض کرو کہ اضلاع مثلث کے ۲۶ انچ اور ۲۸ انچ اور ۳۰ انچ ہیں تو موجب دفعہ ۵۲ کے ۳۳۶ مربع انچ رقبہ ہے پس دائرہ کا قطر جو مثلث کے گرد بنے انچوں میں

$$\frac{1}{4} \times 336 = \frac{49}{2} = \frac{30 \times 28 \times 26}{336 \times 2} =$$

تیسرے ہون فصل کی مثالین

مثلثوں کی استداتہ تفصیل ذیل معلوم میں اولیٰ رقبہ دریافت کرو

- (۱) قاعدہ ۸ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ ہو
- (۲) قاعدہ ۸ گز ارتفاع ۸ گز ۲ فیٹ ہے
- (۳) قاعدہ ۸ گز ۲ فیٹ ۴ انچ ارتفاع ۷ گز ۲ انچ ہے
- (۴) قاعدہ ۱۲ جریب ۵ اکڑ ۵ ارتفاع ۱۲ جریب ۲۴ اکڑ ۵ ہیں
- قائم الزاویہ مثلثوں میں استداتہ تفصیل ذیل معلوم میں اولیٰ رقبہ دریافت کرو
- (۵) وتر ۱۲ اور ضلع ۷ ہے
- (۶) وتر ۳۵ اور ضلع ۱۵ ہے
- قائم الزاویہ مثلثوں میں استداتہ تفصیل ذیل معلوم میں اولیٰ رقبہ دریافت کرو
- (۷) وتر ۱۰ اور ضلع ۷ ہے

(۸) وتر ۱ ضلع ۹ ہے

مثلون کے اضلاع تفصیل ذیل معلوم ہیں ان کے رقبے دریافت کرو

(۹) ۴۵۵ و ۴۵۵ (۱۰) ۱۱۲۵۴۵ و ۴۵۵

(۱۱) ۱۵ اور ۱۵ ۱۵۴ و ۳۶۳ و ۳۶۳ (۱۲) ۵۰۴

(۱۳) ۴۸۵ و ۴۸۵ ۲۰ و ۴۹۳ و ۵۰۶

(۱۴) ۱۱۱ و ۱۴۵ و ۱۶۹ (۱۵) ۱۱۶ و ۱۲۳

(۱۶) ۸۸۸ و ۸۵۵ و ۴۳ (۱۷) ۳۱۹ و ۴۴۴ و ۴۵۵

(۱۸) ۸۸۸ و ۸۵۵ و ۵۳۳ (۲۰) ۳۵۰۱ و ۳۴۰۴ و ۳۴۰۵

(۳) مثلون کے اضلاع تفصیل ذیل معلوم ہیں ان کے رقبے تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۲۱) ۴۳ و ۴۳ ۹ و ۴۹ و ۴۹ (۲۲) ۱۳ و ۸۵ و ۱۳

(۲۳) ۱۶ و ۱۴ و ۱۵ (۲۴) ۱۶ و ۴۳ و ۴۳

(۲۵) ۲۳ و ۳۳ و ۴۰ (۲۶) ۱۶ و ۴۳ و ۴۳

(۲۷) اضلاع مثلث ۱۱ اور ۳۱ ہیں تو ثابت کرو کہ رقبہ اس کا ۸۴۴ ہے

(۲۸) مثلث کے اضلاع ۴۱ و ۴۳ و ۴۳ ہیں ثابت کرو کہ رقبہ ۴۴۴ ہے

(۲۹) مثلث کے اضلاع ۴۸ و ۴۵ و ۴۵ ہیں بڑے ضلع کا متوازی ایک خط مثلث کو کاٹتا ہوا

کھینچا گیا ہے اور باقی ضلعوں کو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے تو رقبہ مثلث کے دو نوجھن حصوں پر وہ تقسیم ہوتا ہے دریافت کرو +

(۳۰) مثلث کے اضلاع ۱۱ اور ۱۶ اور ۱۶ ہیں بڑے ضلع کے متوازی دو خط مثلث کو کاٹتے

ہوئے کھینچے گئے ہیں اور باقی ضلعوں میں سے ہر ایک ضلع کو تین برابر حصوں میں تقسیم کرتے ہیں

تو مثلث جو تین حصوں میں تقسیم ہوا ہے اوکھارقبہ دریافت کرو

(۳۱) مثلث کے اضلاع ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ فیٹ ہیں مقابل کے زاویہ سے جو ۱۴ فیٹ کے ضلع پر

عمود کھنکے گا اور سکودریافت کرو +

(۳۲) مثلث کراصلع ۵۱ ۵۲ و ۵۳ فیٹ ہیں تو ۵۲ فیٹ کے ضلع پر مقابل کے زاویہ سے عمود کھلا جائے اور سے دریافت کرو اور مثلث جو اس عمود و حصوں میں تقسیم ہوا و کنارقبہ دریافت کرو (۳۳) ایک مربع کا ضلع ۱۰۰ فیٹ ہو اور اسکے اندر ایک نقطہ ایک ضلع کے دونوں کناروں سے ۶۰ فیٹ اور ۸۰ فیٹ کے فاصلہ پر کیا گیا ہے تو اون چاروں مثلثوں کا رقبہ یافت کرو جو اس نقطہ مربع کے کونوں میں ملانے سے پیدا ہوں +

(۳۴) اب اس ایک مثلث پر اور دو عمود نقطہ سے اسے بس پر نکلا ہو اگر $OD = 13$ فیٹ اور عمود جو نقطہ سے اب اور اس پر نکالیں ۵ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہوں تو مثلث کے ضلع اور کنارقبہ دریافت کرو (۳۵) ایک کتبہ کون کہیت کا قاعدہ ۱۱۶۶ کڑی ہو اور ارتفاع ۳۸ کڑی اور وہ کہیت ۲۴ روپیہ کو فروخت ہوا تو بتاؤ فی ایکر کیا قیمت کہیت کی ہے +

(۳۶) ایک مثلثی کہیت اصلا ۳۵۰ اور ۴۰۰ اور ۵۰۰ گز زمین اور ۲۶۲ روپیہ کو وہ کہیت فروخت ہوا تو بتاؤ فی ایکر کیا قیمت کہیت کی ہے +

(۳۷) ایک مثلث کے ضلع ۵۰ ۶۰ و ۷۰ فیٹ ہیں اور سکا رقبہ انچ مربع تک صحیح صحیح دریافت کرو (۳۸) ایک کہیت مثلث قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اسکے ضلع جو زاویہ قائمہ کے محیط ہیں ۱۰۰ گز اور ۱۲۰ گز ہیں اور سکا رقبہ یافت کرو۔ اگر زاویہ قائمہ سے عمود مقابل کے ضلع پر نکال کر مثلث کو دو حصوں میں تقسیم کریں تو ہر ایک مثلث کا رقبہ دریافت کرو +

(۳۹) ایک مثلث کراصلع میں وہ نسبت ہو جو اعداد ۵ و ۱۲ و ۱۳ میں اور مجموعہ اصلا ۵۰ گز ہے مثلث کا رقبہ دریافت کرو +

(۴۰) اصلا مثلث میں وہ نسبت ہیں جو اعداد ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ میں اور مجموعہ اصلا ۷۰ گز ہے مثلث کا رقبہ دریافت کرو +

(۴۱) ارو پانی گز کے حساب سے سفیدی کرائی ایک گہر کی چیت کی دریافت کرو اور یہ چیت

سلائی کی بنی ہوئی ہے اور سکا عرض ۱۰ فیٹ ہے اور زمین سے ۳۳ فیٹ بلند ہوتی ہے اور چیت کا ارتفاع عمودی اونٹنی سے ۱۲ فیٹ ہے قطر اون دائرو کی دریافت کرو جو ان مثلثوں پر بنائی جائیں جنکی ضلعے تفصیل ذیل ہیں

$$۶۸۹۳ (۲۲) \text{ و } ۲۸۵۰ \text{ و } ۶۸۹۳$$

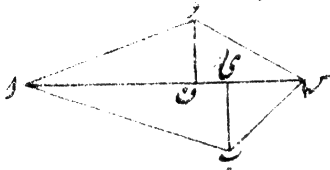
$$۱۳۶ (۲۳) \text{ و } ۱۲۵۰ \text{ و } ۹۹$$

$$۲۹۶ (۲۵) \text{ و } ۲۴۴۰ \text{ و } ۱۱۱۰$$

$$۱۲۳ (۲۴) \text{ و } ۱۲۲۰ \text{ و } ۲۹$$

چودھویں فصل ذواربعمہ الاصلع کے بیان میں
 (۵) و کتبچے سے ہر ذواربعمہ الاصلع دو مثلثوں میں تقسیم ہو سکتی ہے اور ہر مثلث کا رقبہ دریافت ہو سکتا ہے اسلئے ان دونوں مثلثوں کے رقبوں کا مجموعہ ذواربعمہ الاصلع کا رقبہ ہوگا (۱۵۶) مثالیں

(۱) ذواربعمہ الاصلع اوس دکا و تر اوس ۱۲ فیٹ ہے اور عمود ب جی ۳ فیٹ اور عمود د ق ۴ فیٹ ہے



$$\text{رقبہ مثلث اوس ب} = ۱۸ = ۳ \times ۱۲ \times \frac{۱}{۲}$$

$$\text{رقبہ مثلث اوس د} = ۲۴ = ۴ \times ۱۲ \times \frac{۱}{۲}$$

$$۴۲ = ۲۴ + ۱۸$$

پس ذواربعمہ الاصلع کا رقبہ ۴۲ ہے

(۲) ذواربعمہ الاصلع کا وتر ۸ گز ہے اور د و مقابل کے ضلعوں و تر پر نکالے گئے ۳ گز اور ۲ گز ہیں رقبہ دریافت کرو

$$۱۱۰۰ = ۲۵ \times ۸۸ \times \frac{۱}{۲} \text{ اور } ۱۳۲۰ = ۳۰ \times ۸۸ \times \frac{۱}{۲}$$

$$۲۴۲۰ = ۱۱۰۰ + ۱۳۲۰$$

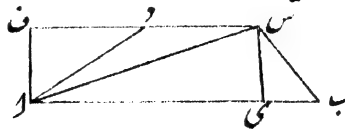
پس ذواربعمہ الاصلع کا رقبہ ۲۴۲۰ ہے یعنی نصف ایکڑ

(۱۵۷) دفعہ گذشتہ کی مثالوں میں اور اسی شکل اور مثالوں میں ظاہر ہے کہ بجائے اسکے کہ رقبہ کا جدا جدا حساب لگائیں ہم اس قاعدہ کو کام میں لاسکتے ہیں کہ عمودوں کے مجموعہ کو وتر میں ضرب دیں اور حاصل کا نصف لین

دفعہ ۵۶ کی اول مثال میں عمودوں کا مجموعہ ۷۵ فیٹ ہے اسی واسطے رقبہ مربع فٹوں میں $75 \times 75 = 5625$ اور دوسری مثال میں عمودوں کا مجموعہ ۵۵ ہے اور اسی واسطے رقبہ مربع گزوں میں $55 \times 55 = 3025$

(۱۵۸) خاص طور تو ان میں جنین و تراکب دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہیں رقبہ دریافت کرنا یہ قاعدہ کہ وتر کے صلیب کا نصف لینو شکل کھینچنے سے یہ قاعدہ بھی معلوم ہوتا ہے فرض کرو کہ اب اس ایسے ذوارقہ الاصلع ہے جس کے وتر اس اور ب ایک دوسرے کو قائمہ زاویوں پر قطع کرتے ہیں اور اسی نقطہ تقاطع ہے نقطہ آ اور اس سے ب کے متوازی خطوط مستقیم اور نقطہ ب اور د اس کے متوازی خطوط مستقیم بنالو

اب قائم الزاویہ ک ل م بن گئے۔ یہ بات آسانی سے سمجھ میں آتی ہے کہ مثلث ا و ب برابر ہے مثلث ب ک د کے اور مثلث د م س ہی برابر ہے مثلث د م س کے اور مثلث ب س ہی برابر ہے مثلث س ب ل کے اور مثلث د ی و برابر ہے مثلث ا ن د میں ذاریقہ الاصلع ا ب س وقام الزاویہ ک ل م س نصف ہو اور اسی واسطے ذوارقہ الاصلع اس اور ب کا نصف حاصل ضرب سے (۱۵۹) معین کے قطر ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کر کے ہیں اسلئے قاعدہ مذکورہ بالا معین متعلق ہو سکتا ہے (۱۶۰) اکثر ذوزنقہ کے رقبہ دریافت کرنے کے واسطے خاص قاعدہ کا بیان کیا کرتے ہیں



فرض کرو کہ اب اس ذوارقہ الاصلع ہے جس کے ضلع ا ب اور س د متوازی ہیں نقطہ س ہے

سے عمودی برابر آسے اور عمودی دیکھا لو تو

رقبہ مثلث ا ب س = $\frac{1}{4}$ ا ب س ی

رقبہ مثلث ا د س = $\frac{1}{4}$ س د ا و

اب ہم اس بات کو مان لیتے ہیں کہ $\frac{1}{4}$ س ی آسے ذواریعہ الاصلع کا رقبہ برابر ہے حاصل
سے اور نصف مجموعہ ا ب اور س کے آسے قاعدہ ذیل اس کے مستنبط ہوتا ہے +

(۱۶۱) رقبہ ذوزلقہ کا دریافت کرو

تقریباً ۵۔ دو متوازی ضلعوں کے درمیان جو عمودی فاصلہ ہوا سکودو متوازی الاصلع کے
مجموعہ میں ضرب دو حاصل ضرب کا $\frac{1}{4}$ ذوزلقہ کا رقبہ ہوگا +

(۱۶۲) مثالیں

(۱) ایک ذوزلقہ کی متوازی ضلع ۲ فٹ ۸ انچ اور ۳ فٹ ۸ انچ اور ان کے درمیان عمودی فاصلہ ۱۸ انچ ہے

۲ فٹ ۸ انچ = ۲ فٹ اور ۳ فٹ ۸ انچ = ۳ فٹ ۸ انچ

۱۸ انچ = ۱۸ فٹ اور ۲ فٹ ۸ انچ = ۲ فٹ ۸ انچ

$\frac{1}{4} \times 2 \times 18 = \frac{1}{4} \times 2 \times 18 = \frac{1}{4} \times 2 \times 18 = \frac{1}{4} \times 2 \times 18$

پس ذوزلقہ کا رقبہ ۱۸ فٹ ہے

(۲) ذوزلقہ کی متوازی ضلع ۳۲ فٹ اور ۴۸ فٹ ہیں اور فاصلہ عمودی ان کے درمیان

۲۵ فٹ ہے +

$32 \times 25 = 800$ اور $48 \times 25 = 1200$ کا $\frac{1}{4}$ = ۳۰۰

$800 + 1200 = 2000$

پس ذوزلقہ کا رقبہ ۲۰۰۰ فٹ ہے

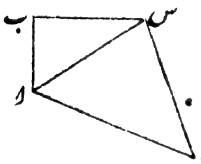
(۱۶۳) ہم نے قاعدہ ذوزلقہ کے رقبہ دریافت کرنے کا نہایت سیدنا سادہ دھم ۱۲۰ میں قائم کیا

مگر ایک در عمل دیکھنا در عمدہ ہے اور سکا ہی ذکر کرتے ہیں +

فرض کرو کہ دب س ذواریعہ الاصلیۃ ہے جس کے اضلاع دس اور دب متوازی ہیں دب س کے نقطہ وسط
ح س خط مستقیم ح ک متوازی او د کا نکالو
جو اضلاع متوازیہ س نقطہ ک اور د پر ملے

تو مثلث بیج د اور س ح ک برابر ہیں اسلئے ذواریعہ دب س برابر متوازی الاضلاع او د ک ہو گا
اور چونکہ دب برابر ہیں س ک کراس نکات ثابت ہوتا ہے کہ وہ نصف مجموعہ دب اور س د کا ہے
پس ذواریعہ برابر متوازی الاضلاع کے ہے جب کا قاعدہ برابر نصف مجموعہ الاضلاع متوازیہ کے
ہے اور او س کا ارتفاع برابر اون کے درمیانی عمودی فاصلہ کے ہے اس قاعدہ دفعہ ۱۶ کا ثابت ہوتا
نقطہ ح سے ایک خط مستقیم متوازی دب کا او د سے نقطہ ل پر ملتا ہوا کہینچ تو او د کا نقطہ وسط ل ہے
اور ل ح = وہ پس نصف مجموعہ اضلاع متوازیہ کا برابر او س خط مستقیم کے ہے جو
باقی اضلاع کے نقاط وسط میں ملائیں

(۱۶) اب ہم چند مثالیں شق کے واسطے حل کرتے ہیں



(۱) دب س ذواریعہ الاصلیۃ ہے

دب = ۳ فیٹ اور دب س = ۴ فیٹ

س د = ۶ فیٹ اور د = ۹ فیٹ

اور زاویہ دب س قائم ہے ذواریعہ الاصلیۃ کا رقبہ یہاں تک

موجب دفعہ ۵ کے اس برابر ہے ۴ + ۴ کے جذر کے یعنی ۲۵ کے جذر کے ہیں و س = ۵

مثلث دب س کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times ۳ \times ۴ = ۶$

مثلث دس د کا رقبہ موافق دفعہ ۱۵ کے اسطرح حاصل ہوتا ہے کہ

۵ + ۴ + ۵ = ۱۴ اور ۱۸ کا $\frac{1}{2} = ۹$ اور ۵ - ۹ = ۴ اور ۴ - ۹ = ۳ اور ۳ - ۹ = ۲

$$۲۱۶ = ۲ \times ۳ \times ۴ \times ۹$$

۲۱۶ کا جذر پورا نہیں نکل سکتا اگر تین مرتبہ عشریہ کے جذر میں نکالیں تو سیکو ۴۹۹۱۳۵ حاصل ہونگے

پس ذوالربعۃ الاصلیۃ کا رقبہ ۲۰،۶۹۷ مربع فٹ ہے
(۲) معین کے قطر ۸۰ اور ۶۰ فٹ ہیں اور اس کا رقبہ دریافت کرو اور اس کے ضلع کا طول ہی
اور ارتفاع ہی دریافت کرو

$\frac{1}{2} \times 80 \times 60 = 2400$ پس رقبہ ۲۴۰۰ مربع فٹ ہے
معین کے قطر ایک دوسرے کو نقطہ تقاطع پر نصف کرتے ہیں پس ضلع کا طول دریافت کرنی واسطے
اوسس مثلث قائم الزاویہ کا وتر جس کا ضلع ۶۰ اور ۳۰ فٹ ہیں دریافت کرو موجب فہم ۵۵
وتر ۲۵ کا جذبی ۵۰ ہے پس ضلع ۵۰ فٹ ہوا

$\frac{1}{2} \times 50 \times 50 = 1250$ پس معین کا ارتفاع ۸۰ فٹ ہوا

چودھویں فصل کی مثالین

ذوالربعۃ الاصلیۃ کی امتداد تفصیل ذیل معلوم ہیں اوسکے رقبے دریافت کرو
(۱) وتر ۵۰ فٹ عمود ۱۲ اور ۳۰ فٹ

(۲) وتر ۵۰ فٹ عمود ۲۳ فٹ پانچ اور ۲۷ فٹ پانچ

(۳) وتر ۱۰۰ فٹ عمود ۲۰ فٹ پانچ اور ۲۰ فٹ پانچ

(۴) وتر ۲۰۰ فٹ عمود ۲۰ فٹ پانچ اور ۲۰ فٹ پانچ

(۵) وتر ۱۰۰ فٹ عمود ۲۰ فٹ پانچ اور ۲۰ فٹ پانچ

(۶) ذوالربعۃ الاصلیۃ کا رقبہ ۲۰،۶۹۷ اور ایک وتر ۲۰ فٹ پانچ اور ۲۰ فٹ پانچ کا مجموعہ

دریافت کرو جو مقابل کے زاویوں سے وتر پر نکالیں

اشکال ذورفقہ کی امتداد تفصیل ذیل معلوم ہیں اوسکے رقبے دریافت کرو

(۷) متوازی الاضلاع ۲۰ فٹ اور ۲۰ فٹ ہیں عمودی فاصلہ ۱۰ فٹ

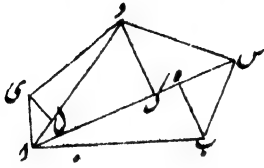
(۸) اضلاع متوازیہ ۱۰ فٹ اور ۱۰ فٹ ہیں عمودی فاصلہ ۲۰ فٹ ہے

(۹) اضلاع متوازیہ ۱۰ فٹ اور ۱۰ فٹ ہیں عمودی فاصلہ ۲۰ فٹ

- (۱۰) اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۶۲۵ کڑی عمودی فاصلہ ۱۰ کڑی
- (۱۱) اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۲۲۵ کڑی اور عمودی فاصلہ ۲۵ کڑی
- (۱۲) اضلاع متوازیہ ۵۰ کڑی اور ۱۲۵ کڑی عمودی فاصلہ ۵۴ کڑی
- (۱۳) ایک ذوزنقہ کا رقبہ ۱۲ ایکڑ ہے مجموعہ اضلاع متوازیہ ۲۲۲ کڑی اور ان کے درمیان کا عمودی فاصلہ دریا
- (۱۴) ایک ذوزنقہ کا رقبہ ۸ ایکڑ ۲ روڈ ۱ پل ہے اور اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۲۹۷ کڑی ہے فاصلہ عمودی ان کے درمیان دریافت کرو
- (۱۵) مثال میں ایک خط مستقیم اضلاع متوازیہ کا متوازی عین سطح میں کہنچا ہے تو ذوزنقہ جن دو حصوں میں تقسیم ہوا ہے اس کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۶) مثال میں دو خطوط مستقیم متوازی اضلاع متوازیہ کی سطح کہنچے گئے ہیں کہ باقی اضلاع کو تین براہینوں تقسیم کرتے ہیں ان خطوط ذوزنقہ جن تین حصوں میں تقسیم ہوتا ہے اس کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۷) ذوزنقہ الاضلاع کے وتر ۲۴ فٹ اور ۲ فٹ ہیں اور ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہیں اس کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۸) ایک معین کے وتر ۸ گز اور ۱۰ گز ہیں اس کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۹) ایک معین کے قطر ۶ گز اور ۴ گز ہیں اس کا رقبہ دریافت کرو اور فی گز مربع کے حساب سے اس کے فرش بچانے میں کیا صرف ہوگا۔
- (۲۰) رقبہ ایک معین کا ۲۲۰۰ مربع فٹ ہے اور ایک وتر ۲۴۸ فٹ ہے دوسرا وتر دریافت کرو
- (۲۱) اوبس دو ذوزنقہ الاضلاع میں اوب = ۲۸ فٹ اور ب س = ۲۵ فٹ س د = ۵۱ فٹ اور د و = ۵۲ فٹ اور وتر ا س = ۵۳ فٹ اس کا رقبہ دریافت کرو
- (۲۲) اوبس دو ذوزنقہ الاضلاع میں اوب = ۲۸ جریب اور ب س = ۲۰ جریب در قطر ا س = ۲۵ جریب اور عمود نقطہ د سے ا س پر = ۲۰ جریب اس کا رقبہ دریافت کرو
- (۲۳) ذوزنقہ الاضلاع کے اضلاع بالترتیب ۴۷، ۳۶، ۳۰، ۲۵ فٹ ہیں اور اول دو ضلعوں کا

قاعدہ شکل کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو جنکا رقبہ دریافت کرنا آسان ہو اور ان حصوں کے رقبوں کو جمع کر دو تو حاصل جمع شکل کا رقبہ ہوگا۔

اگر جسے تو شکل مستقیمۃ الاضلاع کے مثلثی ہوتے ہیں لیکن بعض صورتوں میں ان میں ایک مربع یا متوازی یا ذوزنقہ ہی ایک حصہ ہوتا ہے



۱۶۶۶ مثالیں

(۱) وبس دی پانچ ضلع کی شکل ہے ب-د اور

و ک عمود وس پر ہیں اور سی عمود و د پر ہے اور فنون میں یہ طول معلوم ہیں

$$وس = ۱۰۶۴ \quad و د = ۸۶۷$$

$$ب = ۵۶۸ \quad د ک = ۶۶۵ \quad سی ل = ۳۶۲$$

$$رقبہ مثلث وبس = \frac{۱}{۲} \times ۱۰۶۴ \times ۳۶۲ = ۱۹۶۹۶۴$$

$$رقبہ مثلث وس د = \frac{۱}{۲} \times ۱۰۶۴ \times ۶۶۵ = ۳۵۶۰۸۰$$

$$رقبہ مثلث وی د = \frac{۱}{۲} \times ۸۶۷ \times ۳۶۲ = ۱۵۶۹۲۰$$

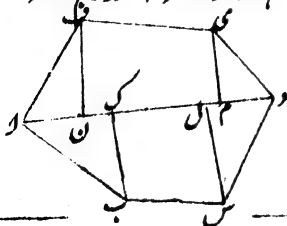
$$پس شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ مربع فنون میں = ۱۳۶۹۲۰ + ۳۵۶۰۸۰ + ۱۹۶۹۶۴ = ۶۹۰۰۰۰$$

(۲) وبس دی چھ ضلع کی شکل ہے اور ب ک اور س ل اور سی ام اور فن عمود و د پر ہیں اور طول تفصیل ذیل فنون میں معلوم ہیں

$$ب ک = ۳ \quad س ل = ۴ \quad می م = ۳۶۷ \quad فن ن = ۱۵۷$$

$$و ک = ۳۶۴ \quad اور ک ل = ۳۶۲ \quad اور ل د = ۱۵۷ \quad اور و ن = ۳۶۳ \quad اور م ن = ۱۵۳$$

ان طولوں کے معلوم ہونے سے یہ دریافت ہوتا ہے کہ و د = ۱۰۶۷ اور و ج = ۸۶۷



$$اس کے معلوم ہوا کہ م د = ۱۰۶۷ - ۸۶۷ = ۲۰۰$$

$$رقبہ مثلث و ک ب = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۳۶۴ = ۵۴۶$$

$$رقبہ ذوزنقہ ب ک ل س = \frac{۱}{۲} \times ۳۶۲ \times ۴ = ۷۲۴$$

رقبہ مثلث دل س = $\frac{1}{2} \times ۴ \times ۴ = ۸$

$$\text{رقبہ مثلث دین} = \frac{1}{2} \times 35 \times 51 = 892.5$$

رقبہ ووزن قن م می = $25.594 = 0.53 \times 4.58 \times \frac{1}{4}$

رقبہ مثلث ی م د = $201 \times 201 \times \frac{1}{2} = 20200.5$

پیش شکل ستقیمہ الاصلیاع کا رقبہ مربع فنون میں

$$92582 = 75920 + 2096 + 8510 + 852 + 1152 + 051 =$$

(۱۷)، اب ہم حیدر شاہین مشق کے واسطے حل کرتے ہیں

(۱) سب سے منظم کا ضلع ایک فٹ ہے اور اس کا رقبہ دریافت کرو

دفعہ ۹۹ کی شکل کی استغاثت سبوح کو معلوم ہوتا ہے کہ مسدس منظم حیثیت متساوی الاضلاع

تیسری قسم ہو سکتا ہے اور یہ سطح ہو سکتا ہے کہ نقطہ کو خطوط آدب وس وقوتی و تنگ کہچین

اب لموجب فہم ۱۵۴ کے ہر ایک مثلث تساوی الاضلاع کا قیاس مربع فیٹ میں ۲۲ جبر کے لحاظ سے

اسی واسطے مسدس کا رقبہ مربع فیٹ میں ۳ کی جذر کے ۳ یعنی ۳ کے جذر کے ۳

(۲) ایک کثیر الاضلاع منظم بابہ ضلع کے دائرہ کے اندر بنی ہوئی ہے اور دائرہ کا نصف قطر

اکھ فٹ ہر اوس کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

دفعہ ۹۹ میں ثابت ہوا کہ دائرہ کے اندر جو بارہ ضلعے کی کثیر الاضلاع منظم بنائی جائے اور اس کا

ایک ضلع آدم ہے، پس کثیر الانسلاخ کا رقبہ ثلث، و آدم کے رقبہ سے بارہ گنا ہو اور رقبہ ثلث

دوم = $\frac{1}{2}$ سوم اور اول اب دوم = فٹ اور اول = $\frac{1}{2}$ فٹ کے = $\frac{1}{4}$ فٹ ہے

پس رقبہ مثلث دوم = $\frac{1}{2}$ مربع فیٹ اس کی کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{2}{3}$ مربع فیٹ = ۳ مربع فیٹ

پندرہویں فصل کی مثالیں

۱۱۔ اب اس دی باج فضلے کی شکل ہے اور یہ طول اور سکے اندر معلوم نہیں اس = ۱۱۔

۱۰ = ۱۲ اب اور ۲ سے جو عمود اس پر نکالیں ۴، ۵ اور ۶، ۷ عمودہ علیحدہ علیحدہ ہیں اور

موسیٰ سے عمود حجاز ویر نکالیں وہ ۵ میٹ ہے رقبہ دریافت کرو

(۲) اربس دہی پانچ ضلع کی شکل ہے بک اورسل اور سی عمود و زمین اور اس کے یہ طول
فٹون میں معلوم ہیں $103 = 104$ اور بک $4 = 5$ اور سل $5 = 3$ اور سی $3 = 4$ اور
وک $4 = 3$ و دل $4 = 3$ رقبہ دریافت کرو

(۳) وبس دی فن چہ ضلعے کی شکل ہے اور بک اور سل اور سی ام اور فن عمود لا پرین اور یہ طول فقون معلوم ہیں اور = ۴۸ اور بک = ۵ اور سل = ۷ اور سی ام = ۶ اور فن = ۴ اور بک = ۷ اور دل = ۳ اور دم = ۴ اور رقبہ دریافت شد

(۵) اب س دی تا با پنج ضلع کی شکل ہے اور زاویہ نقطہ ہی پر قائمہ ہے اور یہ امتداد اسکی معلوم میں اب = ۱۴ اور ب س = ۷ اور س د = ۱۰ اور دی = ۱۲ اور می = ۵ اور اس = ۱۷ قسم دریافت کرو

(۶) مسدس منظم کا ہر ایک ضلع ۱۰ ہے اور اس کا رقبہ دریافت کرو
(۷) دائرہ کا قطر ۱۰ فیٹ ہو اور اس کے اندر مسدس منظم بنایا گیا ہے اور اس کا رقبہ دریافت کرو
(۸) ایک کہیت مسدس منظم کی شکل کا ہے اور اس کا ہر ایک ضلع ۱۰ اجرت اور اس کا رقبہ دریافت کرو
(۹) دائرہ کا نصف قطر ایک فیٹ ہو اور اس کے اندر جو آٹھ ضلع کی شکل منظم بنائی جائے اور اس کا رقبہ دریافت کرو

۱۰، ایک شکل منظم مہضعہ کے ایک دائرہ کے اندر بنی ہوئی ہے اور دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے شکل کا رقبہ دریافت کرو

سولہویں فصل دائرہ کے بیان میں
(۱۶۸) دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ نصف قطر کے مربع کو ۲۲ میں ضرب اور اگر زیادہ صحت جواب میں منظور ہو تو نصف

قطر کے مربع کو ۱۴۱۲ میں ضرب دو

(۱۶۹) مثالیں

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے

$$\text{مربع کا } ۲۵ \text{ ہے اور } ۲۵ \times \frac{۲۲}{۲} = \frac{۵۵۰}{۲} = ۲۷۵$$

پس دائرہ کا رقبہ ۲۷۵ مربع فیٹ ہے

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۳ میل ہے

۳ کا مربع ۹ ہے اور $۹ \times ۱۴۱۲ = ۱۲۷۰۸$ پس دائرہ کا رقبہ ۱۲۷۰۸ مربع میل ہے

(۱۷۰) نفس الامریں جو دائرہ کا رقبہ ہوتا ہے اس کے کچھ زیادہ رقبہ دونو قاعدہ کی دریافت

ہو تا ہے مگر دوسرا قاعدہ علامت ٹھیک ہے اور اگر بہت ہی صحت جواب میں منظور ہو تو عدد

۳۱۵۹۲۵ کی زیادہ مراتب اعشاریہ کے حصے دے لے لو

(۱۷۱) دائرہ کا رقبہ معلوم ہے نصف قطر دریافت کرو

قاعدہ رقبہ کو ۲۲ پر تقسیم کرو اور خارج قسمت کا جذر نکالو اور اگر زیادہ صحت منظور ہو تو

رقبہ کو ۱۴۱۲ پر تقسیم کرو اور خارج قسمت کا جذر لو

(۱۷۲) مثالیں

(۱) دائرہ کا رقبہ ۱۰۰ فیٹ ہے

$$۱۰۰ \div \frac{۲۲}{۲} = \frac{۲۲}{۲} \times ۱۰۰ = \frac{۲۲۰۰}{۲} = ۱۱۰۰$$

اور اس کا جذر ۳۳ ہے پس دائرہ کا نصف قطر ۳۳ فیٹ ہے

(۲) دائرہ کا رقبہ ایک ایکڑ ہے

ایک ایکڑ ۴۸۴۰ مربع گز ہے ۴۸۴۰ کو ۱۴۱۲ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۳۴۱ ہے

۱۱۰ اس کا جذر ۳۳ ہے پس دائرہ کا نصف قطر ۳۳ گز ہے

(۱۳) دو متحدہ المکرزہ دائروں کے درمیان جو حلقہ مدور ہوا اس کا رقبہ دریافت کرو
قاعدہ ہر ایک دائرہ کا رقبہ دریافت کرو اور دائرہ بیرونی کے رقبہ میں سے دائرہ اندرونی کا رقبہ
تفریق کر دیا نصف قطروں کے مجموعہ کو ان کے حاصل تفریق میں ضرب دو اور اگر زیادہ صحت منظور ہو تو ۱۴/۱۳۱۴۳۵ میں ضرب دو

(۱۴) مثالین

(۱) دو دائروں کے نصف قطر ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ ہیں

دائرہ اندرونی کا رقبہ فٹوں میں

$$314159 = 314159 \times 10 \times 10 =$$

اور دائرہ بیرونی کا رقبہ =

$$3516814 \times 12 \times 12 = 5026390.2$$

$$1386230.2 = 314159 - 5026390.2$$

حلقہ کا رقبہ ۱۳۸۶۲۳۰.۲ مربع فیٹ ہے

یا اس طرح کہ $22 = 10 + 12$ اور $2 = 12 - 10$

$$1386230.2 = 314159 \times 22 \times 2$$

(۲) دو دائروں کے نصف قطر ۳ گز اور ۵ فیٹ ہیں

$$3 \text{ گز} = 4 \text{ فیٹ} \quad 12 = 5 + 4 \quad 2 = 5 - 4$$

$$105425 = 314159 \times 2 \times 12$$

پس حلقہ کا رقبہ ۱۰۵۴۲۵ مربع فیٹ ہے

(۱۵) اگر ایک دائرہ دوسرے دائرہ کے اندر بالکل واقع ہو تو وہ فہم ہے کہ قاعدہ کے رقبہ میں اس سطح کا

معلوم ہو جائیگا جو دائروں کے محیطوں کے درمیان واقع ہو خواہ دائرہ متحد المکرزہ ہوں

(۱۶) دفعہ ۱۶ کے قاعدہ پر تبدیلی طالب علم کو توجہ گوشت نہ سہی مگر اکثر وقت کرنی چاہئے

علاوہ برین اور قاعدہ بی دائرہ رقبہ دریا کی شکل اس قدر برابر ہیں مگر وہ عملاً زیادہ یکساں نہیں اور زمین
میں لگبدمیتے ہیں +

نصف قطر کو محیط میں ضرب اور حاصل ضرب کو نصف کرلو

قطر کے مربع کو ۷۸۵۴۰ میں ضرب دو

محیط کے مربع کو ۱۴۱۴۱۴۱۴ پر تقسیم کرلو

یا محیط کے مربع کو ۷۸۵۴۰ میں ضرب دو

(۱۷۷) جو قطر تقسیم ہے اس کتاب میں جو بات قاعدہ کو لکھنے کا اختیار کیا ہو اسکے واسطے دفعہ گذشتہ میں
قاعدہ بیان ہو گیا اور زمین اول قاعدہ نہایت دلچسپ اس قاعدہ سے معلوم ہوتا ہے کہ دائرہ کا رقبہ
او شہلت کر رقبہ برابر ہوتا ہے جبکہ قاعدہ محیط کے برابر ہو اور جبکہ ارتفاع نصف قطر کے برابر ہو اگر
ثبوت کامل اس دعویٰ کا لکھیں تو وہ مبتدی کی استعداد سے پہلے ہو گا مگر اون اصول کا ہم ذکر کرتے
ہیں جس قاعدہ کا مفہوم ذہن میں آجائے +

فرض کرو کہ ہم ایک دائرہ میں کثیر الاضلاع ایسی بنائیں جسکے اضلاع کی تعداد سے زیادہ ہو تو یہ تین باتیں
بدی معلوم ہوں گی اول اس کثیر الاضلاع اور دائرہ رقبہ زمین تفاوت نہایت کم ہو گا۔ دوم کثیر الاضلاع
کے مجموعہ اضلاع اور محیط دائرہ میں بہت کم تفاوت ہو گا۔ سوم ہر کمرے عمود کثیر الاضلاع کے کسی
ضلع پر نکالیں اس عمود نصف قطر کے درمیان فرق نہایت کم ہو گا۔ دائرہ کے مرکز اور کثیر الاضلاع
کو نو زمین خطوط وصل کر نیسے کثیر الاضلاع برابر مثلثوں میں تقسیم ہو جائیگا اور ان سب مثلثوں کا رقبہ
ملکر برابر ہو گا اس مثلث کے رقبہ کے جبکہ قاعدہ برابر مجموعہ اضلاع شکل کثیر الاضلاع کے ہو اور جبکہ
ارتفاع برابر اس عمود کے ہو جو مرکز سے کثیر الاضلاع کے ایک ضلع پر واقع ہو پس اس سے
ہمارے دعویٰ کا ثابت ہونا ظاہر ہو گیا۔

دائرہ کے اندر جو کثیر الاضلاع منظم بہت ضلعوں کی کہنچی جائیں ان کی نسبت ہم نے تین باتیں
بیان کی ہیں ان کی توضیح کو اسطرح بارہ ضلع کی شکل منظم کا حال لکھتے ہیں دفعات ۱۴ اور ۱۵ دیکھو

فرض کرو کہ دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہو تو عمود جو مرکز دائرہ کسی ایک ضلع پر نکالیں اوس کا
 طول ۸۶۶ فٹ ہو اور کثیر الاضلاع کا مجموعہ اضلاع $۱۲ \times ۱۷۴۰ = ۲۰۸۸۰$ فٹ یعنی ۲۱۱۰ کے قریب
 قریب ہو اور دائرہ کا محیط ۲۸۳۲ فٹ کے قریب قریب اور کثیر الاضلاع کا قسبہ ۲ مربع فٹ
 ہے اور دائرہ کا قسبہ ۱۴۱۴ مربع فٹ ہی

بند بیون فصل ۱۰ مثال ظاہر ہوتا ہے کہ دائرہ کے اندر جب کا نصف قطر ایک فٹ ہو چوبیس ضلع کی شکل جو بنی ہو
 ہو اوس کا قسبہ ۱۰۵۸ مربع فٹ ہو ان نتیجوں کے دیکھنے سے یہ حکم صاف معلوم ہوتا ہے کہ اگر دائرہ کے اندر
 بہت سے ضلعوں کی کثیر الاضلاع منتظم بنائیں تو جن چیزوں کے مقابلہ کا تذکرہ ہم نے اوپر کیا ہے اونہیں
 اس قدر کم تفاوت رہتا ہے کہ بالکل قابل لحاظ کے نہیں ہوتا

(۱۷۸) اب ہم چند مثالیں مشق کے واسطے حل کرتے ہیں
 (۱) ایک مدور زمین کا قطر ۸۰ فٹ ہو اسکے اندر گردا گرد ایک بھری کی شرک گز بہ چوڑی بنی ہوئی ہو
 اوس شرک کا قسبہ دریافت کرو۔ شرک کا کنارہ بیرونی محیط اوس دائرہ کا ہے جب کا نصف قطر
 ۴۰ فٹ ہو اور اوس کا کنارہ اندرونی اوس دائرہ کا محیط ہے جب کا قطر ۲۰ فٹ ہے

پس بموجب فہم ۱۷۲ اسے بھری کی شرک کا قسبہ

$$= ۳۶۱۴۳۳ \times ۴۴ = ۱۵۹۶۰۹۶$$

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ ہے تو اوس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جب کا قسبہ اس دائرہ
 کے رقبہ کی تین چوتھائی ہے

دارو کے رقبوں کے دریافت کر لینا جو قاعدہ بیان ہوا اوس سے معلوم ہوتا ہے کہ دو دائروں کے
 رقبوں میں وہ نسبت ہے ہوتی ہے جو ان کے نصف قطر کے مربعوں میں اس سبب سے تناسب حاصل ہوگا
 ۱ : ۴ :: ۱۵ : ۶۰ اسے مربع کو : نصف قطر مطلوب کے مربع سے

اس واسطے نصف قطر مطلوب کا مربع

$$= ۱۵ \times ۱۵ \times \frac{۴}{۱} = ۱۸۷۵$$

اس عدد کا جذر نصف قطر مطلوب ہے جذر دوم تہ کی اعشاریہ تک نکالیں تو ۴۲.۹۹ حاصل ہونگے

پس نصف قطر مطلوب ۳۱ پنچ کے برابر تقریباً ہوگا

(۳) ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۱ پنچ تین دائرے متحد المركز ایسے کہیںچو کہ دائرہ چار برابر حصوں میں تقسیم ہو جائے۔

یہ مثال حقیقت ان تین مثالوں کے حل کرنے کے برابر ہے جو ابھی اوپر بیان ہوئیں دائرہ اندرونی کا رقبہ ایک چوتھائی دائرہ بیرونی کا ہوگا پس اس سے معلوم ہوا کہ موافق سابق کے عمل کرنے سے

ہمکو دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۰۰ کا جذر حاصل ہوگا
اب سطح دائرہ اندرونی اور دائرہ ثانی کے درمیان بھی سطح دائرہ معلوم چوتھائی رقبہ کے برابر ہوگئے
اس واسطے دائرہ ثانی دائرہ معلوم کا نصف ہوگا اس سے معلوم ہوا کہ موافق سابق کے عمل کرنے سے
دوسرے دائرہ کا رقبہ برابر ۲۰۰ کی جذر کے ہوگا

اسی طرح سے معلوم ہوتا ہے کہ تیسرے دائرہ کا نصف قطر ۳۰۰ کا جذر ہوگا
پس اس طرح سے تینوں دائروں کے نصف قطر انچون میں ۱۰ اور ۱۱ اور ۱۲ اور ۱۳ اور ۱۴ اور ۱۵ کے اعشاریہ تک ہونگے۔

سولہویں فصل کی مثالیں

دائروں کے نصف قطر تفصیل ذیل معلوم ہیں ان کے رقبے مربع ٹیٹوں میں محیط دائرہ کو ۳۱ گنا قطر سے فرض کر کے دریافت کرو

(۱) ۲۱ فیٹ (۲) ۱۴ گز ۲ فیٹ (۳) ایک فرلنگ

ان دائروں کے رقبے دریافت کرو جبکہ نصف قطر تفصیل ذیل معلوم ہیں اور دائرہ میں قطر سے محیط
۱۴ ۱۳ ۱۲ ۱۱ گنا فرض کیا گیا ہے

(۴) ۲۵ فیٹ (۵) ۹۹۲ فیٹ (۶) چوتھائی میل

ان دائروں کے قطر دریافت کرو جبکہ رقبہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اور محیط دائرہ قطر سے
۳۱ گنا فرض کرو

(۷) ۱۰۰ مربع فیٹ (۸) ایک روڈ (۹) ۵ ایکڑ ۳ روڈ ۸ پول
ان دائروں کے قطر دریافت کرو جن کا رقبہ تفصیل فی مل معلوم ہیں اور دائرہ میں قطر سے محیط ۱۴۱۶ ۳۵
گنا فرض کیا گیا ہے

(۱۰) ۵۰۰ مربع (۱۱) ۶ ایکڑ ۲ روڈ ۱ پول (۱۲) ایک مربع میل
سب آئندہ مثالوں میں محیط قطر سے ۱۴۱۶ ۳۵ گنا فرض کیا گیا ہے بشرطیکہ کہیں کنایتاً یا
صراحتاً اوسکے خلاف نہ بیان کیا گیا ہو

(۱۳) ایک حلقہ کے دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۴ فیٹ ہے اور دائرہ بیرونی کا نصف قطر
۱۶ فیٹ ہے اوس حلقہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴) ایک حلقہ کے دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۴ گز ۲ فیٹ اور دائرہ بیرونی کا نصف قطر
۱۸ گز ۲ فیٹ ہے اوس کا رقبہ دریافت کرو

(۱۵) ایک اتر کا ۱۵۰ فیٹ نصف قطر ہے پہلے دوسرے دائرہ کے اندر واقع ہو اور ان میں دوسرے
دائرہ کا نصف قطر ۳۰۳ فیٹ ہو دائروں کی درمیانی سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) ایک حلقہ کی اندرونی حد ۱۴ انچ ہے اور حلقہ کا رقبہ ۱۰ مربع انچ ہو بیرونی حد کا نصف قطر دریافت کرو
(۱۷) ایک حلقہ کی بیرونی حد کا نصف قطر ۱۵ فیٹ ہے اور حلقہ کا رقبہ ۳۰۰ مربع فیٹ ہے اندرونی حد کا
نصف قطر دریافت کرو

(۱۸) ایک اتر کا چوتھائی رقبہ ۷ مربع گز ہے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۹) دائرہ کا محیط ۷۰۰ فیٹ ہے اوس کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) دائرہ کا محیط نصف میل ہے اوس کا رقبہ دریافت کرو

(۲۱) دائرہ کا رقبہ نصف ایکڑ ہے اور محیط دریافت کرو

(۲۲) ایک دائرہ کا رقبہ اوس کے تفصیل کے رقبہ کے برابر ہے جو ۷۰۰ فیٹ سے ۲۵۰ فیٹ ہو
دائرہ کا محیط دریافت کرو

(۲۳) دائرہ کا نصف قطر فیٹ ہے دوسرا دائرہ اسی نصف رقبہ میں ہوا اس کا نصف قطر دریافت کرو
(۲۴) ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۸ انچ ہے جس دائرہ کا رقبہ پانچواں حصہ اس دائرہ کا ہو اس کا
نصف قطر دریافت کرو

(۲۵) ایک دائرہ ہوا اس کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے اور وہ دو متحد مرکز دائروں کے تین حصوں میں تقسیم
ہوتا ہے تو بتاؤ دائروں کی کیا نصف قطر کہیں کہ دائرہ تین برابر رقبہ کے حصوں میں تقسیم ہو
(۲۶) ایک کمرہ ۳۵ فیٹ سہانچ لंबا اور ۱۴ فیٹ ۶ انچ چوڑا ہے اور اس کا ایک ضلع پر کیا نصف
دائرہ کی شکل کا اور ۲ فیٹ قطر کا بنا ہوا ہے تو کل کمرہ کا رقبہ دریافت کرو

(۲۷) اگر ۱۵ پونڈ کا داب ہر ایک انچ مربع پر ہو تو اس دائرہ پر کیا داب ہوگا جس کا نصف قطر
۳ فیٹ ہے سنڈریڈ ویٹ تک وزن دریافت کرو

(۲۸) ایک مرد صحن ۴۰ فیٹ قطر کا ہوا اسکے درست کرانے میں ۲ سہ پائی فی مربع فٹ کے
حساب کیا صرف ہوگا

(۲۹) ایک گول گھڑ کا اندرونی قطر ۶ فیٹ ۶ انچ ہے اور آٹا ردیوار کا ۲۲ انچ ہے تو بتاؤ دیوار کی
بنیادین تختی میں گھیرتی ہیں۔

(۳۰) ایک گول گھڑ ۱۰ فیٹ قطر کا بنا ہوا ہوا اس کے باہر کنارہ سے اندر کی طرف چاروں طرف ۱۱
چوڑا چوڑے بنا ہوا ہے اگر یہ فی فٹ اس چوڑے کی بنوائی میں لگا ہو تو کل لاگت کیا لگی ہوگی
(۳۱) گھاس کا ایک گول قطعہ ہوا اس کا قطر ۴۸ گز اور اس کے کنارہ سے ایک گز اور ایک گز چوڑی
بجری کی شرک بنی ہوئی ہے تو ہم فی گز کے حساب اس شرک کی بنوائی میں کیا صرف ہوگا

(۳۲) ایک گول باغ کے گرد شرک بنی ہوئی ہے اور اس کا محیط سیرونی ۵۰۰ فیٹ اور محیط اندر دنی
۴۲۰ فیٹ ہے شرک کا رقبہ دریافت کرو

(۳۳) جس مربع کا رقبہ برابر اس مربع کے ہو جس کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہوا اس کا ضلع دیا فیٹ
(۳۴) جس دائرہ کا رقبہ برابر اس مربع کے ہو جس کا ضلع ۸۰ فیٹ ہوا اس کا نصف قطر دریافت کرو

(۳۵) ایک مربع کا ضلع ۱۶ فیٹ ہو اور اس کے اندر ایک اُترہ بنایا گیا ہو جو مربع کے سب ضلعوں کو چھوتا

تو تباؤ دائرہ اور مربع کے درمیان جو سطح واقع ہوگی اس کا رقبہ کیا ہوگا

(۳۶) ایک مربع کا ضلع ۸ فیٹ ہو اور اس کے اوپر ایک اُترہ بنایا گیا ہو تو دائرہ اور مربع درمیان

جو سطح واقع ہو اس کا رقبہ دریافت کرو

(۳۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۲، ۳ اور ۴ فیٹ ہیں اس اُترہ کا رقبہ دریافت کرو

جو مثلث کے وتر کو قطر بنا کر تجزین

(۳۸) نصف دائرہ کا رقبہ ۶۴۵ مربع فیٹ ہو تو اس کے کل محیط کا طول دریافت کرو

(۳۹) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہو اور اس میں ایک مثلث متساوی الاضلاع بنا ہوا ہے تو

مثلث اور دائرہ کے درمیان جو سطح واقع ہو اس کا رقبہ دریافت کرو (دفعہ ۹۹ دیکھو)

(۴۰) مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۳، ۴ اور ۵ فیٹ ہیں اس اُترہ کا رقبہ دریافت کرو

جس کا قطر برابر اس مثلث کے وتر کے ہو

(۴۱) مستطیل ۸ فیٹ طول میں اور ۶ فیٹ عرض میں ہو تو تباؤ اس دائرہ کا رقبہ کیا ہوگا جس کا

محیط برابر اس مستطیل کے مجموعہ اضلاع کے ہو

(۴۲) مثلث کے اضلاع ۱۳، ۱۴ اور ۱۵ فیٹ ہیں تو اس اُترہ کا رقبہ دریافت کرو جس کا محیط

اس مثلث کے مجموعہ اضلاع کے برابر ہو

اگر ایک دائرہ کا محیط وہی ہو جو مستطیل کا مجموعہ اضلاع ہو تو دائرہ کا رقبہ بڑا ہوگا اور اس کے

ان مثالوں میں ثابت کرو

(۴۳) مستطیل کا طول عرض ۸ فیٹ اور ۱۸ فیٹ

(۴۴) مستطیل کا طول عرض ۲۶ فیٹ ۱۳ فیٹ ہے

اگر دائرہ کا محیط وہی ہو جو مثلث کا مجموعہ اضلاع ہو تو دائرہ کا رقبہ بڑا ہوگا اور ان مثالوں

اس دعویٰ کو ثابت کرو

(۴۵) اضلاع مثلث ۵ و ۱۰ و ۱۰ فیٹ

(۴۶) اضلاع مثلث کی ۱۱ و ۱۴ و ۱۹ فیٹ

اگر دائرہ کا رقبہ برابر مستطیل کے رقبہ کی ہو تو دائرہ کا محیط مستطیل کے مجموعہ اضلاع سے چھوٹا ہوگا
ان مثالوں میں اس دعویٰ کو ثابت کرو

(۴۷) مستطیل کا طول عرض ۱۵ میٹ اور ۱۲ میٹ

(۴۸) مستطیل کا طول عرض ۲۴ اور ۲ میٹ

اگر دائرہ کا رقبہ اور مثلث کا رقبہ ایک ہی ہو تو دائرہ کا محیط مثلث کے مجموعہ اضلاع سے چھوٹا ہوگا اور اس دعویٰ کو ان مثالوں میں ثابت کرو کہ

(۴۹) اضلاع مثلث ۵ و ۶ و ۷ میٹ ہیں

(۵۰) اضلاع مثلث ۱۲ و ۱۵ و ۱۵ میٹ ہیں

(۵۱) ایک دائرہ کا محیط ۱۴ میٹ ہو جو مربع اور اسکے اندر بنایا جائے اور اس کا رقبہ دریافت کرو

(۵۲) ایک دائرہ کا محیط ۱۴ میٹ ہو جو مربع اور اسکے اندر بنایا جائے اور اس کا رقبہ دریافت کرو

سترہویں فصل قطاع دائرہ او قطعہ دائرہ

(۱۴۹) قطاع دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ ۳۰ درجہ کو قطاع کے زاویہ درجوں سے وہ نسبت ہوگی جو دائرہ کے رقبہ کو ہر قطاع کے

کے رقبہ سے

(۱۸) مثالیں



(۱) دائرہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ہو اور قطاع کا زاویہ ۸۰ درجہ ہو

دائرہ کا رقبہ = $3.1414 \times 25 \times 25 = 1943.5$

۳۰ : ۸۰ :: ۱۹۴۳.۵ : رقبہ مطلوب

$$\frac{1943.5 \times 80}{360} = \frac{1943.5 \times 25}{360} = \frac{1943.5 \times 25}{360} = 107.97$$

(۲۰) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فینٹ اور قطاع کا زاویہ ۷۵ درجہ ہے

$$\text{دائرہ کا رقبہ} = ۳۵۱۴۱۶ \times ۱۲ \times ۱۲ = ۵۰۸۰۸۰۰$$

$$۳۵۱۴۱۶ \times ۱۲ \times ۱۲ : ۷۵ : ۳۶۰$$

$$۹۸۶۲۸۸ = ۳۵۱۴۱۶ \times ۳۰ = \frac{۳۵۱۴۱۶ \times ۱۲ \times ۷۵}{۳۶۰} = ۳۵۱۴۱۶ \times ۱۲ \times ۷۵$$

پس قطاع کا رقبہ ۹۸۶۲۸۸ مربع فینٹ ہے

(۱۸۱) یہ ایک درقاعدہ قطع دائرہ کے رقبہ دریافت کرنا ہے کہ قوس کو نصف قطر میں دے
اور حاصل ضرب کا نصف کرلو

تصدیق اس قاعدہ کی دفعہ ۱۷۷ کے بیان سے ہوتی ہے

(۱۸۲) مثالین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۸ فینٹ اور قطاع کے قوس برابر نصف قطر کے ہے

$$\frac{۱}{۲} \times ۸ \times ۸ = ۳۲ \text{ پس قطاع کا رقبہ ۳۲ مربع فینٹ ہے}$$

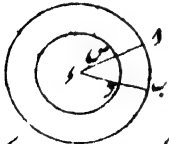
(۲) دائرہ کا نصف قطر ۲ فینٹ ۷ اینچ ہے اور قطاع کی قوس ۱۸۰ درجہ ہے

$$\frac{۱}{۲} \times ۱۷۴۳۰ \times ۲ = ۱۷۴۳۰ \text{ پس قطاع کا رقبہ ۱۷۴۳۰ مربع اینچ ہے}$$

(۱۸۳) فرض کرو کہ ہم کو اس شکل کا رقبہ دریافت کرنا ہو جو دو قطاع دائروں کی درمیان واقع ہو

اور ان قطاع کا زاویہ مشترک ہو۔ فرض کرو کہ وہ ایک قطاع ہو اور دوسرے قطاع ہو

پس شکل وہی ہے کہ رقبہ دریافت کرنا منقطع ہو یہ قطاع کے رقبہ کا



حساب کر کے یہ قطاع کے رقبہ میں گھونٹے قطاع کا رقبہ غرضی کرو

یا اس طرح حساب کر کہ جن دو دائروں کی قوسیں وہی ہیں اور راس میں

اون کے درمیان کے کل حلقہ کا رقبہ دریافت کرو اور پھر اس تناسب بناؤ کہ ۳۶۰ کو زاویہ کے

درجوں سے وہ نسبت ہو کل حلقہ کے رقبہ کو ہے رقبہ مطلوب ہے

یا اس قاعدہ کو استعمال میں لاؤ کہ قوسوں کے مجموعہ کو نصف قطر دون کے فرق میں ضرب اور

حاصل ضرب کو نصف کرلو

(۱۸۳) مثالین

(۱) نصف قطر ۵ فیٹ اور ۱۰ فیٹ میں اور قوسین ۶ فیٹ اور ۳ فیٹ میں

بموجب دفعہ ۱۸ کے بڑے قطاع کا رقبہ فٹ مربعوں میں $= 4 \times 10 \times \frac{1}{4} = 10$

اور چھوٹے قطاع کا رقبہ فٹ مربعوں میں $= 2 \times 10 \times \frac{1}{4} = 5$ پس رقبہ مطلوب فٹ مربعوں

$$\text{میں} = 10 - 5 = 5$$

یاد دفعہ گذشتہ کہ قاعدہ کو استعمال میں لاؤ کہ مجموعہ قوسوں کا $= 10$ فیٹ اور نصف قطر

فرق $= 5$ فیٹ پس رقبہ مطلوب فٹ مربعوں میں $= 5 \times 10 \times \frac{1}{4} = 12.5$

(۲) نصف قطر ۵ فیٹ اور ۵ فیٹ میں اور زاویہ ۵۵ درجہ ۵۵ دفعہ گذشتہ کے دوسرے

قاعدہ کو استعمال میں لاتے ہیں

بموجب دفعہ ۳ کے کل حلقہ کا رقبہ مربع فٹ میں $3.14159 \times 5 \times 5$ یعنی 78.5398

پس $3.14 : 78.5398 :: 55 : \text{رقبہ مطلوب}$

پس رقبہ مطلوب مربع فٹ میں $= \frac{78.5398 \times 55}{3.14} = 1372.24$

(۱۸۵) دائرہ کا وتر اب ہر زاویہ وتر قطر نہیں اور دائرہ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے کہ ایک

نصف دائرہ بڑا ہو اور دوسرے نصف دائرہ چھوٹا ہو جب ہر قطر کا معلوم ہو جائیگا تو اس کو دائرہ کے رقبہ

تفریق کر کے بڑے قطعہ کا رقبہ دریافت کر سکتے ہیں اسلئے دائرہ کے چھوٹے قطعہ دائرہ کے رقبہ دریافت کر کے قاعدہ بیان کیا



قرنر کردہ دائرہ کا مرکز وہی تو اب ظاہر ہے کہ قطعہ

اب اس برابر ہی قطاع والا اس بات و شدت و اب کے تفاوت

پس اسی قاعدہ ذیل استخراج ہوا

(۱۸۶) نصف دائرہ سے چھوٹے قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ اس قطاع کا رقبہ دریافت کرو جسکی قوس وہی ہو جو قطعہ کی ہو اور وتر اور نصف

نظر میں سے جو مثلث بنایا ہو اس کا رقبہ معلوم کرو اور اس پہلے رقبہ میں سے دوسرے رقبہ کو تفریق کرو
(۱۸۵) مثالیں

۱۔ نصف قطر دائرہ کا ۱۰ انچ ہے اور زاویہ قطاع کا ۶۰ درجہ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو
رقبہ دائرہ کا مربع انچ میں $= ۱۰ \times ۱۰ \times ۰.۷۸۵۴ = ۷۸.۵۴$ مربع فٹ
رقبہ قطاع کا مربع انچوں میں $= \frac{۳۱۴۱۶}{۴} = ۷۸۵۴$ اور مثلث اس صورت میں مساوی
ہے اور بموجب دفعہ ۱۹۲ کے اس کا رقبہ مربع انچ میں $۵۴ \times ۵۴ \times ۵۴$ کا جذر ہے یعنی
۳۳.۳۰ کے قریب قریب

پس قطعہ کا رقبہ مربع انچ میں

$$۷۸۵۴ - ۳۳.۳۰ = ۷۸۲۰.۷۰$$

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۴ فٹ ہے اور زاویہ قطاع قائمہ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو

دائرہ کا رقبہ مربع فٹ میں $= ۴ \times ۴ \times ۰.۷۸۵۴ = ۱۲.۵۴$

اسی واسطے قطاع کا رقبہ $= ۳۱.۴۱۶ \times ۴ = ۱۲۵.۷۰$

پس مثلث کا رقبہ مربع فٹ میں $= \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۴ = ۸$

پس قطعہ کا رقبہ مربع فٹوں میں $= ۱۲۵.۷۰ - ۸ = ۱۱۷.۷۰$

(۱۸۶) دفعہ گذشتہ کی مثالوں میں ہم مثلثوں کا رقبہ دریافت کر سکتے تھے اور پھر اونسے
استخراج قطاع کے رقبہ کا کر سکتے تھے۔ لیکن صرف دائرہ کا نصف قطر اور زاویہ جب تک معلوم ہو
تو دفعہ گذشتہ کی ترکیب کے موافق ہم مثلث کا رقبہ نہیں دریافت کر سکتے مگر علم مثلث کی ہتھکڑی
سے ہم رقبہ دریافت کر سکتے ہیں

(۱۸۷) قطعہ دائرہ کا وتر اور ارتفاع معلوم ہے اس کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ وتر کے مربع کی ایک چوتھائی کو ارتفاع کے مربع کے دو پانچویں حصہ پر زیادہ کرو
اور حاصل جمع کے جذر کو ارتفاع کی چار تہائی میں ضرب دو

یہ قاعدہ بالکل درست نہیں ہے اوس سے قطعہ معلوم کا رقبہ جتنا الفضل الامر میں ہونا چاہئے اوس سے زیادہ نکلتا ہے لیکن اس میں غلطی نہایت خفیف واقع ہوتی ہے بشرطیکہ زاویہ قطاع جو مطابق اوس قطع کے بنایا جائے نہایت چھوٹا ہو اگر زاویہ ۹۰ کا ہو تو غلطی حصہ رقبہ سے کم واقع ہوتی ہے اور اگر زاویہ ۹۰ کا ہو تو حصہ رقبہ سے کم غلطی واقع ہوتی ہے (۱۹۰) مثالیں

(۱) وتر ۱۲ انچ اربعہ ارتفاع ۱ انچ ہے

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72 \text{ اور } \frac{1}{2} \times 12 \times 1 = 6$$

$$72 - 6 = 66 \text{ اور اس کا جذر } 8.124$$

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72 \text{ اور } 8.124^2 = 66$$

پس قطعہ کا رقبہ ۸۶.۴۴۳ مربع انچ ہے

(۲) وتر ۲۰ انچ اور ارتفاع ۱۰ انچ ہے

$$\frac{1}{2} \times 20 \times 20 = 200 \text{ اور } \frac{1}{2} \times 20 \times 10 = 100$$

$$200 - 100 = 100 \text{ اس کا جذر } 10$$

$$\frac{1}{2} \times 20 \times 20 = 200 \text{ اور } 10^2 = 100$$

پس رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہے

(۱۹۱) اگر قطعے کے مطابق زاویہ قطاع کا ایسا بڑا ہو کہ وہ ان اس قاعدہ کا برتاؤ غلطی عظیم سے خالی نہ ہو تو وہ ان قطعہ کو دو متشابہ مثلثوں اور ایک مثلث میں تقسیم کر لو اور پھر مثلث کا رقبہ ٹھیک قاعدہ سے دریافت کرو اور دفعہ ۱۸۴ کے موافق چھوٹی چھوٹی قطعات کا رقبہ دریافت کرو دفعہ ۱ کی شکل دیکھو جس میں قطعہ ارب سی مثلث اب سی اور ان قطعات کے مرکب ہے

جنکے وتر اسی اور یاب ہیں

(۱۹۲) اب ہم بعض مثالیں مشق کے واسطے حل کرتے ہیں

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے اور قطاع کا وتر ۱۴ انچ سے قطاع کا قوسیہ یافتہ کرو
اس مثال میں بالکل صحیح نتیجہ نہیں ہو سکتا مگر تقریباً اور تخمیناً اس کا حل ہو سکتا ہے جو حسب ذیل ہے
کے قوس کا طول ۱۴۱ ۱۸۹ ۵۱ ۴۱ انچ کے قریب ہے اور قوسیہ یافتہ میں ۱۴ انچ میں

$$146574292 = 123290121 \times 108 \frac{1}{4} =$$

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے اور قطعہ کا وتر ۱۴ انچ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو
ابھی ہم نے قطاع کا رقبہ ۸۹۶۳۷۰۷۵ مربع فٹ کیا ہے اور موجب دفعہ ۱۵۲ کے اضلاع
مثبت کے ۲۵ و ۱۴ انچ دریافت ہو گئے تو مثبت کا رقبہ ۱۶۰ مربع انچ کے قریب ہو گا
پس قطعہ کا رقبہ ۸۹۶۳۷۰۷۵ مربع انچ ہے دفعہ ۱۵۹ کے قاعدہ کے بموجب ہم قطعہ کے
رقبہ کا حساب اس طرح کرتے ہیں

اول ارتفاع دریافت کرتے ہیں دفعہ ۸ کی شکل میں اس = ۲۵ اور وب = ۱۴
پس $10 = ۸$ اور دفعہ ۱۰ کے بموجب ہم دریافت کرتے ہیں کہ $د = ۲۴$ سیوا $دی = ۱$
 $\frac{2}{3} = 1 \times 1 \times \frac{2}{3}$ اور $4 = 1 \times 1 \times 1 \times \frac{1}{2}$

• $29 = \frac{2}{3} + 29$ پس اسکا جذر 0.2851 ہے۔

$$954150 = 65.7101 \times 10^7 \frac{2}{\mu^2}$$

موجودہ اس قاعدے کے ہم قطعہ کا رقبہ ۱۳۵ء ۹۷ مربع اینچ دریافت کرتے ہیں یہ پہلے نتیجہ سے کچھ تھوڑا ہے فرق دیکھتا ہے

شہرہ یں فضل کی مثالیں

ان قضاہ دوا رکاز بنین است و دوا ذیل معلوم ہین رقبہ دریافت کرو

(۱) نصف قطر ۲۴ میٹ زاویہ ۲۵

(۲) نصف قطر ۱۲ اینچ زاویه ۱۲۰

(۳) نصف قطر ۴۸ فیت زوایہ ۶۸

- (۴) دو دائرے متحد مرکز ہیں جنکی نصف قطر ۵ فیٹ ۵ اینچ ہیں تو جس شکل کے یہ دائرے اور دو نصف قطر جو ہم درجہ کے زاویہ پر مائل ہوں محیط ہوں اور اس کا رقبہ دریافت کرو
- (۵) دو متحد مرکز دائروں کے نصف قطر ۱۰ فیٹ اور ۸ فیٹ ہیں تو جس شکل کے یہ دائرے اور وہ نصف قطر محیط ہوں کہ ۵۰ درجہ زاویہ پر مائل ہوں تو اس کا رقبہ دریافت کرو
- (۶) قطاع کا رقبہ ۱۵۰ مربع فیٹ ہو اور زاویہ قطاع کا ۵۰ نصف قطر دریافت کرو
- (۷) قطاع کا رقبہ ۲۳۰ مربع فیٹ ہو اور زاویہ قطاع کا ۴۰ ہو کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو
- (۸) قطاع کا رقبہ ۴۴ مربع فیٹ ہو اور نصف قطر ۴۰ زاویہ دریافت کرو
- (۹) قطاع کا رقبہ ۴۴ مربع فیٹ ہو اور نصف قطر ۱۶ فیٹ ہو قوس دریافت کرو
- (۱۰) قطاع کا رقبہ ۳۵۰ مربع فیٹ ہو اور قوس ۶۶ فیٹ نصف قطر دریافت کرو
- (۱۱) قطاع کا رقبہ ۱۲۵ مربع فیٹ ہو اور دائرہ کا رقبہ ۴۴ مربع فیٹ ہو زاویہ دریافت کرو
- (۱۲) قطاع کا رقبہ ۱۱۵ مربع فیٹ ہو اور دائرہ کا رقبہ ۷۷ مربع فیٹ ہو قوس کو دریافت کرو
- (۱۳) ایک قطاع کا وتر ۵ اینچ اور نصف قطر ۱۰ اینچ ہے قطاع کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۴) ایک قطاع کا وتر ۵ اینچ ہو اور نصف قطر ۱۰ اینچ ہو قطاع کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۵) نصف قطر ۱۰ فیٹ ہو اور قطاع کا زاویہ ۳۰ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۶) نصف قطر ۱۰ فیٹ ہو اور قطاع کا زاویہ ۲۰ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۷) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہو دو متوازی وتر جن میں سے ہر ایک برابر نصف قطر کے ہے کہنچی ہیں تو وتروں کی درمیانی مسطحہ کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۸) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ ہو اور مرکز کے ایک ہی جانب میں دو وتر متوازی کھینچے گئے ہیں اور ان میں سے ایک کا محاذی زاویہ مرکز پر ۶۰ ہو اور دوسرے کا محاذی زاویہ ۹۰ ہے تو جو مسطحہ اون دونوں وتروں کے درمیان ہوا اس کا رقبہ دریافت کرو
- (۱۹) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ ہو مرکز کی مقابل سمتوں میں دو متوازی وتر کھینچے گئے ہیں

اور اوٹین سے ایک ترکہ محاذی زاویہ مرکز پر ۹۰ ہے اور دوسرے کی محاذی زاویہ مرکز پر ۹۰ ہے
وٹرڈن کے درمیانی منطفہ کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) دائرہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے اور دائرہ کے دو حصہ دہ دیکر تباہی جو نصف قطر کے برابر ہو اس کے رقبہ دریافت کرو
دفعہ ۸۹ کو اپنی رقبہ اون قطعات کا تین مرتبہ کی اعشاریہ تک یافت کرو جبکہ اندر اندر تفصیل میں معلوم ہیں

(۲۱) وتر ۳۲۰.۵ فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ

(۲۲) وتر ۱۴۲.۱۴ فیٹ ارتفاع ۲۵۹.۴ فیٹ

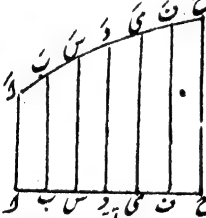
(۲۳) وتر ۱۰ فیٹ ارتفاع ۳۳۹.۴ فیٹ

(۲۴) وتر ۱۴۴.۵ فیٹ ارتفاع ۳۴۰.۴ فیٹ

(۲۵) وتر ۲۱۰.۵ فیٹ ارتفاع ۰.۸۵۵ فیٹ

اٹھارہویں فصل سمین صاحب کے قاعدہ کے بیان میں

(۱۹۳) ایک بڑا عمدہ قاعدہ بعض شکلوں کی تقریباً قیاسی دریافت کرنے کا کہتے ہیں



فرنس کرو کہ ایک قیاسی جو خط مستقیم ہے اور

خطوط مستقیم اور ح سے جو آج پر عمود ہیں

اور خط مخفی آج سے گہرا ہوا ہے

آج کو حجت برابری صوب اور ب س اور س د ... پختہ کر دو اور نقا تقسیم سے خطوط مستقیم

ب ب اور س س اور د د ... راوے کے لئے آج پر بنائی ہوئی لکھی جانے والی خطوط مستقیم اور ب ب

اور س س ... ح ح کا نام محدود رکھو تو تقریبی رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہو سکتا ہے کہ اول

محدود اور آخر محدود اور طاق محدود ہیں کہ دو چند مجموعہ اور حجت محدود ہیں کی چوہین مجموعہ کو ان

سب کو جمع کروادو حاصل کو کسی دو متصل کے محدودین کے فاصلہ مشترک کی تہائی میں ضرب دو

(۱۹۴) شکل میں سات محدودین ہیں حجت محدود ب ب اور د د اور د تہائی میں اور باقی طاق

محدود سوا اول اور آخر کے س س اور می می ہیں

(۱۵۵) دفعہ ۱۹۳ کے قاعدہ کو بغیر اوقات مساوی الابعاد محدودین کا قاعدہ کہتے ہیں اس قاعدہ کو سمین صاحب کا قاعدہ کہتے ہیں گو موجود اسکے صاحب وح نہ تھے

(۱۹۶) مثالین

(۱) فرض کرو کہ سات محدودین ہیں اور فاصلہ مشترک انٹ ہی اور یہ محدود ۱۲، ۱۴، ۱۶ اور ۱۸، ۲۰، ۲۲

اور ۳۶، ۴۰ اور ۴۴ اور ۵۸ اور ۶۴ اور ۸۰ سم فیٹ ہیں

۸۵۹۲	۴۶۲۴	۳۶۳۶	۳۶۱۲
۱۷۵۸۸	۴۶۳۶	۳۶۵۸	۳۶۸۰
۵۳۶۰	۴۶۶۹	۸۶۴۴	۸۶۹۲
۳ ۸۰۶۳۰	۱۳۶۳۰	۲	
۲۶۶۸۰	۵۳۶۶۰	۱۷۵۸۸	

پس رقبہ ۲۶۵۸ مربع فیٹ ہے

(۲) فرض کرو پانچ محدودین ہیں اور فاصلہ مشترک ۲ فیٹ اور محدودین ۱۵، ۱۷، ۱۹، ۲۱ اور ۲۳

۱۵، ۱۷، ۱۹، ۲۱ اور ۲۳ فیٹ ہیں

۳۶۰۸	۱۶۴۴	۱۵۵۹	۱۶۲۶
۳۶۱۸	۱۶۷۱	۲	۱۶۸۲
۱۲۶۰	۳۶۱۵	۳۶۱۸	۳۶۰۸
۱۸۶۸۴	۳		
۲	۱۲۶۰		
۳ ۳۶۶۶۲			
۱۲۶۵۶			

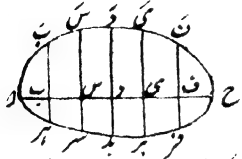
پس رقبہ ۱۲۶۵۶ مربع فیٹ ہے

(۱۹۷) دفعہ ۱۹۳ کی شکل میں خط مستقیم وح کی طرف خط سخی مجوف تھا اور سوا ازین خط مستقیم کی ایک سر سے دوسرے سر کی طرف محدود ڈرتی جاتی تھی مگر سطح کے خط سخی ہونیکے قاعدہ سمین میں کچھ حصہ نہیں بلکہ خط سخی خواہ کسی شکل کا ہو اور سمین قاعدہ سمین چل سکتا ہے مثلاً خط سخی کی یہ شکلیں ہوں



جتنی محمد و زیادہ لوگی اوتنا ہی نتیجہ زیادہ صحت کو ساتھ کلیک اگر خط غنی نہایت غیر منظم ہو تو یہاں

اس قاعدہ پر اعتبار کرنا نہیں چاہئے



(۱۹۸) اگر رقبہ خط مستقیم قح اور خط غنی قح ہو گہرا ہو اسو

تو قاعدہ مذکور ہی کو استعمال میں لاؤ یہاں تا فرق ہو

کہ محمد داؤل در آخر کچھ نہیں اسلئے اول کو حساب میں ہی محسوب نہ کرو اور صفر سمجھو اگر رقبہ خط غنی قح بدلے سے احاطہ کیا گیا ہو اور چاروں طرف سے محدود ہو تو بجائے محمد دین کے

ہم عرض ب بر اور س سر وغیرہ کا م میں لائیں

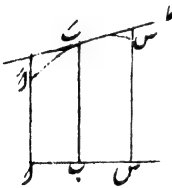
(۱۹۹) اگرچہ مبتدی سمین صبا کے قاعدہ کی تحقیقات کما حقہ نہیں کر سکتا مگر آسانی سے اس بات کو

سمجھ سکتا ہے کہ قاعدہ ایسے اصول پر مبنی ہے کہ اس کی صحت پر اعتبار ہو سکتا ہے

جو دو متصل کے محمد دین کے درمیان رقبہ واقع ہوا ہو اس کا نام

ہم قطعہ کہتے ہیں اور دفعہ ۱۹۳ کی شکل کے اول قطعوں پر

بحث کرنے میں



فرض کرو کہ خط مستقیم و ب کہینچا گیا ہو تو ایک شکل زور زلفہ

بن جائیگی اور شکل سے ظاہر ہو کہ اول قطعہ فرض زلفہ سے بڑا ہے پس اول قطعہ کا رقبہ بڑا ہوا ہے اور

نصف مجموعہ و ب اور ب کے حاصل ضرب کے اس واسطے اول قطعہ کا دو چند رقبہ بڑا ہوا ہے اور مجموعہ

و ب اور ب کے حاصل ضرب کے علیٰ ہذا القیاس دوسرے قطعہ کا رقبہ بڑا ہوا ہے اور مجموعہ و ب اور

س کے حاصل ضرب کے ہوا پس دو چند رقبہ اول زوج کا بڑا حاصل ضرب و ب اور مجموعہ و ب اور

س اور دو چند و ب سے ہوا

اب پھر فرض کرو کہ خط ط م اس نقطہ ب سے خط غنی کا نکلا گیا ہے اور و ب اور ب خارج ہو کر اس

خط مستقیم سے ملے ہیں تو دوسرا دو زلفہ پیدا ہو گا اور موجب دفعہ ۱۹۳ کے رقبہ فرض زلفہ کا برابر حاصل ضرب

و س اور دو چند و ب کے ہے اور یہ شکل سے ظاہر ہے کہ مجموعہ اول و قطعات کا فرض زلفہ سے کم ہے

میں رقبہ اول دو قطعات کا کم نسبت حاصل ضرب اب اور دو چنب ب سے سے اس معلوم ہوگا کہ اگر ہم ان دونوں نتیجہ کو اسمپن شامل کریں تو یہ کم و بیشی کی غلطیاں اسمپن ملکر کم بقدر معاد پیا کرینگے اور یہ چنب رقبہ اول دو قطعات کا تقریباً برابر حاصل ضرب اب اور مجموعہ ڈا اور س سے اور چنب ب سے کے ہوگا

اگر دفعہ ۱۹ کی شکل میں دوسرے رقبہ قطعات پر ہی عمل کریں گے تو اسمپن صاحب کے قاعدہ پر پورا اعتبار ہو جائیگا دفعہ ۱۹ کی شکل پر عمل معینہ ہی نہ ہوگا تو شاید اس کے عمل ہوگا بڑی بات اس عمل میں یہ ہوگی کہ ہم دو نتیجوں کو ملائے ہیں جن میں ایک نتیجہ بڑا ہوتا ہے اور دوسرا نتیجہ چھوٹا اس واسطے یہ چھوٹی بڑی نتیجے ملکر غلطیوں میں معادلت پیدا کرتے ہیں

(۲۰) اگر دفعہ ۱۹ کی شکل میں راج کچا منحنی ہوئے ایک مستقیم ہوتا تو اسمپن صاحب کے قاعدے سے صحیح صحیح قیمت رقبہ کی معلوم ہو جاتی مگر اس صورت میں ایک ذریعہ پیدا ہوتا ہے جس کا رقبہ آسانی سے اسطرح معلوم ہو جائے کہ راج کو نصف مجموعہ ڈا اور راج میں ضرب میں اور اگر راج ایک خط منحنی خاص صورت کا ہو تو یہی صحیح رقبہ دریافت ہوگا لیکن ہم اس کی صورت کو بتلا کر ان مبادی علم ساحت میں نہیں داخل کرتے

(۲۱) یہ ہی ہو سکتا ہے کہ شکل محدود ایک خط سے بنتی ہو مگر یہ خط منحنی از حد غیر منظم منہج ہو اور اسمپن صاحب کا یہ حل ہو سکتا ہو تو اسی حالت میں ہم قاعدہ ذیل کے موافق عمل کریں کہ ایک مستقیمہ الاضلاع کثیر الاضلاع جو بہت قریب شکل کی ہو بنائیں اور اسمپن صاحب کے قاعدہ کے بموجب اول حصوں کا رقبہ دریافت کریں جو درمیان کثیر الاضلاع اور شکل معلوم کی واقع ہوں اور ان حصوں کے رقبوں کو اگر کثیر الاضلاع شکل کے اندر ہوں تو اس کے رقبہ پر زیادہ کریں اور اگر کثیر الاضلاع کے باہر ہوں تو اس کے رقبہ سے تفریق کریں آخر حاصل تقریباً شکل کا رقبہ حاصل ہو جائیگا

(۲۲) زمین کی پیمائش میں اکثر تقریبی شکلوں کا دریافت کرنا ہوتا ہے کہ جن کی حدود بہت بڑی ہوتی ہیں لیکن خطوط منحنی کہیں چھوٹے چھوٹے خطوط مستقیم ہوتے ہیں ایسے مواقع پر

عمل مساحت میں ترکیب مفصلہ ذیل عجیب ہے کہ اونی حدود اس طرح قائم ہو جائی ہیں کہ نہایت آسانی سے

بصحت قیہ دریافت ہو جاتا ہے



فرض کرو کہ ایک کہیت یا جی شکل دب سے دے
سطح مستوی پر تعبیر ہوتی ہے ایک خط مستقیم آسب تک
کہیں چو تو اسی خط کے اندر کچھ حصے داخل ہو جائی گے

اور کچھ اس سے خارج ہو جائی گے اور اس داخل خارج سے

معاولت پیدا ہوگی اور اس طرح قیہ یا تو جتنا تھا اتنا ہی رہیگا یا کچھ متغیر ہوگا تو بہت کم اور اس طرح خطوط
ب سے سکت اور سکت و کثرت اور دوسری کثرت کہیں چو تو کمی اور بیشی برابر ہو گئیں اور ایک چار ضلع
کی شکل مستقیمہ الاضلاع برابر اصل شکل کے جیائیگی جس کا قیہ آسانی سے دریافت ہو جائے گا

اب یہ مسلح کی عقل اور فہم پر موقوف ہے کہ وہ خطوط مستقیم اس طرح کسبھی کہ حتی الامکان صحت کے ساتھ طلب
حاصل ہو یہ خطوط مستقیم اس طرح خوب آسانی سے کسبھی ہیں کہ کوئی سینک یا شیشہ کا ٹکڑا جس کے کنارے سید ہیں
اور اوپر آرا پانظر آتا ہوا و سکود و غیر منظمہ پر رکھ دیں

اور انکے سے خوب جانچ کر کے دیکھ لیں کہ کس طرح خطوط مستقیم کسبھی ہیں کہ کنارہ اور حد کے درمیان حصے
دونوں طرف برابر ہوں +

(۲۰۲) ایسی رقبوں کے ناپنے کے لئے جسکی حدود نہایت غیر منظم ہوں ایک اور ترکیب جو تجربہ پر
موقوف ہے اور قابل لکھنے کے ہے وہ یہ لکھتے ہیں

فرض کرو کہ ایک کہیت سطح مستوی پر دفعہ ۲۰۲ کی شکل دب سے ورکتا ہو ٹوکا غذا یا صلی ایسی کو
اوسکی صفحہ مت سب جگہ یکساں ہوا و سکود کر کہیت کی شکل بناؤ اور نہایت عمدہ کاٹنے میں
جسمین بال برابر ہی فرق نہ ہو تو لو اور جس چیز کی یہ شکل بنائی ہے اوسکا ایک مربع لے کر دو
اور اوسے بھی اوسی کاٹنے میں تو کو اب دونوں کی مناسبت ہم کو یہ معلوم ہو جائیگا کہ شکل
اوس میں کتنی مربع لے چکے ہیں اور چہر جس پیمانہ کے موافق شکل بنی ہو گے اوس پر

اونیسویں فصل اشکال متشابہ

(۲۰۴) فصل ششم میں ہم نے اشکال متشابہ کی خاصیتوں کا ذکر کیا ہے اب ہم ان کے رقبوں کے باہمی ارتباط کو بتلاتے ہیں ایک مقدمہ عظیم اس باب میں بیان کرتے ہیں اور اسی کو مختلف مثالوں کے اندر استعمال میں لاتے ہیں +

(۲۰۵) اشکال متشابہ کے رقبوں میں وہ نسبت ہوتی ہے جو ان کے اضلاع نظیرہ کے مربعوں میں فرض کرو کہ دو مثلث متشابہ ہیں اور ایک کا ضلع سہ چند دوسرے مثلث کے ضلع سے ہر تو بڑے مثلث کا رقبہ چھوٹے مثلث کے رقبے سے گنا ہوگا عدد مربع کا ہے اور اس بات کا دیکھ لینا بھی آسان ہے اسلئے کہ جب بڑے مثلث کا قاعدہ سہ چند چھوٹے مثلث کے قاعدے سے ہو تو مثلث کے متشابہ ہونیکے سبب بڑے مثلث کا ارتفاع بھی چھوٹے مثلث کے ارتفاع سے سہ چند ہوا

لیکن مثلث کا رقبہ قاعدہ اور ارتفاع کا نصف حاصل ضرب ہوتا ہے اسوا بڑے مثلث کا رقبہ نو گنا چھوٹے مثلث کے رقبے سے ہوا +

اسی طرح اگر دو متشابہ مثلثوں میں ایک مثلث کا ضلع پچھن دوسرے مثلث کے ضلع سے ہو تو بڑے مثلث کا رقبہ پچھن گنا چھوٹے مثلث کے رقبے سے ہوگا +

(۲۰۶) دفعہ ۱۵۴ میں پہنے لکھا ہے کہ جس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ایک فٹ ہو اس کا رقبہ ۱۲۷۰۳۳۰۰ مربع فٹ ہے اب فرض کرو کہ ہم کو ایسے مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرنا ہے جس کا ضلع ۱۰ فٹ ہو

مربعہ اکا ہے اور مربع ۱۰ کا ۱۰۰ ہے اسی واسطے ہم کو یہ مناسب حاصل ہوگا

$$۱۰ : ۱۰۰ :: ۱۲۷۰۳۳۰۰ : \text{رقبہ مطلوب}$$

$$\text{بیس رقبہ مطلوب مربع فٹ میں} = ۱۲۷۰۳۳۰۰ \times ۱۰۰ = ۱۲۷۰۳۳۰۰۰۰$$

اسی طرح سے عمل اور مثالوں میں ہو سکتا ہے پس اس کی یہ قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع کے رقبہ دریافت کرنے کا معلوم ہو گا کہ طول ضلع کے مربع کو ۳۰۳۰۳ میں ضرب دے کر (۲۰۰) دائرے بھی اشکال متشابہ میں اور دائروں کے رقبوں میں بھی وہی نسبت ہوتی ہے جو اوّل نصف قطروں کے مربعوں میں دفعہ ۱۸ کے کو دیکھو قطاع دائرے جن کے زاوے اسی میں برابر ہوں گا متشابہ ہوتی ہیں اور ان کے موافق جو قطعات دائرہ ہوں وہ بھی اشکال متشابہ ہوتی ہیں دو متشابہ قطع کے رقبوں میں وہی نسبت ہوتی ہے جو نصف قطروں کے مربعوں میں اور یہی کیفیت متشابہ قطعات دائرہ کی ہے کہ ان کے رقبوں میں بھی نسبت ایسی ہی ہوتی ہے جس کے نصف قطروں کے مربعوں میں

(۲۰۸) فرض کرو کہ کچھ نصف قطر ایسے دائرہ کا دریافت کرنا ہے کہ اس میں جو ۶۰ درجہ کا قطعہ ہو اس کا رقبہ ۲۰ مربع انچ ہو

دفعہ ۱۸ کے موافق کچھ معلوم ہے کہ اگر دائرہ کا نصف قطر انچ ہو تو اس میں ۶۰ درجہ کا قطعہ دائرہ کا رقبہ ۹۵.۰۶ مربع انچ ہوتا ہے پس اب یہ تناسب حاصل ہو گا کہ

$$۹۵.۰۶ : ۲۰ :: ۱۰۰ : \text{دائرہ کے مطلوب نصف قطر کے مربع سے}$$

$$\text{اس واسطے نصف قطر مطلوب کا مربع} = \frac{۱۰۰ \times ۲۰}{۹۵.۰۶} = ۲۱.۰۶۵۵$$

$$\text{اس عدد کا جذر} = ۴.۵۸۵۷$$

پس نصف قطر مطلوب ۴.۵۸۵۷ انچ ہوا

اب یہ فرض کرو کہ نصف قطر ایسے دائرہ کا دریافت کرنا ہے جس میں ۶۰ درجہ کا قطعہ کا رقبہ ۱۰ مربع انچ ہو

$$\text{موجب دفعہ ۱۸ کے کو یہ تناسب حاصل ہو گا کہ}$$

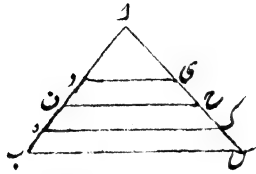
$$۴.۵۸۵۷ : ۱۰ :: ۱۶ : \text{نصف قطر مطلوب کے مجذور سے}$$

$$\text{پس نصف قطر مطلوب کا مربع} = \frac{۱۶ \times ۱۰}{۴.۵۸۵۷^2} = ۳۵.۰۳۸۵$$

$$\text{اور اس عدد کا جذر} = ۵.۹۱۹۲$$

پس نصف قطر مطلوب ۹۲ وہ فیٹ ہے

(۲۰۹) اب اس مثلث ہر اور اب ۱۰ فیٹ ہر اور مطلوب ہے کہ اس کے متوازی خطوط مستقیم



کھینچ کر چار برابر حصوں میں مثلث کو تقسیم کریں

دفعہ ۱۰ میں جو سوال حل ہوا ہر او کی متماثل یہ مثال ہر

فرض کرو کہ خط مستقیم دی سب زیادہ نزدیک و کر ہے

تو مثلث او کی کا رقبہ ایک چوتھائی اب اس کے رقبہ کے ہوگا اس واسطے یہ تناسب حاصل ہوگا

$$1 : \frac{1}{4} :: \text{اب کے مجذور} : \text{او کے مجذور}$$

اس واسطے او کا مربع = $\frac{1}{4}$ اب کے مربع کے

$$\frac{1}{4} = 100 \times \frac{1}{4} = 25 \text{ اور } 25 \text{ کا جذر } = 5$$

پس او = ۵ فیٹ

اور اس سطح اگر ت ح بعد اس خط مستقیم کے ہو تو

$$1 : \frac{2}{3} :: \text{اب کے مربع} : \text{اب کے مربع}$$

$$\text{اس واسطے او کا مربع} = \frac{2}{3} \text{ مربع اب کے} = \frac{2}{3} \times 100 = 66.67$$

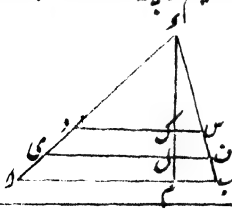
$$\text{پس او میں تعداد فٹوں کی} = 50 \text{ کے جذر کے} = 7.07$$

اس سطح اگر ت ح بعد اس خط مستقیم کے ہو تو او میں فٹوں کی تعداد

$$= 50 \text{ کے جذر کے} = 7.07$$

(۲۱۰) اب اس دو ذوزنقہ ہے اور اضلاع متوازیہ اب اور اس کے درمیان فاصلہ عمودی

۳ فیٹ ہر اب مطلوب ہے کہ اب کے متوازی ایک خط مستقیم کھینچ دو ذوزنقہ کو دو برابر حصوں



میں تقسیم کریں

اب اور اس کو ایسا خارج کرو کہ وہ نقطہ پر ملین

اور فرض کرو کہ ت ح خط مستقیم مطلوب ہر

و تم عمود و دب پر کھالو جو سی ق سے نقطہ ل پر اور دسی سے ک پر ملے
 چونکہ سی ق ذوزنقہ کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے تو مثلث دسی ق برابر نصف
 مثلثون د و ب اور دسی ک ہو گا تین مثلث د و س اور دسی ق اور د و ب متشابہ ہیں اور
 اوکے رقبوں میں ایسی نسبت ہر جیسی کہ د ک و د ل و د م کے طولوں کے مربعوں میں
 اس سے معلوم ہوا کہ مربع د ل کا برابر نصف مجموعہ مربعات د ک اور د م کے ہوا
 اب بموجب دفعہ ۷۷ کے ہم کو معلوم ہے کہ د ک = ۴۶۵ اس واسطے کہ د م = ۷۵۵ اور
 مربع ۴۶۵ = ۲۰۶۲۵ اور جذر ۷۵۵ = ۵۴۶۲۵ پس د ل کا مربع = ۷۶۵۵ کے $\frac{1}{2}$ = ۳۸۲۷۵
 اس واسطے د ل میں فٹوں کی تعداد = ۳۸۶۲۵ کے جذر کے = ۶۲۱۸۴۴ اور ک ل
 میں تعداد فٹوں کی = ۴۶۸۴۴ = ۳۶۵ - ۶۲۱۸۴۴

پس سی ق کا مقام تحقیق ہو گیا

(۲۱۱) اب ہم چند مثالیں شق کے واسطے لکھتے ہیں

(۱) ایک جاگیر کا نقشہ بنا اور او میں ۲۰ فٹ کیا واسطے ایک انچ کا پیمانہ مقرر ہوا تو بتاؤ نقشہ پر
 ۸۰۰۰ مربع گز کی جاگیر کتنی جگہ گہری گی اب ایک انچ کا پیمانہ ۲۴۰ انچ کے واسطے ہے
 جگہ جبکا دریافت کرنا چاہئے ہے ۸۰۰۰ مربع گز کو ۲۴۰ کی ضرب پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوگی

$$\frac{8000}{240} = \frac{10}{3} \times 240 = \frac{10 \times 240}{3} = \frac{2400}{3} = 800$$

پس جگہ مطلوب $\frac{8000}{3}$ مربع گز کی ہوئی یعنی ۲۶۶۶ حصے ۹ مربع فٹ کے یعنی ۱۰ مربع فٹ کے

(۲) اگر نقشہ پر ۴ مربع گز کو ایک مربع انچ تعبیر کرتا ہو تو بتاؤ پیمانہ کیا ہوگا

$$4 \text{ مربع گز} = 144 \times 4 \times 4 \text{ مربع انچ اور جذر } 144 \times 4 \times 4 = 48$$

پس اس سے معلوم ہوا کہ ۴۸ انچ کے واسطے ایک انچ پیمانہ ہے

(۳) قائم الزاویہ کے اضلاع میں نسبت ۴ اور ۵ کی ہے اور اس کا رقبہ ۱۰۰ مربع فٹ ہے
 اس کے اضلاع دریافت کرو

اگر قائم الزاویہ کے اضلاع ۴ اور ۵ فیٹ ہوں تو اس کا رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہوگا یعنی متناسب حاصل ہوگا
 ۲۰ : ۱۸۰ :: ۴ : ۳۶۰ کے مربع : ضلع قطیر کے مربع سے جس کا دریافت کرنا منظور ہے

$$\text{اس واسطے اس ضلع کا مربع} = \frac{180 \times 14}{2} = 9 \times 14 = 126$$

پس یہ ضلع = ۱۲ فیٹ اس واسطے دوسرا ضلع = ۱۵ فیٹ

(۴) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا مجموعہ اضلاع اور دائرہ کا محیط اسپین برابر ہیں اور قیودیت
 فرض کرو کہ مثلث کا ہر ایک ضلع ایک فٹ ہو تو اس کا رقبہ ۱۵۳۳۰۱ مربع فیٹ ہو اور مجموعہ اضلاع
 مثلث کا ۳ فیٹ ہو اور اگر دائرہ کا محیط ۳ فیٹ ہو تو دائرہ کا رقبہ مجموعہ جب فصل ۱۴ کے ۴۱۶۲
 مربع فیٹ ہوگا ۴۱۶۲ کو ۱۵۳۳۰۱ پر تقسیم کرو تو خارج قیمت ۱۵۴۵ ہوگا پس دائرہ کا
 رقبہ مثلث کے رقبہ سے ۱۵۴۵ گنا ہوگا +

ہم کو ہمیشہ یہی نتیجہ حاصل ہوگا خواہ مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع کچھ ہی فرض کریں
 مثلاً فرض کریں کہ ہر ایک ضلع ۵ فیٹ ہو تو ہر مثلث اور دائرہ کے رقبہ پہلے رقبوں سے ۴۱ گنا
 حاصل ہونگے مگر نسبت ان رقبوں میں ایک ہی رہے گی اور اسپین کچھ فرق نہیں آئے گا

اونیسویں فصل کی مثالیں

- (۱) ایک کہیت میں ۳۶۰۰ مربع گز زمین میں ۵۰۰۰ فیٹ کے واسطے ایک انچ پیمانہ مقرر کر کے
 اس کا خاکہ نقشہ پر اتارا ہے تو بتاؤ نقشہ پر کتنی مربع انچ جگہ گھر لگی
- (۲) ۲۰ فیٹ کا ایک انچ پیمانہ مقرر کریں تو ۱۰ ایکڑ کا کہیت کتنی جگہ نقشہ کش تواریں گھر لگی
- (۳) ایک نقشہ میں ایک مربع گز کے رقبہ کو ایک مربع انچ تعبیر کرتا ہو تو اس نقشہ کا پیمانہ دریافت کرو
- (۴) ایک نقشہ میں ۱۰ ایکڑ کے رقبہ کو ایک مربع فٹ تعبیر کرتا ہے تو بتاؤ کس پیمانہ کے موافق یہ
 نقشہ بنایا گیا ہے

- (۵) ایک کہیت کے نقشہ سے اصل کہیت دس ہزار گنا ہے تو بتاؤ نقشہ پر کتنا طول کہیت کے
 ۲۰۰ فیٹ طول کو تعبیر کر لگا +

(۶) ایک جاگیر کا نقشہ اصل جاگیر سودس کروڑ گنا ہو تو بتاؤ کہ اس نقشہ میں میل کے انچ سے تعبیر ہوا ہے
(۷) ایک فائیم الزاویہ کی اضلاع میں ۲ اور ۳ کی نسبت ہو اور رقبہ ۲۱۰ مربع فٹ ہو اس کے
اضلاع دریافت کرو

(۸) ایک مثلث کی اضلاع میں نسبت ۱۳، ۱۴، ۱۵ کے ہو اور رقبہ ۶۶۲۷۰ مربع فٹ ہے
اضلاع کو فٹوں میں دریافت کرو

(۹) ایک مثلث کی اضلاع میں نسبت - نورد اور ۲ کی ہو اور رقبہ ۲۲۲۶ مربع فٹ ہو تو اضلاع کو فٹوں میں بتلاؤ

(۱۰) ایک مثلث متساوی الاضلاع اور مربع کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہو اور کربون میں نسبت بتلاؤ

(۱۱) ایک مربع اور ایک سیدس منظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہے اور کربون کی باہمی نسبت بتلاؤ

(۱۲) دائرہ کا محیط اور مربع کا مجموعہ اضلاع ایک ہی میں اور کربون کی باہمی نسبت بتلاؤ

(۱۳) ایک دائرہ کا محیط اور ایک سیدس منظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہو اور کربون کی باہمی نسبت بتلاؤ

(۱۴) مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع کیا کہیں کہ رقبہ ۱۰۰ مربع فٹ ہو

(۱۵) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک ضلع ۵۰ فٹ ہو تو بتاؤ جو سیدس منظم اس کے برابر

ہوگا اور کا ضلع کیا ہوگا

(۱۶) ایک دائرہ کا نصف قطر ایسا دریافت کرو کہ اس کے اندر ۹۰ درجہ قطعہ کا رقبہ ۵۰ مربع فٹ ہو

(۱۷) مثلث کا ایک ضلع ۵ فٹ ہو اب منظوریہ ہو کہ اس اضلاع میں کسی ایک ضلع کے خطوط متوازی

کے پانچ اور اس مثلث کو پانچ برابر حصوں میں تقسیم کریں تو بتاؤ اس مثلث سے نقاط تقسیم کے

کیا فاصلے ہوں گے

(۱۸) ایک مثلث متساوی الاضلاع اور مربع کا ایک ہی رقبہ ہو اور کربون کے مجموعہ اضلاع میں باہمی

نسبت بتلاؤ کہ کیا ہے

(۱۹) ایک ذوزنقہ کے اضلاع متوازیہ ۱۶ اور ۲۰ فٹ ہیں اور ان کے درمیان فی عمودی فاصلہ

۵ فٹ ہے اب منظوریہ ہو کہ اس ذوزنقہ کو دو متساوی ذوزنقہ میں تقسیم کریں

تو اضلاع متوازیہ میں سے چھوٹے ضلع سے نصف کرنے والے خط کا فاصلہ کیا ہوگا
 (۲۰) مربع کا ضلع ۱۲ فٹ ہو اور ایک قطر کے متوازی دو خط مستقیم کھینچا اور اسکے تین برابر حصے کی
 میں تو خطوط متوازیہ کے درمیانی فاصلہ عمودی کو دریافت کرو
 (۲۱) دائرہ کا محیط اور بارہ ضلع کی شکل نقطہ کا مجموعہ اضلاع ایک ہی تو مجموعہ فعات ۱۹۹ اور ۱۷۷
 کے ثابت کرو کہ رقبہ دائرہ کا $\frac{215}{2}$ گنا رقبہ کثیر الاضلاع سے ہے

باب چہارم محاسبات بیسویں فصل حدود

(۲۱۲) بعض اصطلاحات کی تعریف سے اس باب کو شروع کرتے ہیں اور نکات استدہانت کا مہر پر تپا ہے
 اگرچہ یہ بات آسانی کی ہے کہ سب دو کو جمع کر کے ایک ہی فصل میں لکھ دیں لیکن یہ ضرور ہنسن کہ
 طالب علم اور ن سب کو ایک ہی دفعہ نہایت غور سے مطالعہ کرے۔ مبتدی کی واسطے بھی کافی ہوگا کہ
 اول ایک دفعہ ان سب دو کو توجہ کر ساتھ پڑھ جا۔ اور پھر جہاں موقع اور ضرور ہو اور پھر توجہ کرے
 (۲۱۳) سطح متوازیہ وہ ہیں جو آپس میں کہیں نہ طین خواہ کہیں تک خارج کی جائیں مثلاً مکان کی
 چیت اور فرش دو سطوح متوازیہ ہیں +

(۲۱۴) ایک خط مستقیم سطح پر عمود ہوتا ہے یا زاوے قائمے بناتا ہے جب ہر خط مستقیم پر جو اس
 سطح میں اس سے ملے زاوے قائمے بناتا ہے

یہ علم ہندسہ کا حدود وغینہ ہے خواہ طالب علم اس پر غور کرے یا نہ کرے۔ مگر
 وہ سطح پر عمود ہونے کے مفہوم کو آسانی سے اس طرح سمجھ سکتا ہے کہ سیدھی
 لکڑی کو سیدھا زمین پر کھڑا کر کے دیکھ لے کہ سطح پر کسی خط کے عمود ہونے کے
 یہ معنی ہوتے ہیں +

اور اس طرح بغیر علم ہندسہ کے حدود پر غور کرنے کے طالب علم اس بات کو سمجھ سکتا ہے کہ ایک سطح
 ایک سطح کی عمود ہونی یا زاوے قائم بنانے کا کیا معنی ہیں وہ مکان کی دیوار میں دیکھ لے

کہ وہ فرش اور چہت دونوں پر عمود ہیں اور کوٹا کو چہت چول پر پیرتے ہیں تو وہ فرش اور چہت دونوں پر عمود رہتا ہے

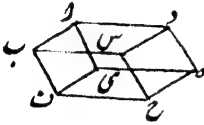
(۲۱۵) مجسم متوازی السطوح وہ شکل مجسمہ ہے جسکو چہت متوازی الاضلاع میں احاطہ کیا ہوا ہو اور اوئیں سے دو دو مقابل کی متوازی اور مساوی ہوں شکل میں صورت مجسم متوازی السطوح بنی ہوئی ہے اوئیں اب س اور جی متوازی الاضلاع میں سطح متوازیہ میں ہیں

اور اب ت جی اور د س ح ہ برابر

متوازی الاضلاع میں سطح متوازیہ میں

ہیں اور ا د جی اور ب س ح ت

برابر متوازی الاضلاع میں سطح متوازیہ میں ہیں



مجسم متوازی السطوح کی جب چہتوں سطح احاطہ کرنی والی قائم الزاویہ ہوں تو اسکو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کہتے ہیں اور اگر وہ قائم الزاویہ نہیں ہوں تو اسکو مجسم متوازی السطوح غیر قائم الزاویہ کہتے ہیں ایسٹ کو دیکھ لو اسکو مجسم متوازی السطوح کو سمجھ لو کہ اس شکل کا ہوتا ہے ایک قائم الزاویہ مجسم متوازی السطوح جسکی احاطہ کرنی والے چہتوں قائم الزاویہ ہیں برابر ہوں اسکو مکعب کہتے ہیں اور اسی مضمون کو یوں بھی بیان کرتے ہیں کہ مکعب مجسمہ ہے جسکو چہت برابر ہوں احاطہ کیا ہوا اور اوئیں سے دو دو مقابل کی سطح متوازیہ میں ہوں

(۲۱۶) جن سطح مستویہ یا اجسام احاطہ ہوتی ہیں انکو اطراف مجسم کہتے ہیں اور ان سطح مستویہ کو جو خطوط مستقیم احاطہ کرتی ہیں انکو مجسمہ کی کناری کہتے ہیں پس مجسم متوازی السطوح کی چہتوں میں اور بارہ کنارے ہوتے ہیں

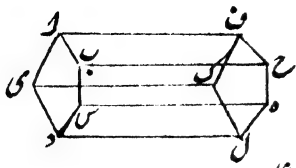
(۲۱۷) مشورہ شکل مجسمہ ہے جسکو اودن اشکال مستوی نے احاطہ کیا ہو کہ جنہیں سے دو سطحیں جو مقابل ہوں متساہ اور متساوی اور متوازی ہوں اور باقی سطح متوازی الاضلاع ہوں جو سطحیں مقابل کے مساوی اور متوازی ہوتی ہیں انکو مشورہ کے سے یا مشورہ کے قاعدے کہتے ہیں

یہ شکل منشور کو تعمیر کرتی ہے اور دو کمرے

خمس مساویہ اور بس دی اور فتح دل ک

مین اور یہ دونو سطوح متوازیہ مین مین

اور اور شکلین مجسمہ کی احاطہ کرنیوالی متوازی الاضلاعین



برج ق اور بس وچ مین اور ایسی ہی اور شکلین مین ایسی منشور کو منشور خاصی کہتے ہیں اور اگر

منشور کے سر دن پرسدس ہوں تو اسکو منشور سداسی کہینگے اور علی ہذا القیاس منشور کو

قائم الزاویہ اوس حالت مین کہتے ہیں کہ متوازی الاضلاعین اوسکی احاطہ کرنیوالی قائم الزاویہ

ہوں اور غیر قائم الزاویہ کہتے ہیں جب اشکال محیط ایسی نہ ہوں

پس اسطرح مجسم متوازی السطوح ہی منشور مین داخل ہو گیا اور مجسم قائم الزاویہ متوازی السطوح اور

مجسم منشور قائم الزاویہ ٹھہر گئے

۲۱) مخروط و مجسم جسکو کسی ایک مستقیمۃ الاضلاع اور تین یا زیادہ مثلثون نے احاطہ کیا ہو اور

یہ مثلث ایک نقطہ پر ملتے ہوں اس نقطہ کو راس مخروط اور اس کے مقابل کی مستقیمۃ الاضلاع کو

قاعدہ مخروط کہتے ہیں جب تین مثلث راس پر ملتی ہیں تو قاعدہ مخروط کا مثلث ہوتا ہے اور جب

چار مثلث راس پر ملتی ہیں تو قاعدہ مخروط کا ذوار لربعۃ الاضلاع ہوتا ہے مصر کا مینار جو مخروطی

شکل کا مشہور ہے وہ اسی قسم کا ہے تصاویر اوسکی اکثر طالب علمون نے دیکھی ہونگی کہ اونہیں

قاعدہ اس کے مربع بنے ہوتے ہیں - جب پانچ مثلث راس پر ملتے ہیں مخروط کا قاعدہ

خمس ہوتا ہے اور علی ہذا القیاس

۲۲) اگر کسی مجسم کو ایک سطح متوازی القاعدہ قطع کرے تو جو کڑا جسم کا قاعدہ اور اس سطح کے

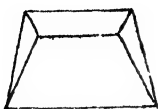
درمیان واقع ہوگا اسکو مجسم ناقص کہینگے اور قاعدہ اور یہ مجسم ناقص کے سرے کہلاتے ہیں

اگر ایک مخروط دو حصوں مین ایک سطح سے کہ قاعدہ کی متوازی ہو تقسم ہو تو ایک حصہ مخروط ناقص

ہوگا اور دوسرا مخروط ہوگا

ہوگا اور دوسرا مخروط ہوگا

(۲۲۰) فائدہ وہ مجسم ہے جسکو باچہ سطحوں نے احاطہ کیا ہو اور اس کا قاعدہ ایک قائم الزاویہ ہو اور



دوسرے مثلث ہوں اور باقی دو طرف تو نہیں اور دو ذوزنقہ ہوں

دو نو ذوزنقہ کا فصل مشترک فائدہ کا کنارہ کہلاتا ہے اور

قاعدہ کا جو ضلع متوازی کنارہ کا ہو اس کو طول قاعدہ کہتے ہیں

اگر قاعدہ کا طول کنارہ کو برابر ہو تو دو ذوزنقہ متوازی الاضلاع ہوں گی اور فائدہ منشور غیر قائم الزاویہ ہو جائیگا

اور اگر متوازی الاضلاع میں قائم الزاویہ ہیں تو فائدہ منشور مثلثی قائم الزاویہ ہوگا

(۲۲۱) مجسم ذوزنقہ وہ مجسم ہے جس کے سر وں پر دو مستقیمہ الاضلاع متوازی ہوں اور اون میں واقع

اضلاع برابر ہوں اور اس کے تمام اطراف ذوزنقہ ہوں

اگر سرے مشابہ شکلین اور ہم وضع ہوں تو مجسم

ذوزنقہ محذور ناقص ہوگا



اگر سرے قائم الزاویہ میں تو مجسم ذوزنقہ

فائدہ ناقص ہوگا بعض کے نزدیک مجسم ذوزنقہ

اس آخری مجسم کا نام ہے +

(۲۲۲) کرہ وہ مجسم ہوگی سطح کا ہر ایک نقطہ ایک خاص نقطہ سے برابر فاصلہ پر واقع ہو دہی

خاص نقطہ کو مرکز کہتے ہیں

کرہ کا نصف قطر وہ خط مستقیم جو مرکز سے کرہ کے سطح تک کہنیا جائے

قطر کرہ وہ خط مستقیم ہے کہ مرکز سے کہنیا جائے اور دو طرف کرہ کی سطح پر ختم ہوتا ہو

کرہ جو کسی سطح سے قطع ہو تو سطح متاصل دائرہ بنیگا اور اگر سطح مرکز پر گذرتی ہو تو سطح متاصل دائرہ

عظیمہ پیدا کرے گی کسی بھی کرہ کو گولہ ہی کہتے ہیں گیند اور انٹی کی گولیاں دیکھ لو اس سے

کرہ کی شکل خوب سمجھ میں آتی ہے اس لیے کی گولیاں اور بہت سی چیزیں ایسی ہیں کہ

ان کو دیکھ کر کرہ کو خوب سمجھ سکتے ہیں +

اگر کرہ ایک سطح سے دو حصوں میں منقسم ہو تو ہر ایک حصہ کو قطعہ کرہ کہتے ہیں اس قطعہ کرہ کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہے جو اسی سطح اور کرہ کی انقطاع سے پیدا ہوتا ہے
اگر ایک قاعدہ قطعہ قطر عمود ہو تو اس کا حصہ جو قطعہ میں واقع ہوگا اس کو ارتفاع قطعہ کہتے ہیں
منطقہ کرہ دو حصہ کرہ کا ہے جو دو متوازی سطحوں کے درمیان واقع ہو اور ان سطح متوازیہ کے فاصلہ عمودی کو ارتفاع منطقہ کہتے ہیں +

(۲۳۳) کرہ کی ایک در طرح ہی تعریف کرتے ہیں۔ فرض کرو کہ اب اس نصف دائرہ ہے اور اس قطر ہے نصف دائرہ کا غذا و صلی کا کٹر لوار اس کو قائم اور ساکن کہہ نصف دائرہ کو اس کے گرد متحرک کرو تو اب اس کے متحرک ہونے سے ایک مجسم پیدا ہوگا اسی کو کرہ کہتے ہیں +



کچھ ذہنیں کہ اس ترکیب کے کرہ کی تعریف کریں کیونکہ اس اور اچھی طرح تعریف کر سکتے ہیں اور اسی کرہ کا نقش خوب ذہن میں بٹھا سکتے ہیں مگر اور محاسبات میں جبکی تعریف اسی ترکیب کی جاتی ہے اسلئے ہم نے یہ ترکیب دل کرہ میں اختیار کی تاکہ اس اور محاسبات کی تعریف سمجھنے میں آسانی ہو +

(۲۳۴) اسطوانہ وہ شکل جس پر کہ ایک قائم الزاویہ کو اپنے کسی ضلع قائم پر چکر دینے سے پیدا ہو +

مثلاً فرض کرو کہ اب اس قائم الزاویہ ہے اور اب قائم اور ساکن رکھا جائے اور قائم الزاویہ اس کے گرد چکر لگائے



تو شکل اب اس کے گرد چکر دینے سے ایک مجسم پیدا ہوگا جس کو اسطوانہ مستدیر کہتے ہیں اب کو محور یا ہم اسطوانہ کہتے ہیں
دائرے جو اس اور اس ب کی حرکت سے پیدا ہوتی ہیں ان کو اسطوانہ کے سرے کہتے ہیں ہر ایک سرے کو قاعدہ اسطوانہ بھی کہہ سکتے ہیں +

ناتراشیدہ ستری قائم خوب اسطوانہ کی مثال ہو اگر اسطوانہ کسی سطح جو قاعدہ کی متوازی ہو قطع ہو تو اس سطح اور اسطوانہ کا فضل مشترک دائرہ ہوگا اور اسطوانہ جو دو حصوں میں سے ایک اسطوانہ ہوگا اور اس فضل مشترک کو سطح متفاضل بھی کہتے ہیں

(۲۲۵) جب کو ہم اسطوانہ کہتے ہیں اسکا پورا نام اسطوانہ مستدیر قائم براس لفظ قائم سے یہ سمجھا جاتا ہے کہ محور اب عمود قاعدہ پر ہو اور لفظ مستدیر سے یہ سمجھا جاتا ہے کہ قاعدہ اسکا دائرہ ہے اور دور سے وہ پیدا ہوا ہے اور سوار اس اسطوانہ مستدیر قائم کے اور قسم کے اسطوانہ ہی تحقیقات ریاضیہ میں واقع ہوتی ہیں۔ اسطوانہ کو بہت نامت ایسی مخروط سے ہے جسکے قاعدہ کے اضلاع بہت سے ہوں اور ہر ایک ضلع نہایت چوٹا ہو۔ اسطوانہ مستدیر قائم اس مخروط قائم سے مشابہت رکھتا ہے جسکے سرے کثیر الاضلاع منظم ہوں مخروط مائل سے تصور اسطوانہ کا سمجھ میں آسکتا ہے

آئندہ جب فقط اسطوانہ کا لفظ کام میں آئے تو اوسی مراد ہر ایک قسم کا اسطوانہ ہو سکتا ہے مگر بتدیون کے لئے یہ کافی ہوگا کہ وہ فقط اس لفظ سے قائم اسطوانہ مستدیر سمجھیں +

(۲۲۶) مخروط مستدیر وہ شکل مجسمہ ہے جو مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع قائمہ سے کسی ایک ضلع کو ساکن رکھ کر مثلث قائم الزاویہ کو اوپر پورا چکر دینے سے پیدا ہو

مثلاً فرض کرو کہ اب اس مثلث قائم الزاویہ ہے اور ب اوسمین زاویہ قائم ہے

اب کو ساکن رکھ کر اوپر مثلث کو چکر دو تو اس چکر سے

ایک مجسمہ پیدا ہوگا جسکو مخروط مستدیر کہتے ہیں



نقطہ آ کو مخروط مستدیر کا اس اور ب کو اسکا محور اور سمجھ لیں

اور ب اس کی حرکت سے جو دائرہ پیدا ہوتا ہے اسکو قاعدہ مخروط مستدیر کہتے ہیں اس سے قاعدہ کی محیط تک جو خط مستقیم مثلاً اس کہنیا جائے تو اسکو مخروط مستدیر کا ضلع اٹل اور کہی اسکو مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل بھی کہتے ہیں +

اگر مخروط مستدیر کو ایک سطح قطع کرے اور وہ سطح متوازی قاعدہ ہو تو اس سطح اور مخروط مستدیر کی انقطاع سے دائرہ پیدا ہوگا اسکی مثال شکل میں دائرہ جہ موجود ہے اور جب مخروط مستدیر قاعدہ کی سطح متوازی سے دو حصوں میں منقسم ہوتا ہے تو وہ حصہ کہ اس اور سطح کے درمیان واقع ہو مخروط مستدیر ہوتا ہے لیکن جو حصہ اس سطح اور قاعدہ کے درمیان ہوتا ہے اسکو مخروط مستدیر ناقص کہتے ہیں دفعہ ۲۱۰ دیکھو اور مخروط مستدیر ناقص کا مصلع مائل یا ارتفاع مائل وہ حصہ مصلع مائل مخروط مستدیر کا ہوتا ہے جو سطح متفاضل سے قطع ہو جاتا ہے اسکی مثال شکل میں خط ح س موجود ہے

(۲۲۰) مخروط کے ساتھ جو الفاظ ہم نے مستدیر قائم کے لگائے ہیں اسکی وجہ یہ ہے کہ مستدیر تو اس سبب سے کہ قاعدہ اسکا دائرہ ہوتا ہے اور قائم اس سبب کہ محور اسکا دائرہ قائم قاعدہ پر بناتا ہے سو مخروط مستدیر قائم کی اور طرہ کی ہی مخروطات تحقیقات ریاضیہ میں ہیں مخروط وطرہ کی ہوتی ہیں ایک میں قاعدہ شکل مستقیمہ الاصلع ہوتا ہے دوسرے میں دائرہ ہوتا ہے اسلئے پہلی مخروط کو مخروط مضلع کہتے اور دوسرے مخروط کو مخروط مستدیر ان دونوں میں آپس میں بڑی مماثلت ہے جو مخروط مضلع ایسا ہے کہ اسکا قاعدہ کثیر الاصلع منظم ہے اور مثلثی اطراف سب آپس میں برابر ہیں وہ مخروط مستدیر قائم کے مشابہ ہے اور مخروط مضلع ایسا ہے کہ اسکا قاعدہ شکل مستقیمہ الاصلع منظم نہیں ہوا نہ اسکی مثلثی اطراف برابر ہیں وہ مخروط مستدیر مائل سے بہت مشابہت رکھتا ہے

جب ہم زلفظ مخروط کا لکھیں تو اس سے ہر قسم کا مخروط مراد ہو سکتا ہے مگر ابتدائی کے لئی یہ کافی ہوگا کہ وہ فقط لفظ مخروط سے مخروط قائم سمجھے

(۲۲۸) مجسم حلقہ سے مراد وہ مجسم ہے کہ ایک دائرہ کو خط مستقیم کے گرد جو دائرہ کی سطح میں ہوا اور اس کو قطع نہ کرتا ہو حرکت دینے سے پیدا ہوتا ہو



مثلاً فرض کرو کہ اب اس دائرہ سے

اور دسی کوئی خط مستقیم طرہ دائرہ میں

اور وہ سطح دائرہ کو نہیں کاٹتا ہے

دسی کو ساکن رکھ کر دائرہ اب اس کو

دسی کے گرد حرکت دین تو شکل اب اس کی حرکت ایک مجسم پیدا ہوگا اس کو حلقہ کہتے ہیں
(۲۲۹) مجسم متوازی السطوح کی ہر طرف کو قاعدہ کہہ سکتے ہیں۔ طرف مقابل سے جو عمود اس
قاعدہ پر نکالیں اس کو ارتفاع مجسم کہتے ہیں

مخروط منقطع اور مستدیر کا ارتفاع وہ عمود ہے جو اس سے قاعدہ پر نکالیں
منشور اور اسطوانہ اور مجسم ذوزنقہ اور مجسم ناقص کا ارتفاع وہ عمود ہے کہ ایک سرے سے
دوسرے سرے تک کھینچا جائے ہر سرے کو قاعدہ کہہ سکتے ہیں۔ فانہ کا ارتفاع وہ عمود ہے
جو کنارہ کے کسی نقطہ سے قاعدہ پر نکالیں

ایک سوین فصل پیمانہ محجمات

۲۳۰ جسطرح دفعہ ۱۲۹ میں جدول سطحات پیمانوں کی ربط کے ساتھ لکھی ہے اوسطرح جدول
محجمات پیمانوں کی توضیح کے ساتھ لکھی جا سکتی ہے مگر خط بیان اتنی بات کا دیکھ لینا کافی ہے

۲۸ ایک کعب پنچ کا ایک کعب فیٹ ہوتا ہے

۲۷ کعب فیٹ کا ایک کعب گز ہوتا ہے

(۲۳۱) محجمات اور اوزان کے پیمانوں میں جو ربط اور تعلق ہے اس کا بیان کرنا یہی ضرور ہے

گرین کا وزن سطح میں کرتے ہیں کہ صاف پانی کا ایک کعب پنچ کا وزن ۵۰۲۱۴۵۸ گرین ہوتا ہے

ایک پونڈ اور پونڈ پونڈ ۷۰۰۰ گرین ہوتے ہیں۔ ایک کعب پانی کا وزن

۲۵۲۱۴۵۸ گرین یعنی ۲۵۲۱۴۵۸

یہ عدد تین مرتبہ کی اعشاریہ تک برابر ۱۲۷۹۹ کی ہے اسلئے عمل میں اکثر یہ کافی ہوتا ہے

کہ ایک مکعب فٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس حساب میں لگائیں

گیلن ایک پیمانہ ہوتا ہے جس میں ۱۰ پونڈ پانی سماتا ہے یعنی..... گرین بس اس سے معلوم ہوگا

گیلن میں ۱۰ پونڈ مکعب انچ ہونگے اور یہ عدد تین مرتبہ کی اعشاریہ تک برابر ہے

۲۷۷۷۷۷۷۷ گیلن اکثر عمل میں بہت اہم کار کا ہوتا ہے کہ گیلن کو ۲۷۷۷۷۷۷۷ مکعب انچ اور اس کا لیتراں

بائیسویں فصل مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے بیان میں

۲۳۲۲ فرض کرو کہ ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کم انچ طول میں ۲ انچ عرض میں

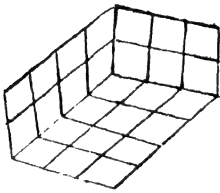
اور ۲ انچ ارتفاع میں ہے اب مجسم

سطوح متوازیہ سے جو ایک طرف کے

متوازی ہوں ایک ایک انچ کے فاصلہ

منقطع ہو تو وہ ۲۲ برابر مجسموں میں منقسم ہوگا

اور ان مجسموں میں ہر ایک ایسا مکعب ہوگا



کہ جبکہ طول ایک انچ اور عرض ایک انچ اور ارتفاع ایک انچ ہوگا۔ ایسا مکعب ایک مکعب انچ کہتے ہیں

پس مجسم متوازی السطوح میں ۲۲ مکعب انچ ہوں اور اس طلب کو یوں ادا کیا کرتے ہیں کہ ہم

متوازی السطوح قائم الزاویہ کی ضخامت ۲۲ مکعب انچ ہے

بجائے لفظ ضخامت کے لفظ جسامت اور حجم کا بھی استعمال کرتے ہیں

۲۲ کا عدد کا حاصل ضرب ۲۲۲۲۲۲ کا ہے اور ان اعداد سے طول عرض ارتفاع مجسم متوازی

کا تعبیر ہوتا ہے +

۲۳۳۳ اگر ایک مجسم متوازی السطوح کا طول ۲ انچ اور عرض ۲ انچ اور ارتفاع ۲ انچ ہو تو ہم

اوپر کی طرح ثابت کرتے ہیں کہ اس کی جسامت ۲۲ مکعب انچ کے مست گنی کا آٹھ گنا ہے

۲۴۴۴ مکعب انچ ہر ایسی ہی اگر مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۲۵ انچ طول میں اور ۲۵ انچ

عرض میں اور انچ ارتفاع میں ہو تو مجسم کی جسامت ۱۰ مکعب انچ کی ۱۲ گنی کا ۵ گنا ہوگا
یعنی ۸۰۰ مکعب انچ اور علیٰ ہذا القیاس

(۲۳۴) اس سطح اگر مجسم متوازی السطح قائم الزاویہ نہ فیٹ لہذا اور ۲ فیٹ چوڑا اور ۲ فیٹ
ارتفاع میں ہو تو جسامت ۴ مکعب ہوگی یعنی مجسم متوازی السطح قائم الزاویہ ۲۳ برابر ہے
مجسموں میں تقسیم ہوگا کہ ہر ایک ۱۱ میں سے ایک فیٹ لہذا ایک فیٹ چوڑا ایک فیٹ اونچا ہوگا
اگر ایک مجسم متوازی السطح قائم الزاویہ نہ گز لہذا ۳ گز چوڑا ۲ گز اونچا ہو تو اسکی جسامت ۲۴
مکعب گز ہوگی اور علیٰ ہذا القیاس

(۲۳۵) دفعہ ۱۳۱ میں ہم نے ایک اصول عام بیان کیا ہے اسکو طالب علم باید کہ کرے کہ کہیگا
کہ مجسمات کی جسامت بیان کرنے کا طریقہ یہی اسی اصول کے موافق ہے یعنی ایک مجسم
کو پیمانہ واحد قرار دیتے ہیں اور اس سے اور مجسمات کی جسامتوں کا اندازہ کرتے ہیں
اور حساب لگاتے ہیں۔ مکعب کو پیمانہ واحد ٹھہراتے ہیں اسی جسامتوں کے اندازہ کرنے
میں نہایت آسانی ہوتی ہے اور یہ مکعب خواہ ایک مکعب پنج ہو یا ایک مکعب فیٹ ہو یا ایک
مکعب گز ہو یا کوئی اور مکعب ہو۔

(۲۳۶) پس مجسم متوازی السطح قائم الزاویہ کی جسامت دریافت کرنے کے لئے اول طول عرض
ارتفاع کو ایک درجہ کے پیمانوں میں تحویل کرنا چاہئے تو جو اعداد کہ طول عرض ارتفاع کو تعبیر کریں
اونکا حاصل ضرب جسامت کو تعبیر کریگا۔ اگر طول عرض ارتفاع سب پنجوں میں بیان کیے جائیں
تو جسامت مکعب پنجوں میں تعبیر ہوگی اور اگر طول عرض ارتفاع سب فٹوں میں بیان کیے جائیں
تو جسامت اسکی مکعب فٹوں میں تعبیر ہوگی اور علیٰ ہذا القیاس

(۲۳۷) دفعہ ۲۳۲ میں جس مثال کو بیان کیا ہے اس میں جسامت برابر ۴۳۴ مکعب پنج کے ہے
اب فرض کرو کہ ہم مجسم متوازی السطح کا قاعدہ اس سطح قائم الزاویہ کو بنائیں جو ۱۱ انچ لہذا اور ۱۱ انچ
چوڑا ہے تو ارتفاع ۲ انچ ہوگا اور قاعدہ کا رقبہ ۱۲ مربع انچ ہوگا پس عدد جس کے کہ جسامت

مجسم کے تعبیر ہوتی ہے حاصل ضرب اون اعداد کا جو قاعدہ کے بقبہ اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہیں اگر قاعدہ اوس سطح قائم الزاویہ کو بنائیں جس کا طول عرض ۴۰ و پانچ ہیں تو ارتفاع ۳۰ پانچ ہوگا پس اب بھی موافق سابق کے حسابت برابر حاصل ضرب اون اعداد کے جو قاعدہ کے بقبہ اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہیں۔ یہاں قاعدہ مجسم کا اوس قائم الزاویہ کو بنائیں جس کا طول عرض ۳۰ و پانچ ہیں تو ارتفاع ۴۰ پانچ ہوگا اور موافق سابق کے حسابت برابر حاصل ضرب اون اعداد کے جو قاعدہ کے بقبہ اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہیں

(۲۳۸) اب اسکے طالب علم اس بات کو سمجھ جائیگا کہ محاسبات کی حسابات کو کس طرح بیان کیا کرتے ہیں ہم قاعدوں کو اختصار کے ساتھ بیان کر سکتے مگر اون کے سمجھنے میں طالب علم کو کچھ دقت نہیں واقع ہوگی اگر وہ دفات گذشتہ کی بیانات کو بخوبی سمجھ گیا ہو

(۲۳۹) مجسم متوازی اسطوح قائم الزاویہ کی حسابت دریافت کرو

قاعدہ طول عرض ارتفاع سب کو آپس میں ضرب دو تو حاصل ضرب حسابت ہوگی یا قاعدہ کے رقبہ کو ارتفاع میں ضرب دو تو حاصل ضرب حسابت ہوگی

(۲۴۰) مثالیں

(۱) مجسم متوازی اسطوح قائم الزاویہ کا طول ۲ فیٹ ۶ اینچ اور عرض ۱ فیٹ ۶ اینچ اور ارتفاع ۱۰ اینچ ہے

۲ فیٹ ۶ اینچ = ۳۰ اینچ ۱ فیٹ ۶ اینچ = ۲۰ اینچ

$$۳۰ \times ۲۰ \times ۱۰ = ۶۰۰۰$$

پس حسابت ۶۰۰۰ مکعب اینچ ہے

(۲) مجسم متوازی اسطوح قائم الزاویہ کے قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع ۳ فیٹ ۶ اینچ ہے

۳ فیٹ ۶ اینچ = ۴۲ فیٹ

$$۱۰۰ \times ۴۲ = ۴۲۰۰ \text{ پس حسابت } ۴۲۰۰ \text{ مکعب فیٹ ہے}$$

(۳) اگر کو مجسم متوازی اسطوح قائم الزاویہ کی حسابت معلوم ہو اور قاعدہ کا رقبہ

تو جو عدد جسامت کو تعبیر کرتا ہے او سکواؤس د پڑتیم کرینج قاعدہ کا رقبہ کو تعبیر کرتا ہے
لو خارج نسبت ارتفاع ہو گا اور اس سطح سے اگر جسامت اور ارتفاع معلوم ہو تو قاعدہ کا رقبہ
دریافت کر سکتے ہیں مگر اس بات کی احتیاط تقسیم کرنے میں رہے کہ جسامت اور قاعدہ اور
ارتفاع کو بچانے میں پیمانوں میں تحویل کریں دفعہ ۳۲ کہ کر دیکھو

(۲۲۲) مثالیں

۱) مجموعہ متوازی السطوح کی جسامت ۷، مکعب ایچ اور قاعدہ کا رقبہ نصف مربع فٹ ہے
ارتفاع دریافت کرو

$$\text{نصف مربع فٹ} = ۲ = \text{مربع ایچ اور } \frac{۵}{۶} = ۸$$

پس ارتفاع ۸ ایچ ہے

۲) مجموعہ متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت ۵ مکعب فٹ ہے اور ارتفاع ۸ فٹ ۸ ایچ ہے
قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو

$$\text{۸ فٹ ۸ ایچ} = \frac{۱}{۳} \text{ فیٹ اور } \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۳} \times \frac{۴}{۳} = ۷$$

پس قاعدہ کا رقبہ ۷ مربع فیٹ ہے

۳) ایک مجموعہ متوازی السطوح قائم الزاویہ مکعب ہے جس کا طول عرض ارتفاع ایک ہی ہیں
پس مکعب کی جسامت دریافت کرنے کے لئے اس عدد کو کہ طول کو تعبیر کرتا ہے فی نصف ضرب دین
اور حاصل ضرب کو پھر اسی عدد میں ضرب دین پس اس سے معلوم ہوتا ہے کہ عدد مکعب
جو یہ مراد ہوتی ہے کہ عدد کو فی نصف ضرب دو اور حاصل ضرب کو پھر اسی عدد میں ضرب
تواؤسکی وجہ یہی ہے

(۲۲۴) دفعہ ۲۳۰ میں جو نقشہ لکھا ہوا ہے جو تعلق مکعب ایچ اور مکعب فٹ اور مکعب گ کے درمیان
ہے وہ اس باب کی استغانت سے بہت آسانی سے یاد رہ سکتا ہے مثلاً اول ہی ہم
سبان کیا ہے کہ ۷۸، مکعب ایچ ایک مکعب فٹ کو تعبیر کرتا ہے ایک مکعب فٹ

۱۱) انچ لنبا اور ۱۲ انچ چوڑا ۱۳ انچ اونچا ہوگا تو دفعہ ۳۲ کی ترکیب کے موافق ایک کعبہ بنتا ہے

۱۲ × ۱۲ × ۱۲ کعبہ بنے ہوئے یعنی ۲۸۸ کعبہ بنے

(۲۴۵) اب ہم چند مثالیں بطور مشق کے حل کرتے ہیں

۱) ایک یوارہ ۲۵ گز طول اور ۵ فٹ بلندا اور ۱۰ انچ اٹار کی بنائی منظور ہے

تو بتاؤ ۹ انچ لمبی ۳ انچ چوڑی ۳ انچ موٹی اینٹیں کتنی لگیں گی

تعداد کعبہ بنچون کی دیوار میں

$$۲۵ \times ۳ \times ۱۲ \times ۱۵ \times ۱۲ \times ۳ = ۴۵۰۰۰$$

اور اینٹ میں ۹ × ۳ پہلے عدد کو دوسری پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۳۰۰۰۰

نکلے گا پس یہی اینٹوں کی تعداد ہے

۲) ایک طے ۵ فٹ ۴ انچ طول میں ۵ فٹ ۳ انچ عرض میں، اور اوپر میں پانی بہا ہوا
تو بتاؤ کتنے کعبے پانی اوپر میں لگائیں کہ ایک فٹ پانی اوپر جائے

پانی کا حجم جو اس طرف میں لگایا جائے برابر اس مجموعہ متوازی السطوح قائم الزاویہ کے ہے

جو ۱۵ فٹ ۱۱ انچ طول میں اور ۱۱ فٹ ۱۱ انچ عرض میں اور ایک فٹ عمق میں ہو سوا اسے اس کے

حجم میں تعداد کعبے بنانے کی ۱۱ × ۱۱ × ۱۱ یعنی ۱۳۳۱ یعنی ۱۱۱۱ ہے

۳) ایک کعبہ ۲ فٹ میں ۱۰ گیلن پانی ہے اس کا طول دریافت کرو

طرف میں ۲۴، ۲۵، ۲۶ کعبہ بنچون میں پس تعداد بنچون کی طول میں اس عدد کے جذور لکھنا ہوتی ہے

دریافت ہوگی اور اس کا جذور کعبہ ۲۴، ۲۵، ۲۶ انچ ہے اسلئے یہی ضلع کا طول ہے

۴) ایک طرف مجموعہ متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوپر ڈھکنا نہیں ہے طے

سیرونی ۲ فٹ اور عرض ۲ فٹ اور گہرائی ۲ فٹ اور جس مادہ کا وہ صندوق بنا ہوا ہے

ایک نصف انچ موٹا ہے اس مادہ کے کعبہ بنچون دریافت کرو

استداد سیرونی بنچون میں ۲۸، ۲۹، ۳۰ میں درجہ استداد کی ۲۸، ۲۹، ۳۰ کعبہ بنچون ہے

اور استدراود نوئی انجون میں ۴۷ و ۳۵ و ۲۳ و ۱۱ میں اسلئے حسابت ۳۸۶۵۷ ۱/۲ مکعب پنچ
پس تفاوت اون میں ۲۸۱۴ ۱/۲ مکعب پنچ کا ہی ہی حاصل مطلوب ہے

بائیسویں فصل کی مثالیں

جن مکعبوں کے طول تفصیل فیل میں اونسے اندر تعداد مکعب فٹوں اور انجون کی دریافت کرو

(۱) ۲ فیٹ ۸ انچ (۲) ایک فیدم

(۳) اگر ۹ انچ (۴) ایک پول

جن محسبات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی استدراود تفصیل فیل معلوم ہیں اونسے اندر تعداد مکعب فٹ
اور انجون کی دریافت کرو

(۵) ۴ فیٹ ۸ انچ ۳ فیٹ ۶ انچ ۲ فیٹ ۸ انچ

(۶) ۷ فیٹ ۹ انچ ۴ فیٹ ۶ انچ ۲ فیٹ ۳ انچ

(۷) ۶ گز ۲ فیٹ ۷ انچ ۳ فیٹ ۸ انچ ۲ فیٹ ۱۱ انچ

(۸) ۱۰ گز ۹ انچ ۵ گز ۸ انچ ۲ گز ۸ انچ

جن محسبات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی استدراود تفصیل فیل معلوم ہیں اونسے اندر تعداد مکعب فٹ
اور انجون کی دریافت کرو

(۹) قاعدہ کا رقبہ ۱۶ مربع فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ

(۱۰) قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ارتفاع ۸ گز

(۱۱) قاعدہ کا رقبہ ۱۲ مربع فیٹ ۸۰ مربع انچ ارتفاع ۲ فیٹ ۷ انچ

(۱۲) قاعدہ کا رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ۲۰ مربع انچ ارتفاع ۸ گز ۵ انچ ہے

جن محسبات متوازی السطوح قائم الزاویہ کے حجم اور قاعدہ تفصیل فیل معلوم ہیں اونسے ارتفاع دریافت کرو
(۱۳) حسابت ۶ مکعب فیٹ قاعدہ ۸ مربع فیٹ

(۱۴) حسابت ۲ مکعب فٹ قاعدہ ۳ فیٹ ۳ انچ طول میں اور ۲ فیٹ ۶ انچ عرض میں

(۱۵) حجم ۲۴ مکعب فیٹ ۱۶۸ مکعب اینچ قاعدہ ۲۴ مربع فیٹ ۱۴۴ مربع اینچ
 (۱۶) حجم ۱۹ مکعب فیٹ ۸۵۶ مکعب اینچ قاعدہ ۳۴ مربع فیٹ ۴ مربع اینچ
 جن محاسبات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی حجم اور ارتفاع تفصیل فیل معلوم ہیں انکے قاعدوں کے
 رقبے دریافت کرو

(۱۷) حجم ۵ مکعب فیٹ ارتفاع ۹ اینچ (۱۸) حجم ۱ مکعب فیٹ ۸ مکعب اینچ ارتفاع ۲ فیٹ ۱ اینچ

(۱۹) حجم ۹ مکعب فیٹ ۲۸ مکعب اینچ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۰ اینچ

(۲۰) حجم ۲۹ مکعب فیٹ ۴ مکعب اینچ ارتفاع ۸ فیٹ ۶ اینچ

جن محاسبات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی سمت تفصیل فیل معلوم ہیں انکے حجم میں گیلن دریافت کرو

(۲۱) ۶ فیٹ ۶ فیٹ ۶ فیٹ (۲۲) ۶ فیٹ ۸ اینچ ۸ فیٹ ۸ اینچ ۵ فیٹ ۵ اینچ

(۲۳) ۷ فیٹ ۴ اینچ ۷ فیٹ ۶ اینچ ۶ فیٹ ۹ اینچ

(۲۴) ۸ فیٹ ۶ اینچ ۸ فیٹ ۴ اینچ ۸ فیٹ ۲ اینچ

جن محاسبات متوازی السطوح قائم الزاویہ میں سمت تفصیل فیل معلوم ہیں انکے اندر جو پانی بہا جائے

اوسکا وزن ہنڈ ریڈوٹ میں تقریباً بتلاؤ

(۲۵) ۵ فیٹ ۵ فیٹ ۵ فیٹ

(۲۶) ۵ فیٹ ۶ اینچ ۵ فیٹ ۶ اینچ ۵ فیٹ ۳ اینچ

(۲۷) ۶ فیٹ ۹ اینچ ۶ فیٹ ۶ اینچ ۵ فیٹ ۱۰ اینچ

(۲۸) ۹ فیٹ ۴ اینچ ۸ فیٹ ۷ اینچ ۸ فیٹ ۲ اینچ

(۲۹) ثابت کرو کہ ۶ اینچ طول کا مکعب ۱۷ اون تین مکعبوں مجموعہ ہوتا ہے جنکو طول ۳ اینچ ۴ اینچ ۵ اینچ ہیں

(۳۰) ایک محسب متوازی السطوح قائم الزاویہ کے کنارے ۴۴ جریب ۵۰ جریب ۵۰ جریب اور اس پر

کڑی ہیں اوسکی جسامت میں مکعبیہ دریافت کرو

(۳۱) ایک مکان میں ۳ اینچ موٹی ۱۰ اینچ عرض کی کڑیاں دو سو گیلن میں دروہ سب ملکر ۱۰۰ مکعب فیٹ دروہ

تہیں تو ہر ایک کڑھکا طول دریافت کرو

(۳۲) ایک ۲ یو۔ ۱۰ فیٹ طول میں ۸ اینچ آٹار میں ۸ فیٹ بند ہو تو بتاؤ اسکے اندر ۱۰ اینچ
النبی ۲ ۱/۲ اینچ چوڑی ۳ اینچ موٹی اینٹیں کتنی لگیں گی

(۳۳) ایسی کتابیں کہ جن میں ہر ایک کتاب ۱۰ اینچ لنبی ۵ ۱/۲ اینچ چوڑی اور ۲ ۱/۲ اینچ موٹی ہو ۱۰ فیٹ
۱۰ اینچ لنبی ۲ فیٹ چوڑی ۲ فیٹ اونچے صندوق میں کتنی شکاری لگیں گی +

(۳۴) اگر ایک کعب فیٹ سونے کے سورت ۳۲۲ مربع اینچ پر پیل جائے تو بتاؤ
اوسکا دل کیا ہوگا +

(۳۵) ایک میٹر ۳۳ ۱/۲ اینچ کا ہوتا ہے تو اوس کعب میں جب کا صنم ایک میٹر ہو کعب
تعداد دریافت کرو +

(۳۶) ایک چٹان ۲ فیٹ طول میں ۲ ۱/۲ فیٹ عرض میں ہے اور ۱۰ فیٹ موٹا ہے اور اسکا
وزن ۲ ہنڈریڈ وٹ ہو تو ۱۰۰ کعب اینچ پھر کا وزن دریافت کرو +

(۳۷) سنگ مر کا ایک کعب وزن میں ۱۷ ۱/۲ گنا پانی کے ایک کعب کے وزن سے ہوتا ہے
تو اوس سنگ مر کی سل کا کیا وزن ہوگا جو ۱۰ فیٹ ۱۰ اینچ طول میں اور ۲ فیٹ ۳ اینچ
عرض میں اور ۲ فیٹ دل میں ہے

(۳۸) ثابت کرو کہ جس کعب طوف کا طول ۴۰ ۱۰ ۱۲ اینچ ہو اوس میں ۱۰ گیلن سے پانی کم آئیگا اور
جس کعب طرف کا طول ۵۰ ۱۰ ۱۲ اینچ ہو اوس میں ۱۰ گیلن سے پانی زیادہ آئیگا +

(۳۹) ایک طرف ۲۲ فیٹ ۱۰ اینچ طول میں ۲ فیٹ ۱۰ اینچ عرض میں ہے اور پانی سے بہا ہوا
تو بتاؤ اوس میں کتنے فیٹ پانی نکالیں کہ ایک فٹ پانی عمق میں کم ہو جائے +

(۴۰) ایک طرف ۳۳ فیٹ ۱۰ اینچ طول میں ۱۰ فیٹ ۱۰ اینچ عرض میں ہے تو بتاؤ اگر اوس میں
۱۰ گیلن پانی نکالیں تو کتنا پانی عمق میں کم ہو جائے گا +

(۴۱) اگر ایک فٹ سونے کو کوٹ کاٹ کی ۲۰ مربع گز ورق بنائیں تو بتاؤ کتنے ورق

اگلی کریں کہ ایک انجھامت ہو اور ایک کعبہ سونے کا وزن ۱۰ ہنڈرڈ ویٹ ۹۵ پونڈ ہوگا (۱۲۲) ثابت کرو کہ ایک فیدم کعبہ نی کا وزن ۵۰ ہنڈرڈ ویٹ ۹۵ پونڈ ہوگا +

(۱۲۳) اگر مجسمہ ستوازی اسطرح قائم الزاویہ کا طول اور عرض اور عمق ڈیوڑا دوسرے مجسمہ ستوازی اسطرح قائم الزاویہ کے طول عرض عمق سے ہو تو ثابت کرو کہ اول مجسمہ دوسری مجسمہ کے سہ چہرے بڑا ہوگا +

(۱۲۴) اگر ایک مجسمہ ستوازی اسطرح قائم الزاویہ کا طول اور عرض اور عمق سوا یا دوسرے مجسمہ ستوازی اسطرح قائم الزاویہ کے طول عرض عمق سے ہو تو پہلا مجسمہ دوسرے مجسمہ کے دو چہرے برابر قریب قریب ہوگا

(۱۲۵) اگر ایک مجسمہ ستوازی اسطرح قائم الزاویہ کا طول بقدر ایک چہرے کے اور عرض بقدر ایک ساتویں حصہ کے اور ارتفاع بقدر ایک اٹھویں حصہ کے زیادہ دوسری مجسمہ کے طول و عرض عمق سے ہو تو ثابت کرو کہ اول مجسمہ ڈیوڑا دوسرے مجسمہ سے ہوگا

(۱۲۶) ایک صندوق کعبہ کی شکل کا ہے اور اس کا ڈھکنا نہیں ہے باہر سے طول اس کا ۲ فٹ اور جس لکڑی کا وہ بنا ہوا اس کی موٹائی ایک انچ ہو تو بتاؤ کتنے کعبہ پیر لکڑی اس میں لگی ہوئی ہے

(۱۲۷) ایک طرف مجسمہ ستوازی اسطرح قائم الزاویہ کی شکل کا بنا ہوا ہے اور اس کا ڈھکنا نہیں بنا ہوا اگر طول بیرونی اس کا ۲ فٹ اور عرض ۲ فٹ اور عمق ۲ فٹ ہو اور جس چیز کا وہ بنا ہوا ہو اس کی موٹائی آدہ انچ ہو تو اس چیز کے کعبہ پیر کی تعداد دریافت کرو

(۱۲۸) ایک صندوق کعبہ کی شکل کا ہے اور اس کا ڈھکنا نہیں ہے باہر سے طول اس کا ۲ فٹ اور عرض ۲ فٹ اور عمق ۲ فٹ ہو تو بتاؤ کتنے کعبہ پیر لکڑی اس میں لگی ہوئی ہے

(۱۲۹) ایک پیر موٹی لکڑی کا صندوق بغیر اوپر کی پیر کے بنا ہوا ہے اور اس کا بیرونی طول اور عرض اور ارتفاع ۲ فٹ ۱۰ انچ اور ۲ فٹ ۱۰ انچ اور ۲ فٹ ۱۰ انچ سے ہو تو بتاؤ صندوق میں کس حجم کی سمائی ہوگی

(۱۳۰) ایک مجسمہ ستوازی اسطرح قائم الزاویہ کا قاعدہ ایک مربع ہے اور اس کا ۲ فٹ ۱۰ انچ اور ۲ فٹ ۱۰ انچ اور ۲ فٹ ۱۰ انچ کا حجم

۴۴ مکعب فیٹ ۴۴ مکعب انچ ہے قاعدہ کا ضلع دریافت کرو
 (۵۱) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الراویہ کی دو طرفوں میں سے ہر ایک طرف میں ۲ مربع فیٹ ۱۱ مربع انچ
 ہیں اور دو طرفوں میں سے ہر ایک طرف میں ۲ مربع فیٹ ۱۲ مربع انچ ہیں اور دو طرفوں میں جنہیں سے
 ہر ایک طرف میں ۱ مربع فیٹ ۹ مربع انچ تو ثابت کرو کہ مجسم متوازی السطوح قائم الراویہ کا حجم
 ۴ مکعب فیٹ ۲۴ مکعب انچ ہے

ان مثالوں میں جذر الکعب نکالا جائیگا

(۵۲) اوس مکعب کا طول دریافت کرو جس کا حجم ۲ مکعب فیٹ ہو

(۵۳) اوس مکعب کا طول دریافت کرو جس کا حجم ۳ مکعب فیٹ ہو

(۵۴) اوس مکعب طرف کا طول دریافت کرو جس میں ۴۰۰ گیلن پانی آتا ہو

(۵۵) اوس مکعب طرف کا طول دریافت کرو جس میں ایک ٹن پانی سماتا ہو

(۵۶) اگر ۳ مکعب انچ ایک قسم کے پتھر کا وزن ۴ پونڈ ہو تو اس پتھر کے اوس مکعب کا طول دریافت کرو

جس کا وزن نصف ٹن ہو

تیسویں فصل مجسم متوازی السطوح منشور واسطوانہ کے بیان میں

(۲۴۶) مجسم متوازی السطوح اور منشور اور اسطوانہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ سطح قاعدہ کو ارتفاع میں ضرب دو حاصل ضرب حجم ہوگا

(۲۴۷) مثالیں

(۱) مجسم متوازی السطوح کا قاعدہ ۵ مربع فیٹ اور ارتفاع ۹ انچ ہے

۹ انچ = $\frac{3}{4}$ فیٹ اور $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}$

پس حجم ۳ مکعب فیٹ ہے

(۲) منشور کا قاعدہ مثلث ہے جس کے اضلاع ۱۰ انچ اور ۱۰ انچ اور ۱۰ انچ ہیں

ارتفاع ۱۰ انچ ہے

اب قاعدہ کا رقبہ موجب فتح ۱۵۲ کے دریافت کرنے میں

$$\text{افٹ ۱ اینچ} = ۱۳ \text{ اینچ افٹ ۸ اینچ} = ۲۰ \text{ اینچ}$$

$$\text{افٹ ۹ اینچ} = ۲۱ \text{ اینچ}$$

$$۲۴ = ۵۴ \div ۲ \text{ اور } ۵۴ = ۲۱ + ۲۰ + ۱۳$$

$$۴ = ۲۱ - ۲۴ \text{ و } ۴ = ۲۰ - ۲۴ \text{ و } ۱۳ = ۱۳ - ۲۴$$

$$۱۵۸۶۷ = ۶۸۷۸۱۳ \times ۲۴ \text{ پس } ۱۵۸۶۷ \text{ کا جذر } ۱۲۶ \text{ ہے}$$

پس مثلث کا رقبہ ۱۲۶ مربع اینچ ہے

$$\text{افٹ ۱۰ اینچ} = ۲۲ \text{ اینچ}$$

$$۲۲ \times ۱۲۶ = ۲۷۷۲ \text{ پس منشور کا حجم } ۲۷۷۲ \text{ مکعب اینچ ہے}$$

(۳) اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطرہ اینچ ہے اور ارتفاع ۱۶ اینچ ہے

$$\text{قاعدہ کا رقبہ مربع اینچوں میں} = ۳۱۴۱۶ \times ۵ \times ۵ = ۷۸۵۰۳$$

$$۱۲۵۶۵۶۳ = ۱۶ \times ۷۸۵۰۳$$

پس حجم ۱۲۵۶۵۶۳ مکعب اینچ ہے

(۲۳۸) اگر مکعب محکم ترازى اسطیخ یا منشور یا اسطوانہ کا حجم معلوم ہو اور نیز اس کے قاعدہ کا رقبہ ہی تو

عدد کہ حجم کو تعبیر کرنا ہے اس کو اس عدد پر کہ قاعدہ کو تعبیر کرتا ہے تقسیم کر نیے ارتفاع معلوم ہوگا

اور علیٰ ہذا القیاس اگر حجم اور ارتفاع معلوم ہو تو قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو سکتا ہے

(۲۳۹) مثالین

(۱) ایک منشور کا حجم ایک مکعب فیٹ ہے اور قاعدہ کا رقبہ مربع اینچ ہے ارتفاع دریافت کرو

$$\frac{۱۰۰۰}{۱۰۰} = ۱۰ \text{ پس ارتفاع } ۱۶ \text{ اینچ ہے}$$

(۲) اسطوانہ کا حجم ۲۰۰ مکعب اینچ ہے اور ارتفاع ۴ فیٹ ۲ اینچ ہے قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو

$$\frac{۲۰۰}{۴} = ۵۰ \text{ پس قاعدہ کا رقبہ } ۳۰ \text{ مربع اینچ ہے}$$

(۲۵۰) دفعہ ۲۴ کا قاعدہ وہی ہے جو دفعہ ۲۳ میں دوسرے قاعدہ بیان ہوا ہے اس تطبیق کی دلیل بیان کرنی مناسب ہوگی۔ ہم کو یہ خیال ہو کہ مبتدی کو دفعہ ۲۳ کے عمل سے بالکل یقین ہو گیا ہو گا کہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ پر یہ قاعدہ حاوی ہے اب ہم اس بات کو ثابت کریں گے کہ منشور قائم اور اسطوانہ مستدیر پر یہی قاعدہ حاوی ہے (۲۵۱) دفعہ ۲۹ کی شکل کی طرف متوجہ ہو فرض کر دو منشورین جن کا ارتفاع ایک ہی ہے ایک کا قاعدہ مثلث ا ب س ہے اور دوسرے کا قاعدہ مستطیل ا ب د می ہو دفعہ ۲۹ کی شکل سے ہم ثابت کر سکتے ہیں کہ منشور جو مثلث پر ہے وہ اوس منشور سے جو مستطیل پر ہے نصف ہے اسی معلوم ہوا کہ دفعہ ۲۴ کا قاعدہ منشور قائم پر جب کا قاعدہ مثلث حاوی ہے اس واسطے قاعدہ اوس منشور قائم پر یہی حاوی ہے جب کا قاعدہ شکل مستقیمہ الاضلاع ہے کیونکہ ایسا قاعدہ مثلثون میں تقسیم ہو سکتا ہے اور منشوران مثلثون کے مطابق ایسی منشورون میں تقسیم ہو گا کہ جنکی قاعدہ مثلث ہیں اور جب ہر ایک منشور کا قاعدہ مثلث ہو تو اوپر قاعدہ مذکور حاوی ہو گا اسے ہم یہ سمجھتے ہیں کہ منشور قائم کا حجم جب کا ارتفاع معین ہو قاعدہ کے رقبہ پر موقوف ہوتا ہے کچھ اوسکی شکل پر منحصر نہیں ہوتا اس ظاہر ہوتا ہے کہ قاعدہ اوس صورت پر یہی حاوی ہے کہ قاعدہ منشور کا دائرہ یعنی مجسم اسطوانہ مستدیر ہو اور اسی ہم نتیجہ استخراج کرتے ہیں کہ یہ قاعدہ صرف اسطوانہ مستدیر پر حاوی نہیں ہے بلکہ اور محسبات پر یہی جنکو روزمرہ کی بول چال میں اسطوانہ مستدیر نہیں کہتے ہیں مثلاً ستون و کنواں وغیرہ

(۲۵۲) مجسم متوازی السطوح غیر قائم الزاویہ برابر اوس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے ہوتا ہے جب کا قاعدہ اور ارتفاع پہلی مجسم کے قاعدہ اور ارتفاع کی برابر ہو اسی بنا پر قاعدہ جو منشور قائم اور اسطوانہ قائم کیلئے ہے وہی منشورائل کے لئے ہے۔ یہہ شکل دفعہ ۲۸ کی شکل کی متماثل ہے اور اثبات کا طریقہ بھی اوسکی اثبات کے متشابه ہے فقط اتنا فرق ہے کہ دفعہ مذکور میں رقبہ کو زیادہ کرتی تھی اور اوسکی برابر کے رقبہ کو غفرتی کرتے تھے یہاں ایک حسابت کو زیادہ

کرنیک اور اوسکے برابر کی جسامت کو تقرباً کرینگے

(۲۵۳) بعض مثالین بطور مشق کے سمجھ کر لیتے ہیں

(۱) ایک انچ مکعب بات کا تار ۱۲ انچ موٹا کھینچا گیا ہے اوسکا طول بتاؤ

ظاہر ہے کہ تار ایک اسطوانہ ہے جسکے قاعدہ کا نصف قطر ۱۲ انچ ہے پس قاعدہ کا رقبہ ۱۲ انچ مربع ہے

$$= \frac{12 \times 12}{4} = 36 \text{ ... اور چونکہ جسامت ایک مکعب انچ ہے}$$

اس واسطے کہ ۳۶ ... تقسیم کر دو تو تار کا طول ۱۲۷.۳۳ انچ دریافت ہوگا

(۲) ایک مجوف اسطوانہ ہے اوسکا ارتفاع ۵ فیٹ ہے اور سطح اندرونی کا نصف قطر ۳ انچ ہے اور

سطح بیرونی کا نصف قطر ۱۲ انچ ہے اوسکی جسامت دریافت کرو

اسطوانہ مجوف سے مراد یہ ہے کہ اس اسطوانہ میں سے ایک ورایا اسطوانہ نکال لین جسکا ارتفاع

پہلے اسطوانہ کی برابر ہو اور محور ہی اوسکا پہلے اسطوانہ کا محور ہو یا متوازی پہلے اسطوانہ کی

محور کا ہو ایسے محسبات کو اکثر نی یا غل یا انابیب کہتے ہیں

موجودہ فہم ۲۷ قاعدہ کا رقبہ ملے انچ میں $= 36 \times 12 \times 12 = 5184$ اور ارتفاع ۵۰ انچ ہے

$$\text{اسی واسطے جسامت مکعب انچوں میں} = \frac{5184}{40} = 129.6$$

(۳) اسطوانہ کا ارتفاع برابر قاعدہ کے نصف قطر کے ہو اور جسامت اوسکی .. مکعب انچ ہوا ارتفاع دریافت کرو

چونکہ ارتفاع اور نصف قطر قاعدہ کا اسی میں برابر ہیں تو حاصل ضرب ۳۶ اور نصف قطر کی تعداد

انچ کے مکعب برابر ہو .. مکے ہوا اوسے معلوم ہوا کہ نصف قطر کے مکعب انچوں کی تعداد

$$= \frac{50 \times 36}{40} = 45 \text{ اور جزر الکعب نکالنے سے } 3.57 \text{ حاصل ہوتے ہیں پس نصف قطر}$$

تقریباً ۵.۴۲ انچ ہے

تیسویں فصل کی مثالین

جن مشوروں میں استدلال تفصیل فیل معلوم ہوں اونسکے حجم مکعب انچ اور انچ میں دریافت کرو

(۱) قاعدہ ۴ مربع فیٹ ۳۵ مربع انچ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ ہے

- (۲) قاعدہ ۱۵ مربع فیٹ ۱۳۵ مربع انچ ہے ارتفاع ۳ فیٹ ۱۱ انچ ہے
- (۳) قاعدہ ۲۳ مربع فیٹ ۱۱۵ مربع انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۷ انچ ہے
- (۴) قاعدہ ۳۵ مربع فیٹ ۱۲۳ مربع انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۵ انچ
جن مثلی نشورون میں امتداد تفصیل ذیل معلوم ہوں او کی حسابست میں مکعبیت اور مکعب پنچ دریافت کرو
- (۵) قاعدہ کو اضلاع ۷ و ۱۵ و ۱۲۰ انچ میں ارتفاع ۵۵ انچ
- (۶) قاعدہ کے اضلاع ۱۶ و ۲۵ و ۳۹ انچ میں ارتفاع ۵۲ انچ
- (۷) قاعدہ کے اضلاع ۱۳ و ۴۰ و ۵۱ انچ ارتفاع ۵۸ انچ
- (۸) قاعدہ کے اضلاع ۲۵ و ۳۳ و ۵۲ انچ ارتفاع ۶۲ انچ
جن سطونوں میں امتداد تفصیل ذیل معلوم ہوں او کی حسابست مکعبیت اور او کی عشارت
میں دریافت کرو
- (۹) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ ۶ انچ ہے
- (۱۰) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ
- (۱۱) قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۷ انچ
- (۱۲) قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ۴ انچ ارتفاع ۶ فیٹ ۴ انچ
جن نشورون کی حسابستیں اور قاعدہ معلوم ہیں او کی ارتفاع دریافت کرو
- (۱۳) حسابست ۸ مکعب فیٹ ۸ مکعب پنچ قاعدہ ۶ مربع فیٹ ۱۰ مربع انچ
- (۱۴) حسابست ۸ مکعب فیٹ ۱۰ مکعب پنچ قاعدہ ۷ مربع فیٹ ۱۰ مربع انچ
- (۱۵) حسابست ۶ مکعب فیٹ ۹ مکعب پنچ قاعدہ ۹ مربع فیٹ ۳۵ مربع انچ
- (۱۶) حسابست ۵ مکعب فیٹ ۸ مکعب پنچ قاعدہ ۱۴ مربع فیٹ ۱۱ مربع انچ
جن سطونوں کے حجم اور ارتفاع بہر تفصیل ذیل معلوم ہیں او قاعدہ کی نصف قطر دریافت کرو
- (۱۷) حجم ۱۰۰۰ مکعب انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۲ انچ

- (۱۸) حجم مکعب فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ ۷ اینچ
- (۱۹) حجم مکعب فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ ۳ اینچ
- (۲۰) حجم مکعب فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۰ اینچ
- جن طرفت اسطوانہ کی استوائیہ فیٹ معلوم ہیں اور میں بتاؤ کہ کتنی گیلن پانی سما لگا
- (۲۱) قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ اینچ ارتفاع ۲۰ اینچ
- (۲۲) قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ۷ اینچ ارتفاع ۴ فیٹ
- (۲۳) قاعدہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ
- (۲۴) قاعدہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ۱۰ اینچ ارتفاع ۱۰ فیٹ
- (۲۵) ایک مشور کا ارتفاع ۴ فیٹ ۵ اینچ قاعدہ دوزنقہ ہے اس کے اصلے متوازیہ ۸ فیٹ اور ۱۲ فیٹ جدا جدا ہیں اور فاصلہ ان کے درمیان ۵ فیٹ ہے اس کی حسابت دریافت کرو
- (۲۶) چین کی دیوار ۵۰۰ ایل لمبی ۲۰ فیٹ اونچی ۵ فیٹ چوڑی اوپر سے ہے اور ۵ فیٹ چوڑی نیچے سے ہے تو بتاؤ اس میں کتنے مکعب گز مصالح لگا ہوا ہے
- (۲۷) ایک خندق ۱۰۰ فیٹ لمبی ۸ فیٹ گہری ۱۲ فیٹ چوڑی نیچے سے اور ۲۰ فیٹ چوڑی اوپر سے گہری ہے تو بتاؤ اس کے کہودنے سے کتنے مکعب میٹری نکلی ہوگی
- (۲۸) ایک خندق ۴۰ فیٹ لمبی ۷ فیٹ گہری اور ۱۵ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۸ فیٹ چوڑی نیچے سے ہے اور پانی اس میں بہا ہوا ہے تو اس میں کتنے گیلن پانی ہوگا
- (۲۹) ایک خندق ۸ فیٹ گہری ۲۴ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۱۲ فیٹ چوڑی نیچے سے ہے اور اس کے کہودنے سے ۵۰۰۰۰ مکعب میٹری نکلی ہے تو بتاؤ اس کا طول کتنا ہے
- (۳۰) ایک خندق ۴ فیٹ گہری ۵ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۴ فیٹ چوڑی نیچے سے ہے اگر اس میں ۱۰۰۰ گیلن پانی آتا ہو تو اس کا طول دریافت کرو
- (۳۱) ایک کنواں ۴ فیٹ قطر کا ۲۰ فیٹ گہرا بنا چاہتے ہیں تو بتاؤ کتنے مکعب میٹری کہودین

(۳۲) ایک کنواں ۴ فیٹ قطر کا ۱۱ فیٹ گہرا بنا جا ہے بین تو بتاؤ کتنی کعب فیٹ مٹی کہو دین
 (۳۳) ایک محراب داریل زمین اندر اگر لڈیا بنا منظور ہو اور محراب نصف دائرہ کی شکل کی ہو
 اور اس کا نصف قطر ۴ فیٹ ہو تو بتاؤ کتنے کعب گریٹ مٹی کہو دی جائے

(۳۴) ایک سکک کا ۳۰ انچ قطر ہے اور ۱۸ انچ موٹا ہے تو بتاؤ ایسی سکک کتنے گلاٹین کہ ایک ایسا
 کعب بنجائے جس کا گنا ۳۰ انچ لڑا ہو

(۳۵) کنوے کا قطر ۴ فیٹ ہو اور اس کا عمق ۳۰ فیٹ ہو اور ۴ پائی فی کعب لڑ کھدائی ہے
 تو بتاؤ اس کی کھدائی میں کیا صرف ہوگا

(۳۶) کنوے کا قطر ۴ فیٹ ۶ انچ ہے اور اس کا عمق ۳۰ فیٹ ہو اور ۳ پائی فی کعب لڑ کھدائی
 ہے تو اس کو کھدائی میں کیا خرچ ہوگا

(۳۷) کنوے کا قطر ۴ فیٹ ۶ انچ ہو اور اس کا عمق ۵۰ فیٹ ہو اور ۳ پائی فی کعب لڑ کھدائی ہے
 تو بتاؤ اس کی کھدائی میں کیا خرچ ہوگا

(۳۸) اگر کعب پانچ بار دو کا وزن ایک پونڈ ہو تو بتاؤ ۶ انچ سولخ کی بندھن کا کیا طول کہیں کہ
 ۱۰ پونڈ بار دو اس میں سمائے

(۳۹) ایک کعب پیل کا تار ۱۶ انچ قطر کا کہنی گیا ہے تو بتاؤ اس کا طول کیا ہے

(۴۰) ایک کعب پیل کا تار ۲۰ انچ موٹا کہنی گیا ہے اور اس کا طول دریافت کرو

(۴۱) ایک اسطوانہ محوف کا نصف قطر سطح اندرونی کا ۵ انچ اور سطح بیرونی کا نصف قطر ۶ انچ
 ہے اور ارتفاع اس کا ۲ فیٹ ہے جس امت اس کی دریافت کرو

(۴۲) ایک اسطوانہ محوف کی سطح بیرونی کا نصف قطر ۴ انچ ہے اور موٹائی اس کی ۲ انچ ہے
 اور ارتفاع اس کا ۱۰ فیٹ ہے اور اس کا حجم دریافت کرو

(۴۳) ایک اسطوانہ محوف کی سطح اندرونی کا نصف قطر ۴ انچ ہے اور موٹائی اس کی ۳ انچ
 ہے اور ارتفاع اس کا ۱۰ فیٹ ہے اور اس کا حجم دریافت کرو

(۳۳) ایک لوہے کوئل کا پانچ سو رانج ہے اور پانچ موٹا ہے اور ۲ فیٹ لمبا ہے اور اس کا وزن دریافت کرو اور اس بات کو فرض کرو کہ ایک مکعب پانچ لوہے کا وزن ۲۶۰۰ اور اس ہے (۳۵) ایک سیسے کی تل کا طول ۱۲ فیٹ ہو اور اس کا سو رانج ۱۲ ہو اور اس کی موٹائی پانچ اور اس کا وزن دریافت کرو اور اس بات کو مان لو کہ ایک مکعب پانچ سیسے کی وزن ۹۰۰۰ اور اس ہے (۳۶) ایک سیسے کی تل ہے اور اس کا سو رانج ۲ پانچ ہے اور نصف پانچ موٹا ہے اور گز لمبا ہے اور قیمت اس کی ۲ پانس فی پونڈ ہے اور ایک مکعب فٹ سیسے کا وزن ۱۱۳۱۲ اونس ہے تو اونس تل کی قیمت دریافت کرو

(۳۷) ایک سلانج نوی کی مربع کی شکل ہو اور ضخامت اس کی ایک پانچ ہے اور پونڈ وزن میں اگر اس کی طول کی اور موٹائی کی گول سلانج بنائی جائے تو بتاؤ اس کا وزن کیا ہوگا

(۳۸) ایک شیشی مشور کا ہر ایک کنارہ ۱۰ پانچ طول میں اور اس کا حجم دریافت کرو (۳۹) ایک شیشی کا قاعدہ سدس منظم ہو اور ہر ایک کنارہ متساوی فٹ ہو مشور کی حسابت دریافت کرو (۴۰) ایک سیسے کی تل کا اندرونی قطر پانچ ہو اور بیرونی قطر ۱۱ پانچ ہے اگر تل گھایا جائے اور اس کی طول کی برابر ٹھوس بنایا جائے تو اس کا نصف قطر کیا ہوگا

(۴۱) ایک درخت کا تنہ اسطوانہ قائم نہ فیٹ قطر کا ہو اور ۲ فیٹ بلند ہو تو بتاؤ اگر اس تنہ کو چیل کر ایک محکم متوازی السطوح قائم الراویہ کیس کا قاعدہ مربع ہو بنایا جائے تو جتنی لکڑی اوس میں باقی رہے اور اس کا حجم دریافت کرو

ذیل کی مثالوں میں بزرگ مکعب لکھ لایا گیا۔

(۴۲) قاعدہ مشور شیشی کے اضلاع ۵۲، ۵۱، ۵۰ پانچ جدا جدا ہیں اور ارتفاع پانچ ہو اور بزرگ مکعب کا طول دریافت کرو (۴۳) اسطوانہ کا ارتفاع ۴ فیٹ ۹ پانچ ہے اور قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ۳ پانچ ہے تو اس کے برابر مکعب کا طول دریافت کرو

(۴۴) فرض کرو کہ سورن کا قطر پانچ پانچ ہے اور پانچ موٹائی ہے اگر ۱۰۰۰۰ سورن

اسطوانہ قائم کا قطعہ اور حلقہ مجسم

گلائین اور اس کا مکعب بنائین تو مکعب کا طول دریافت کرو

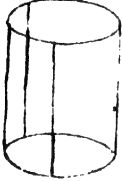
(۵۵) اسطوانہ کا ارتفاع، اگر بنا قاعدہ کے نصف قطر سے برابر اور اس کا حجم ۲ مکعب ہے اور اس کا نصف قطر دریافت کرو

(۵۶) ایک طرف اسطوانہ کی شکل کا برابر اور اس کا ارتفاع ۱۰ اور اس کے قاعدہ نصف قطر سے برابر

اسطوانہ میں ایک گیلین پانی سماتا ہے اور اس کا نصف قطر دریافت کرو

چوبیسویں فصل قطعہ اسطوانہ قائم اور حلقہ مجسم کے بیان میں

(۲۵۴) اسطوانہ کے بعض قطعات اس طرح کی ہوتی ہیں کہ اگر اس کا حجم بہت کثیف سا دسے قاعدہ دریافت ہو سکتا ہے اس بات کو ہم دکھا دیں گے اور بتلا دیں گے



(۲۵۵) فرض کرو کہ ایک اسطوانہ قائم دو جسموں میں ایک سطح سے

جو متوازی ہو کر قطع کیا جائے تو اس کے قاعدہ قطعہ اسطوانہ

اسے ہر ایک اسطوانہ کا حجم موجب ہے نصف ۲۴۶ کو دریافت ہوگا

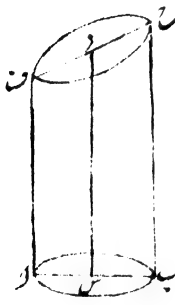
(۲۵۶) ایک اسطوانہ مستدیر قائم کو ایک سطح جو محور پر باطل ہو

اور قاعدہ اسطوانہ سے منقطع ہو قطع کرے اور فرض کرو کہ ایک مجسم

پیدا ہوا اور خط مستقیم سے دھر کر قاعدہ اسطوانہ کے قائم بنا تا ہوا

قاعدہ پر نکالا جائے اور سطح سے اس کا نام اور ارتفاع مجسم ہو

ایسے مجسم کی حسابات دریافت کریں گے اور قاعدہ اسطوانہ ۲۴۶ میں



اس مجسم کی ارتفاع کو دیکھ سکتے ہیں کہ وہ حصہ محور اسطوانہ کا ہے اور دوسرے کے درمیان واقع ہے +

(۲۵۷) قاعدہ گذشتہ یوں صحیح ثابت ہو سکتا ہے کہ اگر ایک سطح قطعہ سے متوازی قاعدہ اسطوانہ کے

گلائین تو اس کے ایک طرف کی شکل کا حصہ جدا ہوگا یہ حصہ سطح سے باقی ماندہ مجسم کے ساتھ ترتیب

پاسکتا ہے کہ ایک اسطوانہ مستدیر ایسا بن جائے گا کہ اس کا ارتفاع اس دسویں

(۲۵۸) نصف ۲۴۶ کی شکل میں آسانی سے اس بات کو دیکھ سکتے ہیں کہ اس نصف مجسم

رح اور ح ب کا یعنی ارتفاع برابر ہے نصف مجموعہ اس بے سے بے خط استقیم اور چھوٹے سے
 پھوٹے خط استقیم کے جو متوازی محور اسطوانہ کی مجسم پر کھینچ سکتے ہیں دفعہ ۱۶۳ دیکھو +
 (۲۵۹) اسطوانہ مستدیر قائم دو ٹھون سے قطع کیا جائے اور سطحین محور پائل ہوں اور اسپین پٹے ہوں
 دو مجسم پیدا ہوگا او کی حسابات سطح دریافت ہوتی ہے کہ قاعدہ اسطوانہ کو ارتفاع مجسم میں ضرب و
 جان ارتفاع مجسم سے مراد محور اسطوانہ مستدیر کا اس حصہ ہے جو کہ مجسم کے دو دوسرے در بیان ہو
 بقاعدہ سطح اخراج ہوتا ہے کہ مجسم جو اس سطح پیدا ہوگا وہ اوں دو سطحوں کے تفاوت سے
 پیدا ہوتا ہے جس کا ذکر دفعہ ۲۵۶ میں ہوا ہے

(۲۶۰) فرض کرو کہ دفعہ ۱۵۶ کی شکل جس مجسم کو تعبیر کرتی ہے وہ یہاں تک بڑا جائے کہ ق (اور
 ملجائیں تو ایک مجسم متساویہ حلقہ مجسم کے پیدا ہوگا پس حلقہ مجسم کی تعریف سطح بیان کر سکتے ہیں
 وہ مجسم ہے جو اسطوانہ کو اس سطح پھوٹنے سے پیدا ہوتا ہے کہ اس کے دو دوسرے ملجائیں یہ بالکل
 ٹھیک نہیں ہے مگر اس کے قاعدہ مفصلہ ذیل کی توضیح خوب ہوتی ہے

(۲۶۱) حلقہ مجسم کی حسابات دریافت کرو

قاعدہ حلقہ کی تراش کے در قیہ کو طول حلقہ میں دو (تراش کی جگہ فصل کے لفظ کو لکھتے ہیں)

بعض اوقات تراش سے تر ہی تراش مراد ہوتی ہے
 حلقہ کے طول سے اوں انرہ کا محیط مراد ہے جس میں مگر تمام تر ہی تراشوں کے واقع ہوں اور حلقہ
 کے حدود اندرونی اور بیرونی کے نصف مجموعہ سے تعبیر ہو سکتا ہے دفعہ ۲۵۸ دیکھو +

(۲۶۲) مثالین

۱، ایک حلقہ کی تراش مدور کا نصف قطر ایک انچ ہے اور حلقہ کا طول ۱۰ انچ ہے حلقہ
 کی تراش مدور کا قیہ ۱۴ اور ۳ ملے انچ ہے اس واسطے حسابات حلقہ کی ملجائیں

میں ۱۰ ۱۶ ۱۴ ۱۶ یعنی ۳۱۶ ہے

(۲) حلقہ کے دائرہ اندرونی کا قطر ۱۶ اور بیرونی کا ۸ انچ ہے +

ان قطرون کا فرق تراش مذکور کی قطر سود و چند ہوا سو اسطر تراش مذکور کا نصف قطر ۱۲ انچ ہے اور حلقہ کی حد بیرونی ۱۴، ۱۶، ۱۸، ۲۰، ۲۲، ۲۴، ۲۶، ۲۸، ۳۰ انچ ہے اور حد اندرونی ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸، ۲۰، ۲۲، ۲۴، ۲۶، ۲۸، ۳۰ انچ ہے اور ان عددوں کا نصف مجموعہ ۵۶۲، ۵۳۵، ۵۰۸، ۴۸۱، ۴۵۴، ۴۲۷، ۴۰۰، ۳۷۳، ۳۴۶، ۳۱۹، ۲۹۲، ۲۶۵، ۲۳۸، ۲۱۱، ۱۸۴، ۱۵۷، ۱۳۰، ۱۰۳، ۷۶، ۴۹، ۲۲، ۰ ہے

پس حجم حلقہ کا مکعب پچون مین = $۲۳۵ \times ۵۶۲ \times ۱۹ = ۲۳۵ \times ۱۰۶۹۸ = ۲۵۱۲۰۳۰$ تقریباً

چوبیسویں فصل کی مثالیں

(۱) ثابت کرو کہ حلقہ کا طول برابر ہوتا ہے حال تفریق حد بیرونی اور ترجیحی تراش کے محیط کے
(۲) ثابت کرو کہ حلقہ کا طول برابر ہوتا ہے مجموعہ حد اندرونی اور ترجیحی تراش کے محیط کے
جن حلقوں کی تعداد تفصیل ذیل معلوم مین وانکے حجم مکعب پچون مین دریافت کرو
(۳) طول ۲۰ انچ ترجیحی تراش کا نصف قطر ۱۲ انچ ہے

(۴) طول ۱۶ انچ ہے ترجیحی تراش کا قطر ۱۲ انچ ہے

(۵) قطر بیرونی ۸ سو ۸ انچ ہے اور قطر اندرونی ۲ سو ۲ انچ

(۶) قطر اندرونی ۱۳ سو ۳ انچ اور قطر ترجیحی تراش کا ۲ سو ۲ انچ ہے

(۷) قطر بیرونی ۹ انچ اور ترجیحی تراش کا قطر ۳ سو ۳ انچ ہے

(۸) حد بیرونی ۱۵ انچ اور ترجیحی تراش کا محیط ۴ سو ۱ انچ ہے

(۹) حلقہ کا حجم مکعب پچون ہے اور ترجیحی تراش کا نصف قطر ۱۲ انچ ہے حلقہ کا طول دریافت کرو

(۱۰) اس حلقہ کا حجم مکعب پچون ہے اور طول ۲۰ انچ ہے اس کا نصف قطر اندرونی دریافت کرو

پچیسویں فصل مخروط مضلع اور مخروط مستدیر کے بیان مین

(۲۶۳) مخروط مضلع یا مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

قاعدہ - قاعدہ کے رقبہ کو ارتفاع مین ضرب کرو

حاصل ضرب کی تہائی حجم ہوگا

(۲۶۴) مثالیں



(۱) مخروط مصلح کا قاعدہ مربع ہے اور ہر ایک مصلح ۲ فیٹ ۱۱ انچ ہے اور مخروط کا ارتفاع ۲ فیٹ ۹ انچ ہے

$$۳ \text{ فیٹ } ۹ \text{ انچ} = ۳ \frac{۳}{۴} \text{ فیٹ}$$

$$۳ \text{ فیٹ } ۹ \text{ انچ} = ۳ \frac{۳}{۴} \text{ فیٹ}$$

$$\frac{۲۹}{۴} = \frac{۳}{۴} \times \frac{۳}{۴} = \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۴} \times ۳$$

$$\frac{۵۱۵}{۱۴} = \frac{۲۲۵}{۱۴} = \frac{۵ \times ۴۵}{۴ \times ۴} = \frac{۱۵ \times ۴۵}{۴ \times ۴} \times \frac{۱}{۳}$$

پس حجم ۱۵ مکعب فیٹ ہے

(۲) مخروط مستدیر کا نصف قطر ۱۱ انچ ہے اور ارتفاع ۸ انچ ہے

$$۳۱۴۱۵۹ = ۳۱۴۱۵۹ \times ۱۰ \times ۱۰$$

$$۱۸۸۲۶۹۴ = ۳۱۴۱۵۹ \times ۴ = ۳۱۴۱۵۹ \times ۱۸ \times \frac{۱}{۳}$$

پس حجم ۱۸۸۲۶۹۴ مکعب فیٹ ہے

(۲۵) اگر مخروط مصلح یا مخروط مستدیر کا حجم اور قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو تو جو عدد حجم کو تعبیر کرتا ہو اس کے سہ چند کو اس عدد پر جو قاعدہ کے رقبہ کو تعبیر کرتا ہے تقسیم کر دو تو ارتفاع دریافت ہو جائیگا اور علیٰ ہذا القیاس اگر ارتفاع اور حجم معلوم ہوں تو اونٹے قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو جائیگا (۲۶۶) مثالین

(۱) مخروط مصلح کا حجم ایک مکعب ہے اور قاعدہ کا رقبہ مربع فیٹ ہے ارتفاع دریافت کرو

$$\frac{۱}{۴} \text{ مکعب گز} = \frac{۲۴ \times ۳}{۱۸} \text{ فیٹ} = \frac{۲۴}{۱۸} = \frac{۴}{۳}$$

پس ارتفاع ۴ فیٹ ہے

(۲) ایک مخروط مستدیر کا حجم نصف مکعب ہے اور اس کا ارتفاع ۲۰ انچ قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو

$$۴۴ = \frac{۱۴۴ \times ۲۰}{۲}$$

نصف مکعب فیٹ = ۸۴ مکعب انچ

نہیں قاعدہ کا رقبہ ۹۴ مربع انچ ہے

(۲۶۷) اب ہم چند مثالیں بطور مشق کے حل کرتے ہیں

(۱) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور اس کا ہر ایک ضلع چابیش میں ۱۰ فیٹ ہے اور چاروں

کناروں میں سے جو اس پر پڑتی ہیں ہر ایک کنارہ کا

طول ۱۸ فیٹ ہے اور اس کا حجم دریافت کرو

اول ہم مخروط مضلع کا ارتفاع دریافت کرتے ہیں

فرض کریں کہ دب اس قاعدہ ہے اور مخروط کا

اسی ہے اور مخروط کا ارتفاع ہی ات ہے

یعنی نقطہ سی سے قاعدہ پر پڑے ہوئے نقطہ وسط قطر اس کا ہوگا

اب جب فہم ۵۵ کے اس میں تعداد فٹوں کی ۳۸۱۰ ہے اس وقت میں تعداد فٹوں کی ۱۰۸۵ ہے

ثالث قائم الزاویہ دی ق میں درازی ۱۸ فیٹ ہے اور تعداد فٹوں کی ۱۰۸۵ ہے

اسی واسطے ہم جب فہم ۶۰ کے فٹوں کی تعداد دی ق میں ۳۲۴ - ۵۰ کا جزر ہے یعنی ۲۷۴

کا جزر ہے یعنی ۱۶۵۵۲۹۴۵۴۲ ہے

پس مخروط کا حجم فٹوں میں

$$= \frac{1}{3} \times 14555294542 \times 1085 = 551564282$$

(۲) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہے اور طول اس خط کا جو قاعدہ کے کسی ضلع

کے نقطہ وسط اور اس مخروط میں طایا جائے ۱۳ فیٹ ہے حجم دریافت کرو

اول ارتفاع مخروط کا تحقیق کرنا چاہئے دفعہ گذشتہ کی شکل میں فرض کرو کہ ح نقطہ وسط

ضلع ہے کہ ہے تو ہی ح ۱۳ فیٹ ہوگا اور ح ق برابرہ فیٹ کے ہے

اسی واسطے ہم جب فہم ۶۰ کے سی ق میں فٹوں کی تعداد ۱۶۹ - ۶۵ کا جزر ہے

یعنی ۴۴ کا جزر یعنی ۱۲ پس مخروط کا حجم فٹوں میں

$$= \frac{1}{3} \times 12 \times 100 \times 100 = 400$$

یاج کو بھی مخروط کا ارتفاع مانل بھی کہتے ہیں
 (۳) ایک کعب کا کونا ایک سطح سے قطع کیا گیا ہو اور وہ کناروں کے نقطہ مشترک سے ۳۰، ۴۰، ۵۰ اینچ
 کے فاصلہ پر کناروں کے ملتی ہے تو حصہ منقطعہ کا حجم دریافت کرو
 جو حصہ قطع ہوا ہے وہ مخروط مضاع مثلثی ہے اور اس کا قاعدہ مثلث قائم الزاویہ ہے جس کے زاویہ
 قائم کے اضلاع ۳، ۴، ۵ اینچ ہیں تو مخروط کا ارتفاع ۵ اینچ ہے
 اسے معلوم ہوا کہ مخروط کا حجم کعب بخون میں $\frac{1}{6} \times 5 \times 4 \times 3 = 10$

پچیسویں فصل کی مثالیں

جن مخروطات مضاع میں ابتدا و تفصیل بل معلوم ہیں اور حجم معلوم اور انچوں دریافت کرو
 (۱) قاعدہ ۵ مربع فیٹ ۱۰۲ مربع اینچ ہے ارتفاع ۲ فیٹ ۵ اینچ
 (۲) قاعدہ ۴ مربع فیٹ ۹۹ مربع اینچ ارتفاع ۳ فیٹ ۷ اینچ
 (۳) قاعدہ ۲ مربع فیٹ ۱۲ مربع اینچ ارتفاع ۴ فیٹ ۸ اینچ
 (۴) قاعدہ ۳ مربع فیٹ ۲۱ مربع اینچ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۱ اینچ
 جن مخروطات مثلثی میں ابتدا و تفصیل بل معلوم ہیں اور حجم کعب میں اور اس کی اعشایہ میں دریافت کرو
 (۵) قاعدہ کے اضلاع ۴، ۵، ۶ فیٹ ارتفاع ۶ فیٹ
 (۶) قاعدہ کے اضلاع ۷، ۹، ۱۱ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ
 (۷) قاعدہ کے اضلاع ۱۵، ۱۶، ۲۰ فیٹ ارتفاع ۲۲ فیٹ
 (۸) قاعدہ کے اضلاع ۲۳، ۲۴، ۳۰ فیٹ ارتفاع ۳۴ فیٹ
 جن مخروطات مستطیل کے ابتدا و تفصیل بل میں اور حجم کعب میں اور اس کی اعشایہ میں دریافت کرو
 (۹) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ
 (۱۰) قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ارتفاع ۶ فیٹ
 (۱۱) قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

- (۱۲) قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ
جن مخروطات کا حجم اور قاعدے معلوم ہوں اونکے ارتفاع دریافت کرو
- (۱۳) حجم ۱۰ مکعب فیٹ ۳۶ مکعب پنچ قاعدہ ۲۰ مربع فیٹ ۱۴۳ مربع پنچ
(۱۴) حجم ۳۳ مکعب فیٹ ۳۰ مکعب پنچ قاعدہ ۲۰ مربع فیٹ ۸۳ مربع پنچ
(۱۵) حجم ۹۰ مکعب فیٹ ۹۲ مکعب پنچ قاعدہ ۹۰ مربع فیٹ ۲۱ مربع پنچ
(۱۶) حجم ۱۱۱ مکعب فیٹ ۱۱۵ مکعب پنچ قاعدہ ۱۰ مربع فیٹ ۹۶ مربع پنچ
جن مخروطات سے دیکھو اور ارتفاع و بیضی میں معلوم ہوں اونکے قاعدہ کی نصف قطر دریافت کرو
- (۱۷) حجم ۱۰۰ مکعب پنچ ارتفاع ۵ فیٹ
(۱۸) حجم ۳۰ مکعب پنچ ارتفاع ۳۵ فیٹ
(۱۹) حجم ۷۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۴۵ فیٹ
(۲۰) حجم ۱۲۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۲۲ فیٹ
(۲۱) اطراف مخروط مصلع کے مربع قاعدہ پر مثلث متساوی الاضلاع ہیں اور مثلث کا مصلع ۱۲۰ فیٹ ہی اور اس کا حجم دریافت کرو
- (۲۲) ایک مخروط مصلع کا قاعدہ مربع ہے اور اوکھا ہر ایک مصلع ۲۰۰ فیٹ ہی اور جو کنارے راس پر ملتے ہیں اونہیں سے ہر ایک ۵۰ فیٹ ہی
- (۲۳) ایک مخروط مصلع کا قاعدہ مربع ہے جس کا رقبہ ۲۰۰ مربع فیٹ ہی اور کنارے جو راس پر ملتے ہیں اونہیں سے ہر ایک ۲۰ فیٹ ہی اور اس کا حجم دریافت کرو
- (۲۴) مخروط مصلع کا قاعدہ مستطیل ہے جس کا طول عرض ۸۰ فیٹ اور ۶۰ فیٹ ہے اور ہر ایک کنارہ جو راس پر ملتا ہے ۱۲۰ فیٹ ہی اور اس کا حجم دریافت کرو
- (۲۵) ایک مخروط مصلع کا قاعدہ مربع ہے ہر ایک مصلع اوکھا ۲۴ فیٹ ہی اور اس کے مصلع کے نقطہ وسط اور اس مخروط میں خط مستقیم وصل کیا گیا ۱۷ فیٹ ہی اور اس کا حجم دریافت کرو

(۲۶) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے ہر ایک ضلع اور اس کا ۱۲ فیٹ ہے اور قاعدہ کے کسی ضلع کو نقطہ

وسط اور اس مخروط میں خط ملا یا گیا طول میں ۲۵ فیٹ ہے مخروط کا حجم دریافت کرو

(۲۷) مخروط کا قاعدہ مستطیل ہے جس کا طول عرض ۲۱ فیٹ اور ۲۵ فیٹ ہے اور قاعدہ کے بڑے

ضلعوں میں کسی ایک ضلع کے نقطہ وسط اور اس میں خط ملا یا گیا ۳۳، ۳۳ فیٹ ہے اور اس کا

حجم دریافت کرو

(۲۸) مخروط مضلع کا قاعدہ مستطیل ہے جس کا طول عرض ۱۸ فیٹ اور ۲۶ فیٹ ہے اور قاعدہ

کے اضلاع خورد میں سے کسی ایک ضلع کے نقطہ وسط اور اس میں خط ملا یا جائے تو اس کا

طول ۲۴ فیٹ ہے مخروط کا حجم دریافت کرو

(۲۹) مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع مائل ۲۵ فیٹ ہے اور قاعدہ کا نصف قطر ۲۵ فیٹ ہے مخروط کا

حجم دریافت کرو

(۳۰) مخروط مستدیر کو ایک سطح متفاضل اس سے قاعدہ پر عمود ہو کر تراشتی ہے اور اس تراش سے

متساوی الاضلاع پیدا ہوتا ہے جس کا ہر ایک ضلع ۱۲ فیٹ ہے تو مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

(۳۱) مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل ۴۱ فیٹ ہے اور ارتفاع ۴۰ فیٹ ہے اور اس کا حجم دریافت کرو

(۳۲) مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل ۵۵ فیٹ ہے اور ارتفاع ۴۲ فیٹ ہے اور اس کا حجم دریافت کرو

(۳۳) مخروط مستدیر کی شکل کا ایک طرف ہے قاعدہ کا نصف قطر ۲۵ فیٹ اور ارتفاع مائل ۴۱ فیٹ

ہے تو بتاؤ اس میں گز گیلن پانی آگیا

(۳۴) ایک گلاس مخروطی اوپر سے ۲ انچ چوڑا ہے اور ۱۲ انچ گہرا ہے تو بتاؤ کہ گلاب بنی شراب و سمن انگلی

(۳۵) مخروط مستدیر کا ارتفاع ۵۵ فیٹ ہے اور قاعدہ کا محیط ۱۶ فیٹ ہے اور اس کا حجم دریافت کرو

(۳۶) مخروط مستدیر ۲۵ فیٹ اوچکا ہے اور اس کے قاعدہ کا قطر ۲۵ فیٹ ہے اور سکون میں پر رکھا اور

اوپر پریت ڈالنی شروع کی یہاں تک کہ ایک مخروطی ڈبیرہ ۲۵ فیٹ اوچکا ۲۰ فیٹ محیط کا

بن گیا تو بتاؤ کہ کتنے مکعب بیت ڈالی گئی

(۳۷) مخروط مستدیر کا حجم ۲۲ مکعب فٹ ہے اور قاعدہ کا محیط ۹ فٹ، ارتفاع دریافت کرو
(۳۸) ایک سید گمرہ ہر ایک ضلع اور اس کا طول ۲۰ فٹ ہے اور دیوارین اور سکی
۳۰ فٹ اونچی ہیں اور پیران دیواروں پر ایک گنبد سید مخروط کی شکل کا ۵ فٹ اونچا بنا ہوا
تو بتاؤ اس کمرہ میں کتنی مکعب فٹ ہیں

(۳۹) ایک مکعب، اس کا ضلع ۲۰ فٹ، اور اس کے تین متصل کے ضلعوں کو ایک سطح
تصفیف کرتی ہو تو اس افعلی کے جو مخروط مضلع پیدا ہوتا ہے اس کی حساست دریافت کرو
(۴۰) ایک مکعب کا کنارہ ۴ اینچ ہو اور ایک کنارہ مکعب کا سطح کٹر کیا ہے کہ حصہ جو مکعب قطع ہو
اویسی ایک مخروط مضلع متبقی بنا جس کا ہر ایک کنارہ مکعب کے زاویہ پر ختم ہوتا ہے اور طول میں ۶ اینچ
ہے تو جو مجموعہ باقی رہا اس کی حساست دریافت کرو

(۴۱) صحر کا منارہ اعظم ۸۴ فٹ بلند تھا اور اس کا قاعدہ مربع تھا اور ہر ایک ضلع مربع کا
۶۴ فٹ تھا تو اس کے حجم کو مکعب گزوں تک دریافت کرو

(۴۲) ایک سجد کا منارہ پتھر کا بنا ہوا ہے اور قاعدہ اس کا سیدس منظم ہے جس کا ہر
اور اس کا ارتفاع ۵۰ فٹ ہو اور اس منارہ کی اندر جتنے خالی جگہ ہیں وہ بھی مخروط کا
اور سیدس منظم پر قائم ہے اور ۴ فٹ اونچی ہے اور قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۹ فٹ
میں دریافت کرو کہ کتنے مکعب پتھر لگے

چیمپیون فصل مخروط مضلع ناقص اور مخروط مستدیر ناقص کے بنائیں

(۲۶۸) مخروط مضلع اور مستدیر ناقص کی حساست دریافت کرو
قاعدہ مخروط ناقص کے دو نو سرن کے رقبوں کو جمع کرو اور حاصل جمع پر اس کے حاصل ضرب
جذر زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مخروط ناقص میں ضرب دو اور حاصل ضرب کی تہائی کو
مخروط ناقص کی حساست حاصل ہوگی

(۱) مخروط مضلع ناقص کے ایک سرے کا رقبہ ۱۸ مربع انچ اور دوسرے سرے کا رقبہ ۹۸ مربع انچ

اور ارتفاع مخروط ناقص ۱۵ انچ ہے

$$۱۵۸ \times ۱۸ = ۲۷۲ + ۹۸ + ۱۸ \text{ ہے اور } ۱۵۸ = ۲۷۲ + ۹۸ + ۱۸$$

$$\frac{1}{3} \times ۱۵ \times ۱۵۸ = ۷۹۰ \text{ پس حجم } ۷۹۰ \text{ مکعب انچ ہوا}$$

(۲) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے اور دوسرے سرے کا نصف قطر

۲ فیٹ ہے اور ارتفاع او سکا ۸ فیٹ ہے

$$\text{ایک سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین } = ۳۱ \cdot ۴ \times ۲۵ = ۷۸۵$$

$$\text{دوسرے سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین } = ۳۱ \cdot ۴ \times ۹ = ۲۸۲$$

اور ان عددوں کی جمل ضرب کا جذر ۱۶۲۱۴ ضرب یا گیا ۲۵۸۹ کو جذر مین ہے یعنی

$$۱۵ \times ۳۱ \cdot ۴ = ۴۷۱$$

ان حاصلات کو جمع کر دو تو ہم کو ۳۱۴۱۴ ضرب دیا گیا ۲۵ اور ۱۵ مین یعنی

$$۴۷۱ \times ۳۱ \cdot ۴ = ۱۴۷۸۱$$

$$۱۴۷۸۱ \times ۲۵ = ۳۶۹۵۲۵ = ۳۱۴۱۴ \times ۱۱۰۵۰۲۲ \text{ حاصل ہوگا}$$

$$\text{پس حجم } ۱۱۰۵۰۲۲ \text{ مکعب انچ ہوا}$$

(۲۷۰) دفعہ گذشتہ مین دیکھنا چاہئے کہ ہم نے عمل کس خوبی کے ساتھ کیا ہے کہ او مین

ضرب دینی کی شفقت نہیں اٹھانے پر مٹی طالب علم کو لازم ہے کہ جہاں مخروط مستدیر کے

سرون کے نصف قطر معلوم ہوا کرین وہاں اسی طریقہ سے عمل کو بنائے اسی صورت مین ہی

ہم دفعہ ۲۷۸ کے قاعدہ کی جگہ اس قاعدہ کو کام مین لاتے ہیں کہ سرون کے نصف قطر دیا

کے مربعوں کو اونکی حاصل ضرب پر جمع کر دو اور حاصل حجم کو ارتفاع مین ضرب دو اور اس

حاصل ضرب کو ۱۸۱۴ مین ضرب دو پس حاصل کی تہائی حجم مطلوب ہوگا یہ قاعدہ اور پہلا قاعدہ

دونوں نفس الامر مین ایک ہی ہیں فقط اس دوسرے قاعدہ کی موافق عمل کرنے مین آسانی ہے

(۲۷۱) اب ہم بعض مثالین شق کے واسطے حل کرتے ہیں
(۱) ایک ناقص مخروط مستدیر قائم کی سرے کے نصف قطرہ اپن اور اپن میں اور اس کا ارتفاع مائل
ہ اپن ہے جسامت دریافت کرو



اول مخروط ناقص کا ارتفاع دریافت کرنا چاہیے

فرض کرو کہ یہ شکل ایک تراش مخروط ناقص کے ہے

جو ایک سطح کو قطع کرے کہ حسین مخروط داخل ہو پیدا ہوئی ہے اب ہم دیکھتے ہیں کہ ارتفاع مائل

اوس شق قائم الراویہ کا وتر ہے جس کا ایک ضلع تو مخروط ناقص کا ارتفاع ہے اور دوسرا

ضلع سرورن کے نصف قطرون کا فرق ہے

اس صورت میں ارتفاع مائل ہ اپن ہے اور سرورن کے نصف قطرون کا فرق ۳ اپن ہے

اس واسطے بموجب فہ ۶۰ کے مخروط ناقص کا ارتفاع ۴۰ اپن ہے

$$۶۰ = ۱۰۰ - ۴۰ \text{ اور } ۱۰۰ = ۱۰۰ \times ۱۰۰$$

$$۴۹ = ۶۰ + ۱۰۰ = ۱۰۰ \times ۱۰۰ \text{ اور } ۲۱۹ = ۴۹ \times ۲۱۹ \times ۲۱۹ = ۳۶۱۴۴۲۱۹$$

پس حجم ۹۱۴۵۳۴۶۲ مکعب اپن ہے

(۲) ایک ناقص مخروط مضلع کے سرے شق مساوی الاضلاع میں اور اضلاع اوس کے ۴ فیٹ اور

۴ فیٹ میں اور ارتفاع ۹ فیٹ ہے

بموجب فہ ۲۰۶ کے رقبہ ایک سرے کا مربع فیٹ میں = ۴۳۳۴۹

اور دوسرے سرے کا رقبہ مربع فیٹ میں = ۴۳۳۴۱۶

ان عددوں کے حاصل ضرب کا جذر = ۴۳۳۴۱۲

ان تینوں حاصلوں کو جمع کر دو تو ۴۳۳۴۳۲ حاصل ہونگے

$$۴۸۵۰۶۳ = ۴۳۳۴۳۲ \times ۳۶۴۹ \times ۳۶۴۹$$

پس حجم ۴۸۵۰۶۳ مکعب سے ہے

چھبیسون بصل کی مثالیں

جن ناقص مخروطات مصلح کی استدلال فیصل میں معلوم ہیں انکی حجم کی مقدار میں دریافت کرو

(۱) سرورن کے بقبے ۵۴۴ مربع فیٹ اور ۱۲۵۵ مربع فیٹ ارتفاع ۵۴۴ فیٹ

(۲) سرورن کے بقبے ۴۴۴ مربع فیٹ ۵۴۴ مربع فیٹ ارتفاع ۴۴۴ فیٹ

(۳) سرورن کے بقبے ۹۰۰ مربع فیٹ ۴۴۴ مربع فیٹ ارتفاع ۲۴۴ گز

(۴) سرورن کے بقبے ۵۴۴ مربع فیٹ اور ۸۲۵ مربع فیٹ ارتفاع ۴۴۴ فیٹ

جن ناقص مخروطات مستدیر کی استدلال فیصل میں معلوم ہیں انکی حجم کی مقدار میں دریافت کرو

(۵) سرورن کے نصف قطر ۳۴۴ فیٹ ۵۴۴ فیٹ اور ارتفاع ۵۴۴ فیٹ

(۶) سرورن کے نصف قطر ۵۴۴ فیٹ اور ۵۴۴ فیٹ ارتفاع ۴۴۴ فیٹ

(۷) سرورن کے نصف قطر ۸۴۴ فیٹ اور ۴۴۴ فیٹ اور ارتفاع ۴۴۴ فیٹ

(۸) سرورن کے نصف قطر ۴۴۴ فیٹ اور ۴۴۴ فیٹ ارتفاع ۱۰۴۴ فیٹ

(۹) ناقص مخروطات مستدیر قائم کا ارتفاع مائل ۵۴۴ فیٹ اور سرورن کے نصف قطر ۵۴۴ فیٹ اور ۱۰۴۴ فیٹ

ہیں انکا حجم دریافت کرو

(۱۰) ایک ناقص مخروط مستدیر رنگ مرمر کا جسکی بڑے سر کا قطر ۵۴۴ فیٹ اور چھوٹے کا قطر

۱۰۴۴ فیٹ ہے اور ارتفاع مائل کا طول ۸۴۴ فیٹ ہے اور قیمت اسکی ۱۲۰۰ رو فی مکعب فیٹ ہے تو بتاؤ

اسکی قیمت کیا ہوگی

(۱۱) ایک ناقص مخروط مصلح کا ارتفاع ۵۴۴ فیٹ ہے اور اس کے سرے شدت متساوی الاضلاع ہیں

اور اس کے اضلاع کے طول جدا جدا ۴۴۴ فیٹ اور ۵۴۴ فیٹ ہیں اسکا حجم دریافت کرو

(۱۲) ایک ناقص مخروط مصلح کے سرے مصلح ہیں اور طول ضلعوں کے جدا جدا ۲۰۴۴ فیٹ اور ۳۰۴۴ فیٹ

ہیں اور ان مربعوں کے اضلاع متناظرہ کے نقاط وسط میں جو خط مستقیم ملائیں تو اسکا

طول ۳۰۴۴ فیٹ ہے حجم اسکا دریافت کرو

(۱۳) ملک مصر میں اسکندریہ کے قریب ٹولی کا سینا ہر اورہ ایک ہی سنگ ایسی کا بنا ہوا ہے ارفع او سکا ۹۰ فیٹ ہے اور ایک سری کا قطر و فیٹ اور دوسرے کا ۶ فیٹ ۶ اینچ ہے او سکا حجم دریافت کرو

(۱۴) ایک جہاز کا ستول ۵۰ فیٹ اونچا ہے اور ایک سر کا محیط ۶۰ اینچ ہے اور دوسرے کا ۳۶ اینچ او میں تعداد لکڑی کے کعب فنون کی دریافت کرو

(۱۵) ناقص مخروط مستدیر قائم کی سروں کی نصف قطر، فیٹ اور ۶ فیٹ ہیں اور ارفع ۲ فیٹ تو اس مخروط کا حجم دریافت کرو جس میں سے یہ مخروط قطع ہوا ہے

(۱۶) ناقص مخروط مستدیر قائم کی سروں کی نصف قطر، فیٹ اور ۶ فیٹ ہیں اور ارفع ۲ فیٹ ہے اور اس مخروط ناقص کے عین وسط میں سے ایک سطح متوازی قاعدوں گذرتی ہے اور او سکو دو حصوں میں منقسم کرتی ہے تو ان دونوں حصوں کے جسامت دریافت کرو

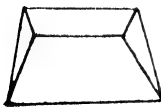
(۱۷) ناقص مخروط مستدیر قائم کی سروں کی نصف قطر، فیٹ اور ۶ فیٹ ہیں اور ارفع ۲ فیٹ ہے اور مخروط ناقص تین حصوں میں قاعدوں کے متوازی سطحوں سے اس طرح منقسم ہوا ہے

کہ ہر ایک کا ارفع ایک فٹ ہے تو ہر ایک حصہ میں کعب انجون کی تعداد دریافت کرو

(۱۸) ایک ناقص مخروط مصلع کے قاعدہ منظم سدس ہیں اور اضلاع کے طول جدا جدا فیٹ

۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵ فیٹ ہے اور ایک سطح عین وسط میں متوازی قاعدوں کے

گذر کر دو حصوں میں او سکو منقسم کرتی ہے تو ہر ایک حصہ کی جسامت دریافت کرو



کتابکیسویں فصل فائدہ

(۲۴۲) فائدہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ کنارہ کی طول کو قاعدہ کی دو چند طول پر زیادہ کر دو اور حاصل جمع کو قاعدہ کی عرض

میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو فائدہ کی ارفع میں ضرب تو حاصل ضرب کا چٹا حصہ فائدہ کا حجم ہوگا

(۱) فانہ کا کنارہ ۱۲ اینچ ہے اور قاعدہ کا طول ۶ اینچ اور عرض ۷ اینچ ہے اور فانہ کا ارتفاع ۲۴ اینچ

$$۱۲۳۲ = ۲۴ \times ۷ \times ۶ \times \frac{1}{4} \times ۴ = ۱۶ + ۱۶ + ۱۲$$

پس فانہ کا حجم ۱۲۳۲ مکعب اینچ ہے

(۲) فانہ کا کنارہ ۵ ½ اینچ ہے اور قاعدہ کا طول ۳ اینچ اور عرض ۲ اینچ اور ارتفاع ۴ اینچ ہے

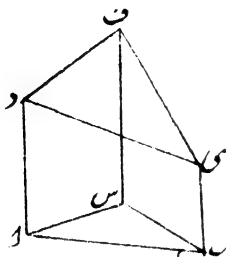
$$\frac{1}{4} \times ۵ = \frac{5}{4} = ۱ + \frac{1}{4} = ۱ + ۳ = ۴ \text{ اور } \frac{1}{4} \times \frac{5}{4} \times ۳ \times ۲ \times ۴ = \frac{15}{4} = ۳ + \frac{3}{4} = ۳ + ۱ = ۴$$

پس فانہ کا حجم ۱۵ ¼ مکعب اینچ ہے

(۲۷۴) اگر فانہ کا کنارہ طول میں برابر ہو قاعدہ کے طول کے تو فانہ منشور مثلثی ہو گا پس اس فانہ کے قاعدہ کے ہم کو ایک ارتفاع منشور مثلثی کے جسامت دریافت کرنے کا معلوم ہو یا یہ قاعدہ اور دفعہ ۲۴ میں جو قاعدہ مذکور ہوا ایک نہیں ہیں کیونکہ اس قاعدہ اور اس قاعدہ میں مقادیر مختلف ہیں اگر منشور قائم ہو تو آسانی سے اس بات کو ہم دیکھ سکتے ہیں کہ دو قاعدے ایک ہی ہیں۔

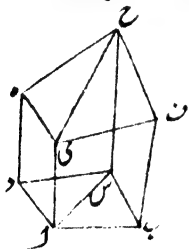
(۲۷۵) اگر فانہ کی کناری کا طول اس کی قاعدہ کی طول سے چھوٹا ہو تو فانہ ایسی دو حصوں میں کہ ایک حصہ منشور غیر قائم الزاویہ اور دوسرا مخروط مضلع ہو جس کا قاعدہ مستطیل ہو اس طرح تقسیم ہو سکتا ہے کہ ایک سطح کنارہ کی ایک سرے سے متوازی طرف مثلثی کی جو دوسری سرے پر گذرتی ہو چھین۔ اس سطح سے اگر کنارہ زیادہ لंबا قاعدہ کے طول سے ہو تو فانہ برابر ہو گا اور اس زیادہ کی جو ایک خاص منشور مثلثی خاص مخروط مضلع پر جس کا قاعدہ مستطیل ہے رکھتا ہے اسی سبب دفعہ ۲۷۲ کا قاعدہ صحیح ثابت ہو سکتا ہے

(۲۷۶) اب ہم فانہ کی معنی کو وسعت دیتے ہیں اور اس مجسم کو ہی فانہ کہتے ہیں جس کا قاعدہ بجائے مستطیل کی متوازی الاضلاع یا ذورقہ ہو ایسی مجسمات کی جسامت دریافت کر نیکیا قاعدہ مذکور صحیح رہی کا بشرطیکہ ہم طول قاعدہ کی معنی نصف مجموعہ اضلاع متوازی اور عرض قاعدہ کی معنی فاصلہ عمودی اضلاع متوازیہ کے درمیان سمجھیں



(۲۷۷) فرض کرو کہ ایک منشور مثلثی قائم کو ایک سطح نے کہ وہ طول منشور سے ایک میلان لپٹی ہو قطع کر کے ایک مجسم پیدا کیا ہو اور یہ سطح قاعدہ منشور سے ملتی ہو نہیں تو ایسے مجسم کا ہی حجم قاعدہ ذیل سے دریافت ہو سکتا ہے کہ

قاعدہ منشور کے رقبہ کو مجسم کے متوازی کناروں کے مجموعہ کی تنہائی میں ضرب میں (۲۷۸) دفعہ ۲۷۷ میں جو فانہ کے معنی وسیع بیان میں اس کے موافق دفعہ گذشتہ میں بھی مجسم کا ایک ہوا ایسی حسابست دریافت کر سکا قاعدہ اسی ترکیب سے ثابت ہو سکتا ہے جو دفعہ ۲۷۷ میں مذکور ہوا ہے اس واسطے کہ اگر کسی سے جو تینوں کناروں میں سب سے چھوٹے کنارہ کا اوپر کا سرے ایک سطح متوازی قاعدہ و بس کی نکالیں تو مجسم منشور قائم اور مخروط میں تقسیم ہو گا اور ان مجسمات کی جسامت معلوم قاعدہ و بس کے موافق دریافت کر کے جمع کرو تو حاصل جمع دفعہ ۲۷۷ کے قاعدہ کے موافق مطابق ہو گا (۲۷۹) فرض کرو کہ ایک منشور قائم میں جسے قاعدہ متوازی الاضلاع ہے ایک سطح جو طول منشور کے ساتھ میلان رکھے اور قاعدہ منشور کو کبھی نہ ملے قطع کر کے ایک مجسم پیدا کرے تو ایسے مجسم کا حجم اس قاعدہ دریافت ہو سکتا ہے



قاعدہ منشور کے رقبہ کو مجسم کو چاروں متوازی کناروں مجموعہ کی ایک چھٹائی میں ضرب کر کے حاصل ضرب جسامت مطلوب ہو گی

(۲۸۰) اس بات کا دیکھ لینا آسان ہے کہ $وی + س + ح = ب + د + د$ اس واسطے کہ ہر ایک چیز سے برابر ہر دو چیز اور اس فاصلہ کے جو درمیان نقطہ تقاطع اس اور ب اور د اور نقطہ تقاطع ی و ح اور فہ کے واقع ہوں اسلئے قاعدہ مذکور کو اس صورت میں بیان کر سکتے ہیں کہ قاعدہ منشور کے رقبہ کو چاروں متوازی کناروں میں سے دو مقابل کے نصف مجموعہ میں ضرب دو (۲۸۱) دفعہ ۲۸۰ کا قاعدہ دفعہ ۲۷۷ کے قاعدہ استخراج ہوتا ہے اس واسطے کہ اگر مجسم دو حصوں میں اس سطح تقسیم ہو کہ ایک سطح اسی اور س ح میں گزرے تو بموجب قاعدہ دفعہ ۲۷۷

کے ہم ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کر سکتے ہیں اور مجموعہ ان حجموں کا بالکل نصف ۸۰ کی قاعدہ سونے کا

(۲۸۳) اب ہم چند مثالیں بطور مشق کے حل کریں گے

(۱) ایک فائدہ کا کنارہ ۱۸ اینچ ہے قاعدہ کا طول ۲۰ اینچ ہے اور کنارہ پر ایک سطح عمود ہے اور فائدہ کے تراش جو پیدا ہوتی ہے اس کا رقبہ ۵۰ مربع پانچ بنی حجم دریافت کر دیکھو کہ جو سطح عمود ہے اس سے جو تراش پیدا ہوتی ہے وہ مثلث ہے اس واسطے حال ضرب اس مثلث کے قاعدہ اور ارتفاع کا ۲۸ x ۵۰ یعنی ۲۰۰ ہے اور یہ حال ضرب ہی ہے جو عرض فائدہ کو ارتفاع فائدہ میں ضرب لینے سے پیدا ہوتا ہے

$$۲۹۰۰ = ۳۰۰ \times ۵۸ \times \frac{1}{2} = ۲۰ + ۲۰ + ۱۸$$

پس حجم ۲۹۰۰ مکعب اینچ ہے۔

یہی نتیجہ دفعہ ۲۷ کے قاعدہ سے بہت جلد اور آسانی سے نکل آتا ہے

$$۲۹۰۰ = ۱۵۰۸۵۸ \times \frac{1}{2} = ۲۰ + ۳۰ + ۱۸$$

(۲) فائدہ کا کنارہ ۱۶ اینچ ہے اور قاعدہ کا طول ۲۴ اینچ اور عرض ۶ اینچ ہے اور فائدہ کا ارتفاع ۱۰ اینچ ہے اور ایک سطح ایک کنارہ کی سر سے متوازی دوسرے طرف مثلث کی جو دوسرے سر سے گزرتی ہے اور فائدہ کو فوشور اور مخروط میں منقسم کرتی ہے ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو مخروط کے قاعدہ کا طول ۲۴ - ۱۶ = ۸ اینچ ہے یعنی ۸ اینچ ہے اسی معلوم ہوا کہ موجب دفعہ ۲۷ کے مخروط کا حجم مکعب پنچون میں = $۱۰ \times ۶ \times ۸ \times \frac{1}{2} = ۱۶۰$

مشورہ کے تین متوازی کنارے ہیں ہر ایک ان میں سے ۱۶ اینچ لگنا اور موجب دفعہ ۲۷ کے حجم مکعب پنچون میں

$$۴۸۰ = ۱۰ \times ۶ \times ۱۶ \times \frac{1}{2} =$$

ستائیسویں فصل کے مثالیں

(۱) فائدہ کا کنارہ ۲ فیٹ ۳ اینچ ہے اور قاعدہ کا طول ۲ فیٹ ۳ اینچ اور عرض ۸ اینچ ہے اور ارتفاع ۱۵ اینچ حجم دریافت کرو

(۲) فائدہ کا کنارہ ۹ فیٹ ہے قاعدہ کا طول ۱۰ فیٹ ہے اور عرض ۲ فیٹ فائدہ کا ارتفاع ۱۰ فیٹ اور اس کا حجم دریافت کرو

(۳) فائدہ کا قاعدہ مربع ہے اور اس کا ضلع ۵ اینچ ہے کنارہ ۲۴ اینچ اور ارتفاع فائدہ ۴ اینچ اور اس کا حجم دریافت کرو

(۴) منشور کا قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہے اور اس کا ہر ایک ضلع ۴ اینچ اور اس جسم کا حجم دریافت کرو جو اس منشور پر ایسا قطع کیا جائے کہ اس کے تینوں متوازی کناروں کا مجموعہ ۱۱ اینچ ہو

(۵) منشور کا قاعدہ متطیل ہے اور اس کا طول ۱۰ اینچ اور ۱۱ اینچ کی اس جسم کا حجم دریافت کرو کہ اس منشور پر ایسا قطع کیا جائے کہ چاروں متوازی کناروں کا مجموعہ ۳۲ اینچ ہو

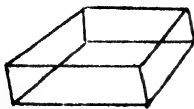
(۶) فائدہ کا کنارہ ۱۲ اینچ ہے اور قاعدہ کا طول ۲ اینچ اور کنارہ ۱۰ اینچ ہے اس جسم کا حجم معلوم کیا جائے اور اس کا رقبہ ۱۰ مربع اینچ ہے حجم دریافت کرو

(۷) فائدہ کا کنارہ ۵ اینچ ہے قاعدہ کا طول ۱۲ اینچ ہے اور ایک سطح کنارہ پر عمود اور اس سطح پر متساوی مثلث متساوی الاضلاع پیدا ہوتی ہے اور اس کا ہر ایک ضلع ۱۰ اینچ ہے حجم دریافت کرو

(۸) فائدہ کا کنارہ ۵ اینچ ہے قاعدہ کا طول ۲۴ اینچ ہے اور عرض ۱۰ اینچ اور ایک سطح کنارہ کی ایک سرے سے متوازی دوسری طرف مثلثی کے ہے جو دوسرے سرے پر گزرتی ہے اور فائدہ کو مخروط اور منشور میں تقسیم کرتی ہے تو ہر ایک حصہ کی حسابت دریافت کرو

(۹) فائدہ کا کنارہ ۲ فیٹ ۸ اینچ ہے قاعدہ کا طول ۲ فیٹ ۱۱ اینچ اور عرض ۱۱ اینچ اور فائدہ کا ارتفاع ۱۴ اینچ اور ایک سطح کنارہ کی ایک بنام سے ۱۱ اینچ کے فاصلہ پر گزرتی ہے اور اس کنارہ کی اس سرے پر جو طرف مثلثی ہے اس کی متوازی ہے اور فائدہ کو دو حصوں میں منقسم کرتی ہے ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۰) فائدہ کا کنارہ ۱۱ اینچ ہے قاعدہ کا طول ۱۴ اینچ اور عرض ۵ اینچ اور فائدہ کا ارتفاع ۱۲ اینچ اور فائدہ کا ایک سطح سے ایسا دو حصوں میں منقسم ہوتا ہے کہ مجموعہ تینوں متوازی کناروں کا ۴۲ اینچ ہے



سرکب حصہ کا حجم دریافت کرو اٹھائیسویں فصل ذوزلقہ

(۲۸۳) مجسم ذوزلقہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ دو دوسرے رقبہ کو جمع کرو اور اس سطح متقابل کا

جو عین وسط میں متوازی سر دین کی ہے جو چند رقبہ حاصل جمع پر زیادہ کرو

اور حاصل جمع کو ارتفاع میں ضرب و حاصل ضرب کا چٹا حصہ حجم مطلوب ہے گا

(۲۸۴) مثالیں

۱) ایک سر کا رقبہ ۴ مربع فٹ اور دوسرے سر کا ۹ مربع فٹ ہے اور سطح متقابل کا رقبہ ۱۲ مربع فٹ

اور ارتفاع ۲ فٹ ہے

$$\frac{1}{3} \times 12 = 4 = 2 \times 2 \times \frac{1}{3} \text{ اور } 24 = 9 + 12 + 4$$

پس حجم ۲۴ مکعب فٹ ہے

۲) ایک سر کا رقبہ ۲۲ مربع انچ ہے اور دوسرے سر کا ۱۴ مربع انچ اور سطح متقابل کا رقبہ

۲۲ مربع انچ اور ارتفاع ۱۸ انچ

$$396 = 18 \times 14 \times \frac{1}{3} \text{ اور } 132 = 22 + 88 + 22$$

پس حجم ۳۹۶ مکعب انچ ہے

(۲۸۵) دفعہ ۲۸۵ کے قاعدہ کا اثبات موقوف اس بات پر ہے کہ مجسم ذوزلقہ منشور

اور قانون میں تقسیم ہوتا ہے اور تین کعبض کے قاعدے مجسم ذوزلقہ کو ایک سر پر ہوتے

ہیں اور بعض کے دوسرے سر پر ہوتے ہیں اور جب ارتفاع وہی ہوتے ہیں جو مجسم ذوزلقہ

کا ارتفاع ہوتا ہے

(۲۸۶) سطح متقابل متوازی کا ہر ایک ضلع سر کے ضلع اور نظیرہ ک نصف مجموعہ برابر ہوتا ہے

پس اگر کسی متطیل جون اور دو کی امتداد معلوم ہوں تو رقبہ سطح متقابل متوسط کا آسانی سے

معلوم ہو سکتا ہو پس سطح متفاضل متوسط کا جو چندہ قہر برابر اوس سطح کے رقبہ کہے جس کا ہر ایک امتداد مجموعہ سرورن کے امتداد نظیرہ کا ہے

اور سطح متفاضل متوسط اور سرورن کی زاوے موافق اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں

(۲۸۷) اگر حجم ذوزنقہ کی سری متشابه شکلین ہوں اور ہم وضع ہوں تو حجم ذوزنقہ مخروط مضلع ناقص ہوگا اس واسطے حجم اس کا دفعہ ۲۸۷ کی قاعدہ موافق دریافت ہو سکتا ہو ان دونوں قاعدوں متقابلہ کر کے دیکھیں تو معلوم ہوگا کہ اس حالت میں جو چندہ ذوزنقہ متفاضل متوسط کا برابر ہے اوس مجموعہ کے جو سرورن کے دو چندہ قہرون اور اونی حاصل ضرب کے دو چندہ جزر کر جمع کر کے حاصل ہو

(۲۸۸) اب ہم حجم ذوزنقہ کی معنی یہاں تک بڑھائے ہیں کہ اون مجسمات کو بھی کہ جنکی سے اشکال مستقیمہ الاضلاع نہ ہوں حجم ذوزنقہ کہتے ہیں اور اونی تعریف یہ کرتے ہیں کہ حجم ذوزنقہ وہ حجم ہی جنکی سے متوازی ہوں اور اطراف اوس کے مستقیم ہوں اور اطراف مستقیم سے مراد یہاں یہ ہے کہ خط مستقیم اوس کی حدود کی کسی نقطہ پر کہیں تو وہ ایک سرے سے دوسرے تک سطح پر منطبق ہو جائے۔ اس تعریف میں مخروط مستقیم ناقص ہی اجائیگا اور

مخروط مسند پر ناقص کا ہر ایک حصہ ہی شامل ہو جائیگا جو اوس سطح سے کہ دو سرورن کے سطح پر منطبق ہو جائے جب ذوزنقہ کی ایسی وسیع معنی لئے جائیں تو اس حالت میں ہی قاعدہ دفعہ ۲۸۸ کا اوس پر حاوی ہوگا (۲۸۹) جو قاعدہ مجسمات ذوزنقہ کی جسامت دریافت کرتے کہ ہے اور بہت سے اور مجسمات کا بھی حجم دریافت ہو سکتا ہے مگر ان مجسمات کی تعریف کرنی ایسی ابتدائی رسالہ میں مشکل ہے جو طالب علم زیادہ استعداد کا ہو وہ میری ترجمہ علم کلیات کی دفعہ ۱۷۲ کو دیکھی۔

(۲۹۰) بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہیں۔

(۱) ایک حجم ذوزنقہ کی سری ذوزنقہ ہیں اور چار کنارے متوازی ہیں اور ایک سرے کے متوازی اضلاع ۱۰ فیٹ اور ۳ فیٹ ہیں اور اون کا فاصلہ درمیانی ۲۸ فیٹ ہے اور دوسرے سرے کی ہی امتداد نظیرہ ۸۰ فیٹ اور ۳ فیٹ اور ۲۸ فیٹ ہیں اور سرورن کے درمیانی

فاصلہ ۱۱۲ فیٹ ہے اسکا حجم دریافت کرو

تفاضل متوسط ذوزفقہ ہے اسکی اضلاع متوازیہ میں ایک ضلع ۱۰۰ + ۸۰ فیٹ کا نصف یعنی ۹۰ فیٹ ہے اور دوسرا ضلع ۲۰ + ۳۰ فیٹ کا نصف یعنی ۲۵ فیٹ ہے اور فاصلہ ان اضلاع متوازیہ کی درمیان نصف مجموعہ سروں کے اضلاع متناظرہ کا یعنی ۲۸ + ۲۴ فیٹ کا نصف یعنی ۲۶ فیٹ ہے

$$۱۸۴۸ = ۲۸ \times \frac{۱۳۲}{۲} = \text{ہر ایک سرو کا رقبہ مربع فٹوں میں}$$

$$۱۴۳۰ = ۲۶ \times \frac{۱۱۰}{۲} = \text{اور دوسرے کا رقبہ مربع فیٹ میں}$$

$$\frac{1}{2} ۱۶۳۲ = ۲۶ \times \frac{۱۲۱}{۲} = \text{اور فصل متوسط کا رقبہ مربع فیٹ میں}$$

$$\text{چونچند رقبہ} = ۶۵۳۴$$

$$\frac{1}{2} ۱۸۳۱۵۷ = ۱۱۲ \times ۹۸۱۲ \times \frac{1}{2} \text{ اور } ۹۸۱۲ = ۶۵۳۴ + ۱۴۳۰ + ۱۸۴۸$$

پس حجم ۱۸۳۱۵۷ مکعب فیٹ ہوا

(۲) ایک فائدہ کا گناہ ۲۱ اینچ ہے قاعدہ کا طول ۱۵ اینچ اور عرض ۹ اینچ ہے اور فائدہ کا اٹفل ۶ اینچ قاعدہ کے متوازی سطحوں کے فائدہ تین حصوں میں تقسیم ہوا ہے اور ان تینوں حصوں کی اٹفل ایکسین برابر ہیں ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

میان حصے دو مجموعہ ذوزفقہ ہیں اور ایک فائدہ ہے اور اٹفل ہر ایک کا ۲ اینچ ہے

اول مجموعہ ذوزفقہ کا ایک سر استیقل ہے جسکا طول و عرض ۱۵ اینچ اور ۹ اینچ ہے

اور دوسرا سر ابی استیقل ہے جسکا طول و عرض ۱۴ اینچ اور ۶ اینچ اور موجب فائدہ ۸۳ کے حجم ۲۴۹ مکعب اینچ

دوسرے مجموعہ ذوزفقہ کا ایک سر استیقل ہے جسکا طول و عرض ۱۴ اینچ اور ۶ اینچ ہے اور دوسرا

سرا ابی استیقل ہے اور طول و عرض اسکا ۱۹ اینچ اور ۳ اینچ ہیں حجم موجب فائدہ

۲۸۲ کے ۱۶۱ مکعب اینچ ہے۔

فائدہ کا گناہ ۲۱ اینچ ہے اور قاعدہ کا طول ۱۵ اینچ اور عرض ۳ اینچ ہے مجموعہ موجب فائدہ ۲۴۹ مکعب اینچ ہے

ہینون مجموعہ کے مجموعہ کے معادل ہینون میں ۲۳۹ + ۱۶۱ + ۵۹ = ۴۵۹ ہے اور یہ برابر اصل فائدہ

اٹھائیسویں فصل کی مثالیں

(۱) ایک غار ذوزنقہ کی شکل کا ایسا کہوڈنا منظور ہے کہ ۱۲ فٹ گہرا ہو اور پچھرا اور پچھرا کا سر مستطیل ہوں اور انکی امتداد متناظرہ ۴۰۰ فٹ اور ۱۸۰ فٹ اور ۳۵۰ فٹ اور ۱۵۰ فٹ ہوں تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ زمین کہوڈین

(۲) ایک ذوزنقہ کی شکل کا غار ایسا کہوڈنا منظور ہے کہ ۱۲ فٹ گہرا ہو اور پچھرا اور پچھرا کا سر مستطیل ہوں اور امتداد متناظرہ اوکی ۴۰۰ فٹ اور ۱۸۰ فٹ اور ۳۵۰ فٹ اور ۱۵۰ فٹ ہوں تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ زمین کہوڈین

(۳) ایک چکر اچھرا جو ۴۰ فٹ گہرا ہو اور پچھرا اور پچھرا کا سر مستطیل ہوں اور اوکی امتداد متناظرہ اوکی ۴۰۰ فٹ اور ۱۸۰ فٹ اور ۳۵۰ فٹ اور ۱۵۰ فٹ ہوں تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ زمین کہوڈین

(۴) ایک نہر ۴۰ فٹ گہری ہو اور اطراف ماتحت اور افوق اوکی مستطیل ہوں اور امتداد متناظرہ ۲۵۰ فٹ اور ۱۵۰ فٹ اور ۴۰۰ فٹ اور ۱۸۰ فٹ ہوں تو بتاؤ زمین کتنی گیلن پانی آتا ہے

(۵) ریل کی واسطے سڑک ذوزنقہ کی شکل کی کاٹنی منظور تھی سرے او سکے ذوزنقہ ہین اور چاروں کنارے متوازی ایک سرے کے ہین اضلاع متوازیہ ۴۴ فٹ اور ۲۴ فٹ ہین اور اونکا فاصلہ درمیانی ۴۴ فٹ ہے اور امتداد متناظرہ دوسرے سرے کے ۱۰۸ فٹ اور ۳۴ فٹ اور ۲۴ فٹ ہین اور سرورن کے درمیان فاصلہ ۱۳۰ فٹ ہے تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ کہوڈانی ہوگی

(۶) ایک مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور امتداد متناظرہ ۱۲ فٹ اور ۱۰ فٹ اور ۴ فٹ ہین اور ارتفاع مجسم ذوزنقہ کا ۴ فٹ ہے اور سطح متوازی سرورن کی عین وسطین گذرتی ہو اور مجسم ذوزنقہ کو دو حصوں میں تقسیم کرتی ہے تو ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۷) ایک مجسم ذوزلقہ کے سرے مستطیل ہیں اور اسناد متناظرہ اسکی ۱۶ فیٹ سے ۱۱ فیٹ اور ۱۰ فیٹ سے ۵ ہیں اور مجسم ذوزلقہ کا ارتفاع ۹ فیٹ ہوا ہے مجسم سروں کے متوازی سطح سے تین حصوں میں تقسیم ہوا ہے اور ہر ایک حصہ ۲ فیٹ بلند ہے ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو
 (۸) مجسم ذوزلقہ کے دوسرے مستطیل ہیں اسناد متناظرہ ۲۰.۵ فیٹ سے ۱۶ فیٹ اور ۱۲ فیٹ سے ۱۲ اور ذوزلقہ کا ارتفاع ۱۵ فیٹ اور ایک سرے کے مقابل اضلاع کلان میں سے ہر ایک سطح گذرتی ہے اور اسے مجسم دو قانون میں تقسیم ہوتا ہے تو ہر ایک فائدہ کا حجم دریافت کرو
 (۹) فائدہ کا کنارہ ۱۲ انچ ہے قاعدہ کا طول ۸ انچ اور عرض ۵ انچ ارتفاع فائدہ ۱۶ انچ ہے عین وسط میں سے ہو کر ایک سطح متوازی قاعدہ کی گذرتی ہے اسے فائدہ دو حصوں میں منقسم ہوتا ہے ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۰) فائدہ کا کنارہ ۱۲ انچ ہے قاعدہ کا طول ۸ انچ، عرض ۵ انچ اور ارتفاع فائدہ ۱۲ انچ ہے قاعدہ کی متوازی سطحوں سے فائدہ تین حصوں میں تقسیم ہوا ہے اور ارتفاع ان حصوں کے اسی میں برابر ہیں ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۱) مجسم ذوزلقہ کے سرے مستطیل ہیں اور اسکی اسناد متناظرہ ۱۸ فیٹ سے ۱۰ فیٹ اور ۱۳ فیٹ سے ۱۶ فیٹ ہیں اور مجسم ذوزلقہ کا ارتفاع ۹ فیٹ ہے ہر ایک سرے سے ۲ فیٹ کے فاصلہ پر ایک سطح متوازی سے اس کے دو حصے ہوتے ہیں تو ثابت کرو کہ سطح متوازی میں ہے
 (۱۲) مثال گذشتہ میں دو حصوں کی جسامت دریافت کرو

۱۰ تیسویں فصل کرہ کے بیان میں

(۲۵۱) کرہ کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ قطر کے کوٹ ۱۴، ۱۳، ۳ کے چھ حصہ میں یعنی ۵۲۲۶ میں ضرب دو

(۲۹۲) مثالیں

(۱) ایک کرہ کا قطر ۱۰ انچ ہے

کعب ۱۰ کا ۱۰۰۰ اور ۵۲۳۶۹ = ۱۰۰۰ × ۵۲۳۶۹ کعب ایچ

پس کرہ کے جسامت تقریباً ۵۲۳۶۹ کعب ایچ ہے

(۲) کرہ کا قطر ۳۱ فیٹ ہے

۲۲۵ کعب ۲۲۵ ہے اور ۱۵۲۳۴ × ۲۲۵ = ۱۵۲۳۴ × ۲۲۵

پس کرہ کا حجم تقریباً ۲۲۵ کعب فیٹ ہے

(۳۹۳) کرہ مجوف کی جسامت ضرور اسطرح معلوم ہو جائیگی کہ اوس کرہ کی حجم میں جس کا قطر

برابر کرہ مجوف کی قطر بیرونی کی برابر ہے اوس کرہ کا حجم تقریباً کرہ کے قطر برابر قطر اندرونی کرہ

مجوف کے ہو اسے یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہے جو پہلے لکھا جاتا ہے

(۲۹۴) کرہ مجوف کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ قطر بیرونی کی کعب میں قطر اندرونی کا کعب تقریباً کرہ اور حاصل تقریباً کو

۵۲۳۶۹ میں ضرب دو

(۲۹۵) مثالیں

(۱) ایک کرہ مجوف کا قطر بیرونی ۹ ایچ اور موٹائی اوسکی ایک ایچ

یہاں قطر اندرونی ۸ ایچ ہوگا

کعب ۹ کا ۷۲۹ اور کعب ۸ کا ۵۱۲ ہے ۷۲۹ - ۵۱۲ = ۲۱۷

اور ۲۰۲۱۰۹۶ = ۳۸۶ × ۵۲۳۶۹

پس کرہ مجوف کا حجم تقریباً ۲۰۲۱۱ کعب ایچ ہے

(۲) کرہ مجوف کا قطر اندرونی ۱۰ ایچ ہے اور موٹائی اوسکی ۱۱ ایچ ہے

پس یہاں قطر بیرونی ۲۱ ایچ ہوگا

کعب ۲۱ کا ۹۲۶ ہے اور کعب ۱۰ کا ۱۰۰۰ ہے

۱۱۹۶ = ۱۰۰۰ - ۹۲۶ اور ۵۲۳۶۹ × ۱۱۹۶ = ۶۲۶۵۲

پس کہ مجموعہ کا حجم ۶۲۹۵۷۰ مکعب انچ ہے

(۲۹۶) اگر ایک کرہ بالکل دوسرے کرہ کے اندر واقع ہو تو یہ ظاہر ہے کہ دفعہ ۲۹۵ کے قاعدہ سے اس خلیج کا حجم جو دونوں کرہوں کی سطحوں کے درمیان واقع ہے دریافت ہو جائیگا اور حجم اس صورت میں بھی معلوم ہو جائیگا کہ دونوں کرہوں میں ایک نہ ہوں

(۲۹۷) بعض مثالیں بطور شق کے اصل کرتے ہیں

(۱) کرہ کے دائرہ عظیم کا محیط ۲۸ انچ ہے اس کا حجم دریافت کرو

اول کرہ کا قطر دریافت کریں تو بموجب دفعہ ۱۱۱ کے ۸۵۱۰ انچ کے قریب قریب معلوم ہوگا

اور پھر بموجب دفعہ ۲۹۱ کے کرہ کا حجم ۶۲۹۵۷۰ مکعب انچ کے قریب قریب دریافت ہوگا

(۲) ایک سی کی گولی کا قطر ۸ انچ ہے اس کا وزن دریافت کرو اور ایک مکعب پنج سیہ کا

وزن ۳۳ چٹانک ہو

۵ کا مکعب ۱۲۵ ہے ۵۲۳۶۱۲۵ = ۶۵۳۴۵ پس گولی کا حجم ۵۵۳۴۵ مکعب انچ ہے

اسیو اس کا وزن ۳۵۳۳۶۵۵ = ۲۱۵۶۹۰۵ چٹانک ہے

(۳) ایک مکعب پنج سونے کا وزن ۵۵۰ چٹانک ہوتا ہے تو اس سے نو گولہ کا وزن دریافت کرو

جس کا وزن ۵۰۰۰ چٹانک ہو

مکعب انچوں کی تعداد گولہ میں $\frac{۵۵۰}{۵۰۰۰}$ یعنی قریب قریب ۸۵۳۳۴ کے ہے یہ عدد برابر

قطر کے مکعب اور ۵۲۳۶۱۲۵ کے حاصل ضرب سے ہوگا

پس قطر کا مکعب حاصل کریں گے واسطے ہم ۸۵۳۳۴ کو ۵۲۳۶۱۲۵ پر تقسیم کریں تو خارج قسمت

۱۰۰۶۹۱۵ ہوگا پس جذر الکعب ان اعداد کا قطر ہوگا اور عمل کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ جذر الکعب

۵۵۳۴۵ ہے پس گولہ کا قطر ۵۵۳۴۵ انچ کے قریب قریب ہے

اوٹیسوین فصل کی مثالیں

جن کرہوں کے قطر تفصیل ذیل معلوم ہیں ان کے حجم دریافت کرو

- (۱) ۱۱ انچ (۲) ۸ فیٹ (۳) ۲۴ فیٹ (۴) ۳۲، ۵ فیٹ
جن کرورنگ کے دوازہ عظیمہ قطر تفصیل میں معلوم ہیں ان کے حجم کعب کے درمیان حصہ تک دریافت کرو
- (۵) ۶ فیٹ (۶) ۸ فیٹ (۷) ۱۰ فیٹ (۸) ۱۲ فیٹ
جن مجوف کرورنگی استند تفصیل میں معلوم ہیں ان کے حجم میں کعب انچ دریافت کرو
- (۹) قطر بیرونی ۵ انچ اور اندرونی ۴ انچ (۱۰) قطر بیرونی ۸ انچ اور اندرونی ۶ انچ
(۱۱) قطر بیرونی ۱۰ انچ اور اندرونی ۸ انچ (۱۲) قطر بیرونی ۱۲ انچ اور اندرونی ۱۰ انچ
(۱۳) ایک نصف کرہ کی شکل کا ۲ فیٹ ۲ انچ قطر رکھتا ہے اس میں بتاؤ کہ کتنے گیلن پانی سما گا
(۱۴) ایک تالاب نصف کرہ کی شکل کا ہے اور اس کا قطر ۱۰ فیٹ ہے اس میں کتنے گیلن پانی سما گا
گیلن پانی ایک منٹ میں اسی پر سوتا ہے تو بتاؤ کتنے دیر میں یہ تالاب پُر ہو گا
(۱۵) اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا ایک حجم ہے اور اس کے سرے نصف کرہ کی شکل کے ہیں اور اس کا
انتہائی درجہ کا طول ۸ فیٹ ہے اور قطر ۲ فیٹ اس کا حجم دریافت کرو
(۱۶) ایک حجم اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا ہے اور اس کے سرے نصف کرہ کی شکل کے
ہیں اور طول غایت درجہ کا ۲۲ فیٹ اور قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ہے تو بتاؤ اس حجم کی برابر پانی
کے حجم کا کیا وزن ہو گا +
(۱۷) کرہ ۴ انچ قطر کا ایک لکڑی کے کعب میں جسا کر ۴ انچ ۱۲ انچ ہے قطع ہوا ہے تو بتاؤ
کتنی لکڑی اس قطع کرنے سے ضائع ہوئی +
(۱۸) ۱۰ سے گولہ کا قطر ۶ انچ ہے اور اس کا وزن دریافت کرو اور ایک کعب انچ گولہ کے
وزن ۲۱۱ چھانکا ہے +
(۱۹) سیسہ کرہ کا ۴ انچ قطر ہے اور وزن اس کا ۲۲۱۵ اونس ہے تو اس سے یہ کرہ
وزن دریافت کرو جس کا قطر ۶ انچ ہو
(۲۰) اگر وہ کعب انچ یا ر دو کا وزن آدہ سیر ہو تو ۶ انچ قطر کے کرہ مجوف میں وہ کس قدر سہل ہو گا

- (۲۱) اور بتاؤ کہ ۹ انچ قطر کے کرہ میں کتنی بارود آئیگی
- (۲۲) ایک کرہ مجوف الیکٹریک موٹا ہو اور قطر بیرونی ۱۰ انچ ہو اور ایسی چیز کا بنا ہوا ہے جس کا ایک کعبہ مجوف وزن میں ۲۱۶ پونڈ ہے اس کرہ مجوف کا وزن دریافت کرو
- (۲۳) ۱۶ انچ موٹا کرہ مجوف ہو اور اس کا قطر بیرونی ۱۱ انچ ہے اور لوہا بنا ہوا ہو اور اس کے ایک کعبہ مجوف کا وزن ۴ ہنڈریڈ ہو تو اس کرہ مجوف کا وزن دریافت کرو
- (۲۴) کرہ مجوف کا قطر بیرونی ۴۸ انچ ہو اور قطر اندرونی ۲۷ انچ ہو تو بتاؤ اس کرہ مجوف کا وزن کیا ہو گا اگر وہ ایسی چیز کا بنا ہوا ہو کہ ایک کعبہ مجوف وزن اس کا ۸۶۰ اونس ہو
- (۲۵) کرہ مجوف ۱۵ انچ موٹا ہو اور اس کا قطر بیرونی ۱۳ انچ ہے اور ایسی ہی دہات کا بنا ہوا ہو جس کا وزن ایک کعبہ پیم کا ۴۴۰ اونس ہو اور اس کا وزن دریافت کرو
- (۲۶) مجوف گولی ۳ ۱/۲ انچ دل کی ہو اور اس کا قطر بیرونی ۵ ۱/۲ انچ ہے اور ایسی دہات کی بنی ہوئی ہے جس کی ایک کعبہ مجوف کا وزن ۴۸۰ پونڈ ہے اور اس کا وزن دریافت کرو
- (۲۷) اگر لوہے کی گولی کا قطر ۸ انچ ہو اور وزن ۶ پونڈ ہو تو بتاؤ اندر سے خالی لوہے کی گولی ۱۱ انچ موٹی جس کا قطر بیرونی ۲۰ انچ ہو کیا وزن رکھگی
- (۲۸) اندر سے خالی گولی کے قطر بیرونی اور اندرونی ۵ انچ اور ۳ انچ ہیں اور وزن اس کا ۱۶ پونڈ ہے اگر ایسی چیز کی ایک در اندر سے خالی گولی جس کے قطر بیرونی ۱۶ انچ اور ۱۲ انچ ہوں بنائیں تو اس کا کیا وزن ہوگا
- (۲۹) ثابت کرو کہ اگر ایک ہی چیز ایک مخروط مستدیر ۱۸ انچ بلند و قاعدہ پر جس کا نصف قطر ۲ انچ ہو جائیں اور ایک اندر سے خالی گولہ ایک انچ اور ۱۸ انچ قطر بیرونی کا بنائیں تو ان دونوں کا حجم آپس میں برابر ہوگا
- (۳۰) لوہے کا مخروط منسلع ایسا ہے کہ ارتفاع اس کا ۸ انچ ہے اور اس کا قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہے اور ہر ایک ضلع اس کا ۸ انچ ہے اور ۸ انچ کے قطر کی گولی کا

وزن ۹ پونڈ ہے تو اس مخروط مصلح کا وزن دریافت کرو

(۳۱) مخروط مستدیر کے قاعدہ کا نصف قطر ۳ انچ ہے تو تباؤ اس کا ارتفاع کیا کہیں کہ حجم اس کا برابر اس کرہ کے ہو کہ جس کا قطر ۴ انچ ہو

(۳۲) مخروط مستدیر کا ارتفاع ۱۲ انچ ہے اس کے قاعدہ کا وہ نصف قطر دریافت کرو کہ جس سے مخروط کا حجم ۶ انچ قطر کے کرہ کے حجم کے برابر ہو

(۳۳) مخروط مستدیر کے قاعدہ کا محیط ۳۲ فٹ ہے اس کا ارتفاع ایسا دریافت کرو کہ مخروط کا حجم اس کرہ کے حجم کے برابر ہو جس کا قطر ۱۰ فٹ ہو

(۳۴) ایک مجسمہ سطح بنائے کہ ایک مدور قاعدہ پر ایک طرف مخروط مستدیر ہے اور دوسری طرف نصف کرہ ہے اور اس قاعدہ کا قطر ۵ فٹ ہے اور مخروط مستدیر کا ارتفاع ۵ فٹ ہے اور اس مجسمہ کا حجم دریافت کرو

(۳۵) زمین کا قطر ۷۹ میل اور چاند کا قطر ۲۱۶ میل ہے تو تباؤ زمین کتنی دفعہ بڑی چاند سے ان مثالوں میں جذ الکعب نکالنے کی ضرورت پڑتی ہے

(۳۶) اس کعب کا کنارہ دریافت کرو جس کا حجم برابر اس کرہ کے ہو جس کا قطر ۲۰ انچ ہے

(۳۷) اس کرہ کا قطر دریافت کرو جس کا حجم برابر اس اسطوانہ کے ہو جس کے قاعدہ کا نصف کنارہ ۲۰ انچ ہے

(۳۸) اس کرہ کا قطر دریافت کرو جس کا حجم برابر اس اسطوانہ کے ہو جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۲ انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ ہو

(۳۹) اگر ۳ کعب ۱۲ بارود کا وزن ایک پونڈ ہو تو اس خالی گولہ کا قطر دریافت کرو جس میں ۵ پونڈ بارود سمائی ہو

(۴۰) ایک سیسے کی گولی ایک انچ قطر کی ہے پونڈ وزن میں ہے تو جو سیسہ کا گولہ درخمن ۵۸۸ پونڈ ہو تو تباؤ اس کا قطر کیا ہو گا

(۴۱) ایک دہات ایسا ہے جس کا ایک مکعب پنچ وزن میں ۵۵۷ اونس ہے تو جو کرہ اس دہات کا وزن میں ۲۲۰۶۱۶ اونس کا بنایا جائے اور اس کا قطر بناؤ

(۴۲) ایک پیپر کی چکیتی اسطوانہ کی شکل کی ہے ۴ انچ اونچی اور ۱۸ انچ قطر میں اور ۱۲ سیر وزن ہے اور ایک اور اس کی چکیتی گولہ کی شکل کی ہے اور وزن میں ۹ سیر ہے تو اس کا

قطر دریافت کرو

تیسویں فصل منطقہ کرہ اور قطعہ کرہ کے بیان میں

(۲۹۸) کرہ کے منطقہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ - دو نو سرہ کے نصف قطر کے مربعوں کے چند مجموعہ پر ارتفاع کا مربع زیادہ کر کے حاصل جمع کو ارتفاع میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۵۲۳۶۰ میں ضرب حاصل حجم ہوگا

(۲۹۹) مثالیں

(۱) سرہ کے نصف قطر ۱۸۵ اور ۱۸۵ میں اور ارتفاع ۲۱۸

$$۱۸۵ = ۱۲۱ + ۶۴ \quad ۱۸۵ \times ۳ = ۵۵۵ \quad ۵۵۵ \div ۵۲۳۶۰ = ۵۵۹$$

$$۵۸۵ \times ۳۸۲۸۰ = ۵۵۲۳۶۴ \times ۵۵۹$$

پس ۵۸۵ مکعب پنچ کے قریب قریب حجم ہوگا

(۲) ہر سرہ کے نصف قطر ۲۰ پنچ ہے اور ارتفاع ۱۹ پنچ ہے

$$۲۰۰ = ۴۰۰ + ۱۶۰۰ \quad ۲۰۰ \times ۳ = ۶۰۰ \quad ۶۰۰ \div ۵۲۳۶۰ = ۲۲۸۱$$

$$۱۱۹۹۱۵۴۶۴۴ = ۵۵۲۳۶۴ \times ۹ \times ۲۲۸۱$$

پس حجم تقریباً ۱۱۹۹۱۵۴ مکعب پنچ ہوا

(۳۰۰) اگر اس بات کو یاد رکھیں کہ قطعہ کرہ کا ایک سر کچھ نہیں ہے تو دفعہ ۲۹۸ میں جو

قاعدہ بیان کیا گیا ہے اسی قطعہ کرہ کا حجم ہی دریافت ہو سکتا ہے مگر اس امر کے واسطے جدا ہی قاعدہ بیان کرنا مناسب اور آسان ہے

(۳۰۱) قطعہ کرہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ سے چند مرتبہ نصف قطر قاعدہ پر ارتفاع کا مربع زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۵۲۳۶۷ میں پس حاصل حجم ہوگا
(۳۰۲) مثالیں

۱) قاعدہ کا نصف قطر ۳ انچ ہے اور ارتفاع ۳ انچ ہے

$$۱۳۱۶۹۸۷۲ = ۵۲۳۶۷ \times ۳ \times ۸۳۸۲ = ۹ + ۷۵۷۵ = ۲۵ \times ۳$$

پس حجم تقریباً ۷۵ مکعب انچ ہے

(۲) قاعدہ قطعہ کا قطر ۳ ۱/۴ فٹ اور ارتفاع ۹ انچ

$$۹ \text{ انچ} = \frac{۳}{۴} \text{ فٹ اور } \frac{۳}{۴} \text{ کا مربع} = \frac{۹}{۱۶}$$

$$\text{قاعدہ کا نصف قطر} = \frac{۳}{۴} \text{ فٹ اور } \frac{۳}{۴} \text{ کا مربع} = \frac{۹}{۱۶}$$

$$\frac{۹}{۱۶} \times ۳ = \frac{۲۷}{۱۶} = \frac{۱۷۷}{۱۶} + \frac{۹}{۱۶} \text{ اور } \frac{۱۷۷}{۱۶} = \frac{۱۵۶}{۱۶} = \frac{۳۹}{۴}$$

$$\frac{۳}{۴} \times \frac{۳۹}{۴} \times ۵۲۳۶۷ = ۱۸۸۸۲۵ \text{ پس حجم تقریباً } ۸۳۸۳ \text{ مکعب ہے}$$

(۳۰۳) مثالیں بطور مشق کے حل کرتے ہیں

(۱) ارتفاع قطعہ ۳ انچ ہے اور قطر کرہ ۱۴ انچ ہے قطعہ کا حجم دریافت کرو

اول نصف قطر قاعدہ کا مربع دریافت کرنا لازم ہے دفعہ ۷ کی شکل کا بیان ہی استعمال کرو
تو ۷ = ۳ انچ اور ۷ = ۱۴ انچ موجب دفعہ ۸۹ کے ہم کو مربع ۷ = ۳۳ کے دریافت ہوگا

$$۱۷۹۶۷۷۷۷ = ۵۲۳۶۷ \times ۳ \times ۱۰۸ \text{ اور } ۱۰۸ = ۹ + ۹۹ = ۳۴ \times ۳$$

پس حجم قریب ۱۷۹ مکعب انچ کے ہے

(۲) قاعدہ قطعہ کا نصف قطر ۲۲ انچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے حجم دریافت کرو

اول قطعہ ارتفاع دریافت کرو دفعہ ۷ کی شکل کو استعمال میں لاؤ تو

$$۷ = ۲۲ \text{ انچ اور } ۷ = ۲۵ \text{ انچ موجب دفعہ ۷۰ کے ہم کو دریافت ہوگا کہ } ۷ = ۷۰ \text{ انچ}$$

سیواسط دی = ۱۸ اینچ اور ۲۲ کا مربع = ۵۷۶

۳۵۵۷۶ = ۲۸ اور ۱۸ کا مربع = ۳۲۲ اور ۱۷۲۸ + ۳۲۲ = ۲۰۵۲

۱۹۳۳۹۶۹۹۶ = ۶۵۲۳۶ × ۱۸ × ۲۰۵۲

پس حجم تقریباً ۱۹۳۳۰ مکعب اینچ ہے تیسویں فصل کی شالین

(۱) منقطع کے سرورن نصف قطر ۱۸ اینچ اور ۱۸ اینچ بن اور ارتفاع ۳ اینچ اور حجم دریافت کرو

(۲) منقطع کردہ کے سرورن کے نصف قطر ۱۸ اینچ اور ۱۲ اینچ بن اور ارتفاع ۶ اینچ ہے اس کا حجم دریافت کرو

(۳) قطعہ کردہ کا ارتفاع ۶ فیٹ ہو اور قاعدہ کا قطر ۶ فیٹ حجم دریافت کرو

(۴) قطعہ کردہ کا ارتفاع ۲ فیٹ ۸ اینچ ہو اور قاعدہ کا قطر ۶ فیٹ حجم دریافت کرو

(۵) قطعہ کردہ کا ارتفاع ۲ فیٹ اور کردہ کا قطر ۱۲ فیٹ حجم دریافت کرو

(۶) قطعہ کردہ کا ارتفاع ۶ فیٹ اور کردہ کا نصف قطر ۶ فیٹ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۷) قاعدہ قطعہ کردہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور کردہ کا نصف قطر ۱۳ فیٹ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۸) قاعدہ قطعہ کردہ کا نصف قطر ۶ فیٹ اور کردہ کا نصف قطر ۱۱ فیٹ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۹) کردہ کا قطر ۲۰ فیٹ ہو کرستہ ۵ فیٹ کر فاصلہ عمودی پر ایک سطح سے دو قطعوں میں

منقسم ہو تاہم اون دونوں میں سے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۰) کردہ کا قطر ۱۸ فیٹ ہو اور وہ دو قطعوں میں منقسم ہوا ہے اور ایک قطعہ کا ارتفاع بہ نسبت

دوسرے قطعہ کے دو چند ہو ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۱) قاعدہ قطعہ کردہ کا نصف قطر ۱۸ اینچ ہے اور کردہ کا نصف قطر ۲۲ اینچ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۱۲) گول سلاخ ۶ اینچ لمبی اور ۱۲ اینچ قطری ہو اور اس کے سرورن پر دو گولی لگی ہوئی ہیں ہر ایک قطر

۱۲ اینچ ہے یہ سب ہی کے ہیں اور لوہے کی گولی ۸ اینچ قطر کی ۴ پونڈ وزن میں ہوتی ہے

تو تباؤوس ساخ اور کروں کا سب وزن مل گیا ہے
 (۱۳) کرہ کا قطر ۹ فیٹ ہے اور وہ دو متوازی سطحوں سے حصوں میں منقسم ہوا ہے اور ان حصوں کے
 ارتفاع آپس میں برابر ہیں ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو
 (۱۴) کرہ ۱۰ اینچ قطر میں ہے اور چار حصوں میں متوازی سطحوں سے منقسم ہوا ہے اور اوپر کے
 ارتفاع آپس میں برابر ہیں ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو
 (۱۵) منطفہ کرہ کا حجم دریافت کرو اس کے دو نوں کے مرکز کے ایک ہی جانب میں واقع ہیں
 اور ان کا فاصلہ مرکز سے ۱۰ اینچ اور ۵ اینچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۲۰ اینچ ہے
 (۱۶) منطفہ کرہ کا حجم دریافت کرو اس کا ہر ایک سرے مرکز کے مقابل جانبوں میں واقع ہے اور
 اس کا فاصلہ مرکز سے ۱۰ اینچ اور ۵ اینچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۲۰ اینچ ہے
 (۱۷) بیالہ قطعہ کرہ کی شکل کہے اور اس کا عمق ۹ اینچ اور قطر اوپر کا ۳ فیٹ ہے تو تباؤ اور کتنی
 پینٹ کے قریب پانی اور مین سماں گا

(۱۸) اس عوی کو مختلف صورتوں میں حساب لگا کر ثابت کرو کہ اگر قطعہ کرہ کا ارتفاع نصف قطر
 کرہ کا چوتھائی ہے تو کرہ کا حجم تین چوتھائی اس کرہ کے حجم کا ہوگا جس کا نصف قطر برابر ارتفاع
 قطعہ کے ہے

کتبہ سوین فصل محسبات غیر منظم

(۲۰۴) اب وہ کہیں ہم بیان کرتے ہیں جس سے بعض صورتوں میں ہنگواؤں محسبات کے
 حجم دریافت ہو جائیں جو ان قواعد و اندر داخل نہیں ہیں جن کا بیان ہم نے اب تک کیا ہے
 (۲۰۵) فرض کرو کہ ایک محسم ایسا ہے کہ پانی میں ڈوب جاتا ہے اور اس کا چھبہ نقصان پانی
 میں ڈوبنے سے نہیں ہوتا ایک طرف لمب کی شکل کا یا محسم متوازی السطوح قائم الزاویہ
 اسطوانہ کی شکل کا غرض ایسی شکل کا جو سین آسانی ہو اور اس میں اس محسم کو رکھ دو اور اس میں
 پانی بہرہ بہا تک کہ وہ محسم بالکل ڈوب جائے اور جہاں تک ٹانی طرف میں ہو وہاں نشان کرلو

اب حجم کو پانی میں سے نکال کر اور جہان پانی بھری وہاں طرف میں نشان کر دو اب ظاہر ہے کہ حجم کا حجم برابر اس پانی کی حجم کے ہوگا جو اون دونوں نشانوں کے درمیان طرف میں ملے گا اور اس حجم کا حساب آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے۔

یا سطح عمل کر دو کہ طرف کو بالکل پانی سے طب بہرہ و اور او میں بہرہ سے حجم کو کہہ دو اور متبا پانی طرف سے نکل جائے او سے ناپ لو

(۳۰۶) اگر حجم ایک ہی چیز کا بالکل بنا ہو تو اسکی حجم کا اندازہ اسکی وزن کے سطح کر سکتے ہیں اور اس حجم کو تولین اور جس چیز کا بنا ہوا ہے اسکی ایک کعبہ اپنا کا وزن دریافت کریں اور حجم کے وزن کو اس اپنا کعبہ کے وزن پر تقسیم کریں تو خارج قسمت تعداد کعبہ اپنا کی حجم کے حجم میں ہوگی اگر بجائے ایک اپنا کعبہ کے ہم کو کسی اور حجم معلوم کا جو ایسی چیز کا بنا ہو ہو وزن معلوم ہو تو مطلب کے حساب سے اس حجم کا حجم دریافت کر سکتے ہیں اور اس فصل کے آخر میں مثالیں اس اصول کی لکھی ہیں کہ اگر محسبات کا مادہ ایک ہی ہو تو اس وزن میں وہی نسبت ہوتی ہے جو اس کے حجم میں نسبت ہوتی ہے۔

(۳۰۷) اٹھارہویں فصل میں جو قاعدہ لکھا ہے اسی کے متساوی قاعدہ محسبات کیو اسطہ ہی ہے اسی بعض محسبات کی حجم تقریباً دریافت ہو جائے ہیں۔

مجموعہ کے طول کو برابر جفت حصوں میں تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے سطح عمود طول مجموعہ پر نکالو سطح متفاضل کا رقبہ دریافت کرو اور اول اور آخر رقبوں کو اور باقی طاق رقبوں اور جفت رقبوں کے جو چند مجموعہ کو جمع کرو اور حاصل جمع کو دو متصل کے سطح متفاضل کے فاصلہ مشترک میں ضرب دو حاصل ضرب حجم مطلوب ہوگا۔

(۳۰۸) قاعدہ مذکور ہو گا اس حالت میں کہ حجم بہت کے سطح متفاضل سے منقسم ہوگا زیادہ تر صحیح ہوگا اگر جہان حجم بہت ہی غیر منظم ہو وہاں قاعدہ مذکور پر اعتبار کرنا نہیں چاہئے سطح متفاضل کا رقبہ دریافت کرنا سوا بعض صورتوں کی نہایت مشکل ہوتا ہے اسلئے قاعدہ

انتیسویں فصل کی مثالیں

(۱) طرف اسطوانہ کی شکل کا ہو اور اسکے قاعدہ کا نصف قطر $\frac{1}{2}$ انچ ہے ایک تہر کا قطر طرف میں رکھا گیا اور طرف میں پانی اتنا بہرا گیا کہ تہر ڈھک گیا اور حب پتھر کو نکال لیا پانی $\frac{1}{2}$ انچ اور گیا اس تہر کا حجم دریافت کرو

(۲) ایک مکعب قیث سنگ مرمر کا وزن ۲۷۱۶ اونس ہو تو جس سنگ مرمر کا وزن ۴۸ ٹن ہو تہر ہوگا اور اس کا کیا حجم ہوگا

(۳) پانی سے بہا ہوا پیپہ ۳ ہنڈرڈ ویت وزن میں ہے اور جب پیپہ خالی ہو گیا تو ۴۸ پونڈ اور اس کا وزن رہ گیا تو طرف میں تقریباً بتاؤ کتنے گیلن پانی تھا

(۴) پانچ برابر فاصلہ پر سطح متفاضل ایک مجسم کی کہنچی گئی ہیں اور فاصلہ مشترک ۳ فیٹ ہے اور درجے ان سطح متفاضل کے ۲۷۰۲ اور ۲۸۵۶ اور ۲۹۹۶ اور ۳۱۵۷ اور ۳۳۱۷ ہیں تو انجام کے سطح متفاضل کے درمیان جو مجسم ہوا اور اس کا حجم دریافت کرو

(۵) پانچ برابر فاصلہ پر سطح متفاضل ایک مجسم کی کہنچی گئیں اور فاصلہ مشترک $\frac{1}{2}$ انچ اور سطح متفاضل دو اڑھیں اور اوکے محیط جداجدا ۵۰ انچ و ۴۳ انچ و ۳۹ انچ و ۳۵ انچ اور ۳۱ انچ ہیں تو انجام کی سطح متفاضل کے درمیان جو مجسم ہوا اور اس کا حجم دریافت کرو

تیسویں فصل مجسمات متشابه کے بیان میں

(۱۰۹) مجسمات متشابه وہ کہلاتے ہیں جنکی صورت ایک سی ہو گو اونہیں حجم مختلف ہوں اکثر روزمرہ کی بول چال میں جو مجسمات متشابه ہوتے ہیں اونہیں ایک کو دوسرے کا نمونہ کہتے ہیں

(۱۱۰) تمام مکعب متشابه ہوتے ہیں۔ تمام کرے متشابه ہوتے ہیں

(۱۱۱) بہت سی صورتوں میں ایسا ہوتا ہے کہ وہاں آسانی سے یہ بات دریافت ہو جاتی ہے کہ مجسمہ متشابه ہیں مثلاً اگر ایک مجسم متوازی السطح قائم الزاویہ کی تینوں کنارے جو ایک کو نہ پھر

لئے ہیں دو گنی ٹکنی یا کچہ اور گنی ایک دو سری مجسم کناروں سے ہوں تو ہم کہیں گے کہ دو نو مجسم
مشابہ ہیں اگر مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع اور قاعدہ کا قطر دو گنا یا گنا یا کچہ اور گنا دوسرے
مخروط کے ارتفاع اور قطر قاعدہ سے ہو تو مخروطوں کو ہم مشابہ کہیں گے
اور علیٰ ہذا القیاس بھی امتحان دو مستدیر اسطوانوں کے مشابہ ہونے کا ہے

ان بیانات کو اختصاراً اسطرح بیان کیا کرتے ہیں
اگر کنارے دو مجسم متوازی اسطوح قائم الزاویہ کے متناسب ہوں تو وہ مجسم مشابہ ہوں گے
اگر قطر قاعدہ دن کے اور ارتفاع دو مخروط مستدیر قائم یا اسطوانہ مستدیر قائم کے متناسب
ہوں تو وہ دو نو مشابہ ہوں گے

(۳۱۲) مشابہ محسبات کے باب میں یہ مقدمہ اہل اصول ہے کہ
محسبات مشابہ کو مجموعوں میں نہ نسبت ہوتی ہے جو اس کے متناظرہ طولوں کے کعبوں میں
مثلاً فرض کرو کہ ایک کرہ کا قطر اچ ہے اور دوسرے کرہ کا قطر ایچ ہے تو پہلے کرہ کے حجم کو
دوسرے کرہ کے حجم سے وہ نسبت ہوگی جو کہ مکعب نسبت ہرہ کے مکعب یعنی جو ۱۲۵ کو
نسبت ۴ سے اسے معلوم ہوا کہ بڑا مکعب چھٹے مکعب سے قریب دو چاند کے ہر
جو لوگ اس اصول پر توجہ نہیں کرتے تو گویہ حال نہیں معلوم ہوتا ہے کہ محسبات کی بعض مثالیں
کے بڑھنے سے حجم کس نسبت سے بڑھ جاتی ہیں اور اس کے اندر وہ بڑی شکل میں پڑ جاتی
ہیں اور دہو کہ کہاتے ہیں

(۳۱۳) اب ہم چند مثالیں بطور مشق کے لکھتے ہیں
(۱) مکعب کا کنارہ ایک فٹ ہو تو جس مکعب کا حجم اس مکعب دو چاند ہوا دسکے کنارہ یعنی
فٹوں کی دریافت کرو

نقد اور مطلوب کے مکعب کو ایک مکعب سے وہ نسبت ہو جو ۲ کو ہے ایک اسل سے معلوم ہوا کہ
نقد اور مطلوب ۲ کا جذر الکعب اور اس کو نکالو تو ۱۵۲۵۹۹۲۶۰ نکلیں گے

اسی ہم کو معلوم ہوتا ہے کہ کعب جب کا کنارہ ۲۶، افیٹ ہو وہ اوس کعب سے کہ جس کا کنارہ ایک فیٹ ہو کچھ ہی دو چند سے زیادہ حجم میں ہوتا ہے

(۲) مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۲ فیٹ ہے اوس میں ایک ایسا مخروط ناقص قطع کرو کہ وہ ایک چوتھائی مخروط مفروض کے ہو۔

چونکہ مخروط ناقص اصل مخروط کی ایک چوتھائی ہے تو باقی حصہ تین چوتھائی مخروط کی ہوگا اور یہ تین چوتھائی حصہ ایک مخروط ہوگا اور وہ اصلی مخروط کا متشابہ ہوگا اسی واسطے جو مخروط باقی رہا ہے اوسکی ارتفاع کی کعب اصل مخروط کی کعب سے وہ نسبت ۱۷۶:۱۷۱ کی ہے کون نسبت ہے ۱۲۹۶:۱۲۹۱ سیس مخروط کا ارتفاع جو باقی بعد کٹنی کے رہا ہے ۱۲۹۶ کا جذر الکعب ہے اور وہ ۱۰۹۰۲۴۱۰۶ انگلتا ہے۔

پس اسی معلوم ہوا کہ مخروط ناقص کا ارتفاع ۱۲ - ۱۰۹۰۲۴۱۰۶ یعنی ۱۵۰۹۷۳ ہے۔
(۳) ناقص مخروط مستدیر کی سروں کے نصف قطر ۶ فیٹ اور افیٹ میں اور اوس کا ارتفاع ۲ فیٹ ہے متوازی قاعدہ کی ایک سطح ایسی کھنچو کہ اوس کے دو برابر حصے ہو جائیں دفعہ ۲۱۰ کی شکل میں اب اور اس دائروں کی قطریں اور بموجب اوس دفعہ کے دیکھو کہ ۲۱۵ = ۲۱۵ اور ۵ = ۵ فرض کر دو کہ اس سطح مطلوب کا عمود فاصلہ دل سے تعبیر ہوتا ہے تو ہم کو یہ دریافت ہوگا کہ دل کا کعب برابر نصف مجموعہ دل اور دم کے کعبوں کے ہے اور کعب ۲۱۵ = ۱۹۱۱۱۲۵ اور کعب ۵ = ۱۲۵۰۰۰

پس کعب دل = ۱۲۵ کے ۱۲۵ اور اسی واسطے دل میں فٹوں کی تعداد = ۲۵۹۶۵۰ کہ جذر الکعب کے یعنی ۵۰۷ کے

پس اسی معلوم ہوا کہ سطح مطلوب کا فاصلہ مخروط ناقص کے چوٹی سے

$$۱۵۸۵۳۷ = ۲۱۵ - ۹۶۳۵۳۷ =$$

۱۵۸۵۳۷ سے کتنا کتنا چھٹا جا کہ ایک مخروط مضلع ایسا بن جائے

کرادو سکی قاعدہ مبنی ہوں اگرچہ یہ مثال ٹھیک ٹھیک متناسبہ محاسبات کی باب سے علاوہ نہیں
رکھتی مگر وہ یہاں آسانی سے بیان ہو سکتی ہے اسلئے لکھ دی ہے

فرض کرو کہ نصف قطر ایک سرکے ۲ فیٹ ہے اور نصف قطر دوسرے سرے کا ۲ فیٹ ہے اور
ارتفاع ۱۲ فیٹ ہے اور بموجب دفعہ ۲۶۸ کی مخروط مستدیر ناقص کا حجم کعب فیٹ مین =
 $\frac{1}{3} \times 12 \times 12 \times 12 = 1728$ اور جب اس مخروط مستدیر کا حجم چاروں طرف
سے چھیلایا اور ادو سکی سے برابر بن گئے جسکے ضلع ۴ فیٹ اور ۶ فیٹ ہیں تو بموجب
دفعہ ۲۶۸ مخروط مستدیر کا حجم کعب فیٹ مین

$= \frac{1}{3} \times 12 \times 384 = 1536$ اس واسطے جو حجم کعبیل کرانا ہے ۱۶۶، ۱۶۶، ۱۶۶ کعب فیٹ ہے
اور اصل حجم کا $\frac{166}{1728}$ حصہ یعنی ۲۶ حجم مخروط مستدیر کا ہے یعنی قریب قریب $\frac{1}{6}$ اصل حجم کے
اس عمل کے دیکھنے سے معلوم ہوگا کہ مخروط ناقص کا ارتفاع خواہ کچھ فرض کیا جائے نتیجہ ہمیشہ
ہوتا ہے جواب حاصل ہوا ہے امتحان کرنے سے یہ بھی واضح ہوگا کہ سرے کی نصف قطر نہ کچھ
ہی ہوں یہی عمل کا حاصل ہوگا جواب ہوا ہے

پس اسی ثابت ہوا کہ یہ نتیجہ کلی ہے اور کل مخروطات ناقص پر حاوی ہے۔

تیسویں فصل کی مثالیں

(۱) توپ کا گولہ ۱۶ انچ قطر کا ۶ پونڈ وزن میں ہے، تو بتاؤ اسی دھات کے گولہ کا وزن جسکا قطر
۵ انچ ہے کیا ہوگا۔

(۲) اگر دھاتی کل کا نمونہ وزن میں ۵ پونڈ ہو اور اصل کل اسی نمونہ کی اسی دھات کے بنائی
جائے جس کا نمونہ بنا ہے اور ادو سکی طولانی امتداد نمونہ کی طولانی امتدادوں کے ٹوٹنے پر
تو ادو س کل کا وزن دریافت کرو

(۳) دو اسطوانی مستدیر قاسم متناسبہ ہیں اور ادو کی ارتفاع، انچ اور ۱۰ انچ ہیں تو ثابت
کر دو کرادو کی متناسبہ وہ اسطوانہ جس کا ارتفاع ۳۰ انچ ہو حجم میں تو اسطوانوں کے

تھنوں کے مجموعہ سے کم ہے اور وہ اسطوانہ جس کا ارتفاع ۲۰۰۰ انچ ہوا وہ دونوں طوائف کو جو ملے ہوئے ہیں
(۴) ایک مخروط مصلع کا ارتفاع ۱۰ انچ اور اس کا حجم ۱۰۰ مکعب انچ ہے قاعدہ سے ۱۰ انچ کے فاصلہ پر
متوازی قاعدہ کی ایک سطح کھینچی گئی ہے اس سطح سے جو دو حصے مخروط کے ہوں اس کے حجم دریافت کرو
نیچے کی چار مثالوں میں جذر الکعب نکالا جائیگا۔

(۵) توپ کا گولہ ۱۰ انچ قطر کا ۲۰ سیر وزن میں ہے، تو جو گولہ اسی دھات کا ۲۰ سیر وزن میں ہو اس کا قطر کیا
(۶) اسطوانہ مستدیر قائم کا ارتفاع ۲۰ فیٹ ہے تو اس کی حجم میں جو نوگنا اسطوانہ متشابه ہو
اس کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۷) مخروط ناقص کے سروں کے قطر ۲۰ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہیں اور ارتفاع ۵ فیٹ ہے اور
وہ دو برابر حصوں میں ایک سطح سے کہ متوازی قاعدہ کے ہر قسم ہو اسے تو چھوٹے
سرے سے فاصلہ اس سطح کا دریافت کرو۔

(۸) اگر مثال مذکور میں مخروط ناقص تین برابر حصوں میں دو سطحوں کے متوازی قاعدہ کی ہوں
منقسم ہو تو ان سطوح کا فاصلہ چھوٹے سرے سے دریافت کرو۔

(۹) مسدس منظم پر ایک مخروط مصلع قائم ہے اس کو خیراد پر چڑھا کر مخروط مستدیر بنایا ہے
تو ثابت کرو کہ ایک سوین حصہ ہے اور اس کا کچھ ہی زاید خیراد پر پھیلا ہوگا۔

(۱۰) ناقص مخروط مصلع کا قاعدہ مربع ہے اور اس کے حجم کو چاروں طرف سے چھیل کر لیا اوتا
ہو کہ وہ مخروط مستدیر بن گیا ہے تو ثابت کرو کہ کچھ ہی زیادہ اٹل حجم کا ۱۰ حصہ چیل کر اوتا لگایا ہوگا۔

(۱۱) مخروط مصلع کا قاعدہ مربع ہے اور اس کا ہر ایک کنارہ ایک فٹ ہے تو ثابت کرو کہ مخروط مصلع کا حجم
۱۰ مکعب فٹ کا ہے اور حجم مخروط مصلع کا جس کا قاعدہ مربع ہو اس کا فاصلہ دریافت ہوگا کہ کنارہ کے مکعب ۱۰ میں سے ۱۰

(۱۲) مخروط مصلع منطیل پر بنایا ہے اور اس کا ہر ایک کنارہ ایک فٹ ہے تو ثابت کرو کہ مخروط کا
حجم ۱۰ مکعب فٹ ہے اور جو مخروط مثلث پر بنایا جائے اور اس کا ہر ایک کنارہ برابر ہو تو
اس کا حجم ایک کنارہ کے مکعب کو ۱۰ میں ضرب دینے سے دریافت ہوگا۔

پانچواں باب سطوح مجسمات کر ربیہ تینتیسویں فصل سطوح مستوی

(۳۱۴) جن سطوح کے مجسمات احاطہ ہوتی ہیں ان کے رقبہ کو دریافت کر نیکاحال لکھتے ہیں اگرچہ یہ ضمیموں باب سوم سے متعلق تھا اور وہ ان بیان کرنا مناسب تھا مگر مبتدیوں کے واسطے اس بات میں آسانی ہے کہ اول وہ مجسمات کی حسابست دریافت کر نیکاحال بیان یکمیں اور بعد ازاں اولیٰ سطوح کے رقبوں کے معلوم کرنے کی کیفیت جانیں۔

(۳۱۵) کسی مجسم کی سطوح مستوی کا رقبہ اوہنیں قاعدوں کے دریافت ہو سکتا ہے جو ہم نے باب سوم میں بیان کئے ہیں اب ہم مختلف صورتیں ان سطوح کے بیان کرتے ہیں مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی اطراف قائم الزاویہ ہوتی ہیں اور مجسم متوازی السطوح کی طرف متوازی متوازی السطوح قائم الزاویہ کے ہیں دیا چاروں میں سے قائم الزاویہ بھی ہو سکتی ہیں مثلاً سرے مثلث یا کوئی اور شکل مستقیمۃ الاضلاع ہوئے ہیں مثلاً قائم الزاویہ کے اطراف قائم الزاویہ اور مثلاً قائم الزاویہ کے اطراف متوازی الاضلاع ہوتی ہیں مخروط مصلع کا قاعدہ مثلث یا قائم الزاویہ ہوتا ہے اور اور اطراف مثلث ہوتی ہیں مجسم ذوزلقہ کی یا مخروط مصلع ناقص کے سرے مثلث اور مستقیمۃ الاضلاع ہوتی ہیں اور اور اطراف ذوزلقہ ہوتی ہیں۔ فائدہ کی دو طرفین مثلث اور تین طرفوں میں سے ہر ایک طرف ذوزلقہ یا متوازی الاضلاع یا قائم الزاویہ ہوتی ہے غرض سب صورتوں میں مجسمات کی سطوح وہ اشکال مستقیمۃ الاضلاع ہوتی ہیں جن کے بقعے اول قواعد سے دریافت ہوتی ہیں جو اوپر بیان ہو چکی ہیں۔ دائرہ کے رقبہ دریافت کر نیکاحال قاعدہ ہی بیان ہوا اور اس قاعدہ کا استعمال ان صورتوں میں ہو گا کہ اسطوانہ مستدیر کے سرے دائرے ہوتے ہیں مخروط مستدیر کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہے۔ ناقص مخروط مستدیر کے قاعدے دائرے ہوتے ہیں قطعہ کرہ کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہے منطقہ کرے کے سرے دائرے ہوتے ہیں۔ ان سب صورتوں میں دائرہ کے رقبہ دریافت کر نیکاحال قاعدہ کام میں آئیگا۔

باب سوم میں جو قاعدے بیان ہوئے ہیں ان میں سے ہر ایک قاعدہ اس باب میں کام آئیگا

مثلاً قطعہ دائرہ کی رقبہ دریافت کرنے کا جو قاعدہ بیان ہوا، وہ اسطوانہ کی اون قطعات کی سطح کے رقبہ دریافت کرنے میں کام آئے گا جو دفعہ ۲۵ میں بیان ہوئی

(۲۱۶) مثالیں

(۱) ایک کعب ۸ اینچ بلند ہے اور اس کی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔
ہر ایک طرف کعب کے ایک مربع ہے اور اس کا رقبہ ۶۴ مربع ہے اور اس کی چار طرفیں ہیں اس لئے
کل سطح ۶۴ + ۶۴ مربع اینچ یعنی ۱۲۸ ہے۔

(۲) مخروط کا قاعدہ مربع ہے ہر ایک ضلع ۱۰ اینچ بلند ہے اور باقی چار اطراف جو اس میں ملتے ہیں
مثلث متساوی الاضلاع ہیں مخروط مضلع کی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو
قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع اینچ ہے اور ہر ایک مثلثی طرف کا رقبہ جو دفعہ ۲۰۶ کے ۳۲۳ مربع اینچ
قریباً، اسو اسٹیل چاروں مثلثی طرفوں کا رقبہ ۱۳۱۲، ۱۳۱۲ مربع اینچ ہے پس مخروط مضلع کی کل سطح
۲۳۲۲ مربع اینچ ہے۔

(۳) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بغیر ڈبکائی کے بنایا گیا ہے طول
بیرہ فٹ اور سکہ فیٹ عرض ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ہے اس سطح بیرہ فٹ کی کل رقبہ دریافت کرو
اس سطح بیرہ فٹ میں دو مستطیل ایسی ہیں کہ جو ہر فیٹ ۲ فیٹ ہیں اور دو مستطیل ایسی ہیں کہ ہر فیٹ
۳ فیٹ ہیں اور ایک مستطیل ۴ فیٹ سے ۲ فیٹ ہے کل رقبہ ۴۰ مربع فیٹ ہے

فہم کرو کہ یہ ظرف ایک نصف اینچ موٹا دلدار بنایا جائے تو جواب عملاً یہ ہوگا کہ اس ضخامت معنیہ
کے ایک چاروں طرف دہات کی ۱۰ مربع فیٹ اور سطح کے بنائیکے واسطے لین اس سطح
ہر ایک سوال حسین ضخامت فلزات کی بمقابلہ ظرف کی استداد کے نہایت چھوٹی ہو حل
ہو سکتا ہے

دفعہ ۲۷ میں ٹھیک ٹھیک ترکیب حل کرنے کے بیان ہوئی ہے اور میں بیان کیا گیا ہے کہ
بالکل صحیحہ ۱۰۱۱ کعب اینچ ہے اب اگر فلزات کا ۱۰ مربع فیٹ رقبہ ایک نصف اینچ

موتامین تو اس کا حجم ۸۸۰ مکعب پنچ ہوگا اس کو معلوم ہوتا ہے کہ تقریبی حجم جو ان کا لاسے وہ اصل حجم سے کچھ زیادہ ہے جبکہ رادہ کی ضخامت پتلی اور باریک ہوگی اور بقدر حجم تقریبی اور حجم اصلی میں کم فرق ہوگا

(۴) ایک طرف مجسم توازی اسطرح قائم الزاویہ کی شکل کا بنایا گیا ہے اور اس کا ڈھکنا نہیں ہے اور اس کا قاعدہ مربع ہے اور اس میں ایک مکعب کی کٹائی کی گئی ہے اور اس کا ارتفاع اس کے طول کے نصف ہو تو اس کے اندرونی سطح کا رقبہ دریافت کرو

ایک طرف اسی قاعدہ پر دو چند ارتفاع کا ایک مکعب ہوگا جس میں مکعب فیٹ سمائینگے یعنی ۲۴۵۶ مکعب پنچ اس سے معلوم ہوا کہ طول قاعدہ کے ضلع کا ۲۴۵۶ کا جذر الگ ہے پس قاعدہ کے ضلع کا طول ۱۵۹۱۱ پنچ ہوگا اور چونکہ ارتفاع طول سے نصف ہے تو قاعدہ کا رقبہ دو چند باقی چار اطراف میں سے ہر ایک ہوگا اس واسطے کہ کل سطح اندرونی کا رقبہ بہ چند قاعدہ کے رقبہ سے ہوگا یعنی مربع انچوں میں وہ سہ چند ۱۵۹۱۱ کے مربع سے ہوگا اور عمل کرنے سے معلوم ہوگا کہ ۴۸۵۷۵ ہے

اس سے معلوم ہوا کہ اگر مثال گذشتہ میں طرف فلزات کا بنایا جائے اور اس فلزات کی ضخامت معینہ نہایت پتلی ہو تو اس کی ۸۸۰ مربع پنچ طرف کے بنانے میں صرف ہونگے +

(۳۱) اوپر کی دو مثالوں میں جس اصول کی توضیح ہوئی ہے وہ اسطرح بیان میں آتا ہے کہ ہم طرف کو کسی فلزات کا بنانا چاہیں اور اس کی باریک ضخامت معینہ ہو تو اس فلزات کی چار طرف کی سطح بیرونی کی برابر لیں اگر اس اصول کو مان لیں تو نہایت دلچسپ ریتیں بعض نتائج حسابیہ کی بن سکتی ہیں مثلاً اس باب کے آخر میں جو مثالیں ۲۴۵۶ مکعب پنچ میں او کی نتائج کا مقابلہ کریں اسی قبیل کی مثالوں دیکھئے سو ہم اس مسئلہ کو صحیح جانتے ہیں کہ ایک طرف جس کا سما و معلوم ہو مجسم توازی اسطرح قائم الزاویہ کی شکل کا بنایا جاوے اور اس کا قاعدہ مربع ہو اور اس کا ڈھکنا نہ ہو اور طول سے ارتفاع نصف ہو تو اس کی سطح اندرونی

حتی الامکان کم ہوگی۔ پس ظرف بنانے میں جتنے منظور ہو کہ صرف نہایت کم ہو تو ظرف کو ایسا بنانا چاہئے کہ ارتفاع او کا طول سے نصف ہو

اور علیٰ ہذا القیاس ۲۴ سے ۶ تک اور اسی قبیل کی مثالوں کے نتائج کو دیکھ کر ہم کو معلوم ہوتا ہے کہ اگر ڈکھنا ہی ہو تو کعب بنانے میں صرف بہت کم ہوگا

فرض کرو کہ ہم ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا مربع قاعدہ پر بنانا چاہتے ہیں اور اسکی مصالح کی مقدار کو معلوم ہے پس اگر ڈکھنا نہ ہوگا تو ظرف کا سادہ اوس حالت میں بڑی سے بڑا ہوگا کہ ارتفاع او کا طول سے نصف ہو اور اگر ڈکھنا ہی ہو تو ظرف کا سادہ اوس حالت میں بڑے سے بڑا ہوگا کہ وہ ظرف کعب ہو

تینتیسویں فصل کی مثالیں

اون کعبوں کی شکل سطحوں کی رقبی دریافت کرو جنکی طول بہ تفصیل ذیل معلوم ہیں

(۱) ۲ فیٹ ۶ اینچ (۲) ۳ فیٹ ۸ اینچ

(۳) ۵ فیٹ ۱۰ اینچ (۴) ۶ فیٹ ۷ اینچ

جس محبات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی استداد بہ تفصیل ذیل ہیں اونکی کل سطح کی رقبی دریافت کرو

(۵) ۲ فیٹ ۶ اینچ و ۳ فیٹ و ۵ فیٹ

(۶) ۲ فیٹ ۴ اینچ و ۳ فیٹ ۶ اینچ و ۴ فیٹ

(۷) ۲ فیٹ ۸ اینچ و ۳ فیٹ ۲ اینچ و ۴ فیٹ ۱۰ اینچ

(۸) ۲ فیٹ ۱۱ اینچ و ۳ فیٹ ۷ اینچ و ۴ فیٹ ۲ اینچ

جن منشور مثلثی کے استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکی کل سطح کے رقبی دریافت کرو

(۹) قاعدہ کے اضلاع ۳ و ۵ و ۵ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۱۰) قاعدہ کے اضلاع ۸ و ۱۵ و ۱۵ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

(۱۱) قاعدہ کے اضلاع ۴ اینچ و ۲ فیٹ ۱ اینچ و ۳ فیٹ ۳ اینچ ارتفاع ۶ اینچ

(۱۲) قاعدہ کے اضلاع ۲ فیٹ ۱ اینچ ۲ فیٹ ۱ اینچ ۲ فیٹ ۱ اینچ اور ارتفاع ۸ فیٹ
(۱۳) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۲ فیٹ ۱ اینچ ہے اور اس
خط کا طول جو اس سے قاعدہ کے کسی ضلع کے نقطہ وسط میں ملایا جائے ۲ فیٹ ۵ اینچ ہے
اور اسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہے قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۲ فیٹ ۸ اینچ ہے اور طول اور عرض مستقیم
کر اس کا عذ کی کسی ضلع کی نقطہ وسط میں ملایا جائے ۲ فیٹ ۸ اینچ ہے اور اسکے کل سطح کا
رقبہ دریافت کرو

(۱۵) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہے ہر ایک ضلع ۲ فیٹ ۸ اینچ ہے اور ہر ایک کنارہ
۸ فیٹ ۵ اینچ ہے اور اسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہے جبکہ ہر ایک ضلع ۲ فیٹ ۸ اینچ ہے اور ہر ایک کنارہ ۱۶ فیٹ ۱ اینچ ہے
اور اس مخروط مضلع کی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۷) مخروط کا قاعدہ مربع ہے اور سب اطراف آپس میں برابر ہیں قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۱۶ فیٹ ۶ اینچ
ہے اور مخروط کا ارتفاع ۸ فیٹ ۸ اینچ ہے اور اسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) مخروط کا قاعدہ مربع ہے اور سب اطراف اسکے آپس میں برابر ہیں ہر ایک ضلع قاعدہ کا ۲۹ فیٹ
۲ اینچ ہے اور مخروط کا ارتفاع ۲ فیٹ ۲ اینچ ہے اور اسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۹) مخروط ناقص کے سرے مربع ہیں اور اضلاع ان کے ۲ فیٹ ۲ فیٹ ۲ فیٹ ہیں اور اسکے
اطراف دو زونے ہیں اور ان کے متوازی اضلاع کے درمیان ۶ اینچ کا فاصلہ ہے اور اسکے
کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) مخروط ناقص کے سرے مربع ہیں اور ان کے اضلاع ۲ فیٹ ۲ اینچ اور ۲ فیٹ ۹ اینچ
ہیں اور ہر ایک طرف دو زونے ہیں اور ان کے متوازی کے درمیان فاصلہ ۸ اینچ ہے اور اسکے
کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

- (۲۱) مخروط ناقص کے سرے پر بلعہ ہیں جنکے اضلاع ۲ فیٹ ۴ انچ اور ۳ فیٹ ۱۰ انچ ہیں اور باقی کناروں میں سے ہر ایک کنارہ ۵ انچ ہے اور اسکی سطح کل رقبہ کو دریافت کرو
- (۲۲) مخروط ناقص کے سرے پر بلعہ ہیں جنکے اضلاع ۳ فیٹ ۲ انچ اور ۴ فیٹ ہیں اور باقی کناروں میں سے ہر ایک کنارہ ۱۱ انچ ہے اور اسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو
- (۲۳) مجسمہ ذوزلقہ کے سطحیں ہیں اور ایک دائرہ سے فیٹ ۵ انچ ہے اور اسکی متناظر سطحیں ۴ فیٹ ۱۰ انچ سے ۳ فیٹ ۱۰ انچ ہے اور باقی کناروں میں سے ہر ایک کنارہ ۲ انچ ہے اور اسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو
- (۲۴) مخروط مثلثی کی چاروں اطراف مثلث متساوی الاضلاع ہیں اور ہر ایک کنارہ ۱۰ فیٹ ہے اور اسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو
- (۲۵) مخروط کا قاعدہ سطحیں ہیں اور وہ ۴ فیٹ ۱۰ انچ سے ۴ فیٹ ۸ انچ ہے اور باقی ہر ایک کنارہ ۴ فیٹ ہے اور اسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو
- (۲۶) مکعب کی کل سطح کا رقبہ ۴ مربع فیٹ ۱۰ انچ ہے اور اسکی حسابات دریافت کرو
- (۲۷) مجسمہ متوازی السطوح قائم الزاویہ کی استعداد ثلاثہ ۳ ۷ ۹ فیٹ ہیں تو جس مکعب کی سطح اس مجسمہ کی سطح کے برابر ہو اسکا کنارہ دریافت کرو
- (۲۸) فائے کا کنارہ ۱۲ انچ قاعدہ کا طول ۱۰ انچ اور عرض ۲ انچ ہے اور اسکی ذوزلقہ اطراف کا ہر ایک ضلع ۲۵ انچ ہے اور اسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو
- (۲۹) فائے کا کنارہ ۱۲ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۱۰ انچ اور عرض ۲ انچ ہے اور ذوزلقہ اطراف کا ہر ایک ضلع ۱۰ انچ ہے اور اسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو
- (۳۰) منشور قائم کے سرے سے منظم ہیں اور اسکا ہر ایک کنارہ ۲ فیٹ ہے اور اسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو
- (۳۱) مخروط کا قاعدہ منظم ہے اور اسکا ہر ایک ضلع ۴ فیٹ ہے اور مخروط کا ہر ایک کنارہ ۱۲ فیٹ

انہی قاعدہ سمیت اوکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو
(۲۲) محجم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی اسناد ثلاثہ ۸ الانج اور ۱۶ الانج اور ۴ الانج ہیں تو جو
کعبہ اس محجم کی برابر ہو اوکی سطح کا کل رقبہ دریافت کرو
(۲۳) محجم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول عرض ارتفاع ۸ و ۱۶ و ۲۰ الانج ہیں اوکی سطح دریافت کرو
اور اس محجم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو جبکہ ارتفاع وہی ہو جو پہلے محجم تھا
اور قاعدہ مربع ہو +

دو محجم متوازی السطوح قائم الزاویہ جبکہ ارتفاع اور حجم ایک ہی ہے اور اونین سے ایک محجم
کا قاعدہ مربع ہے تو اسکی کل سطح دوسرے کی کل سطح سے کم ہوگی اس مدعا کو ذیل کے محجمات
متوازی السطوح قائم الزاویہ کی سطوح کا اور محجمات کی سطح سے جبکہ ارتفاع اور حجم پہلے
محجمات کے حجم اور ارتفاع برابر ہو اور قاعدے اونکے مربع ہوں مقابلہ کر کے ثابت کرو

(۲۴) قاعدہ ۲ فیٹ ۴ سینٹی ارتفاع ۵ فیٹ

(۲۵) قاعدہ ۳ فیٹ ۴ سینٹی ارتفاع ۹ فیٹ

(۲۶) قاعدہ ۸ فیٹ ۵ سینٹی ارتفاع ۱۹ فیٹ

ان نیچے کی مثال میں جذر الکعبہ کنگلے کا

ایک طرف بغیر دیکھنے کی محجم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی صورت کا ہو اور قاعدہ اوکا مربع ہے
اور اونین ... کعبہ پنج کا سما ہے تو اوکی کل سطح بیرونی کا رقبہ موصوفہ ذیل میں دریافت کرو

(۲۷) ارتفاع برابر طول کے

(۲۸) ارتفاع برابر دو چند طول کے

(۲۹) ارتفاع برابر نصف طول کے

(۳۰) ارتفاع برابر سہ چند طول کے

(۳۱) ارتفاع برابر ایک نہائی طول کے
ایک طرف دیکھنے سمیت محجم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اس کا سماؤ

۱۰۰۔ (۱) کعبہ ایچ ہے تو اس کی سطح اندر کی کامل رقبہ مضبوط فیل میں دریافت کرو

(۲) ارتفاع برابر طول کے

(۳) ارتفاع برابر دو چند طول کے

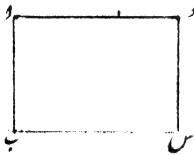
(۴) ارتفاع برابر نصف طول کے

(۵) ارتفاع برابر سہ چند طول کے

(۶) ارتفاع برابر ایک تہائی طول کے

چونکہ یوں فصل اسطوانہ مستدیر قائم کی بیان میں

(۲۱۰) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح میں دوسرے دو متوازی ہیں اور ایک اور سطح کا ہوتا ہے۔



جس کو ہم سطح منحنی یا مستدیر کہتے ہیں

(۲۱۱) فرض کرو کہ اس دایہ س دایہ مستطیل ہے

اور اس کو ایک کاغذ یا صلی کا کٹر کرنا لو اور پھر اس کو موڑو

یہاں تک کہ کنارہ ب کنارہ دس سے مل جائے

تو ظاہر ہے کہ موڑ توڑ کر کاغذ ایک اسطوانہ محض کی صورت کا بن جائیگا اسطوانہ کا ارتفاع اب ہوگا

اور ب س قاعدہ کا محیط ہوگا اسے یہ معلوم ہوتا ہے کہ سطح منحنی اسطوانہ کا رقبہ برابر اس مستطیل کے

رقبہ کے ہوگا ایک اسطوانہ برابر ارتفاع اسطوانہ کے ہو اور دوسرا اسطوانہ برابر محیط قاعدہ اسطوانہ

کے ہو پس اسی یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہے جو نیچے بیان ہوتا ہے۔

(۲۲۰) اسطوانہ مستدیر قائم کے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ محیط قاعدہ کو ارتفاع میں ضرب دو

(۲۲۱) مثالیں

(۱) اسطوانہ مستدیر قائم کی قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع

۱۲ فیٹ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

$$\text{محیط قاعدہ} = ۲۸۱۴ \times ۳ \times ۲ = ۱۸۶۸۴ \text{ فیٹ}$$

$$۱۸۶۸۴ \times \frac{۵}{۴} = ۲۳۳۵۵$$

پس سطح منحنی کا رقبہ قریب ۲۳۳۵۵ مربع فیٹ کے ہوگا

(۲) اسطوانہ مستدیر قائم کی قاعدہ کا قطر ۱۶ پنچ ہے اور ارتفاع ۲۵ پنچ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

$$\text{محیط قاعدہ} = ۲۸۱۴ \times ۱۶ = ۴۵۰۲۴ \text{ اور } \text{مربع پنچوں کے} = ۵۰۶۲۴۵۶ \times ۲۵ = ۱۲۵۶۱۶۴$$

پس سطح منحنی کا رقبہ قریب ۱۲۵۶۱۶ مربع پنچ کے ہے

$$\text{دو دوسروں کا رقبہ مربع پنچوں میں} = ۳۱۶۴ \times ۴۴ \times ۲ = ۵۵۷۲۴۸$$

$$۱۲۵۶۱۶۴ + ۵۵۷۲۴۸ = ۱۷۱۳۴۱۲$$

اس واسطے کل سطح کا رقبہ ۱۷۱۳۴۱۲ مربع پنچ ہے

(۳۲۲) دفعہ ۳۲۰ کے قاعدہ سے یہ نتائج بہ آسانی استخراج ہوئے ہیں

اگر اسطوانہ مستدیر کا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ برابر ہے اسطوانہ کے دو دوسروں کے رقبوں کی اور اگر ارتفاع دو چند نصف قطر سے ہو تو رقبہ سطح منحنی کا دوسروں کے رقبہ سے دو چند ہوگا اور اگر ارتفاع سہ چند نصف قطر سے ہو تو رقبہ سطح منحنی کا دوسروں کے رقبہ سے سہ چند ہوگا اور علیٰ ہذا القیاس

اگر ارتفاع نصف نصف قطر سے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ نصف دوسروں کے رقبی ہوگا اور اگر ارتفاع نصف قطر کی تہائی ہو تو سطح منحنی کا رقبہ ثلث دوسروں کے رقبی سے ہوگا اور علیٰ ہذا القیاس پس اے ہم یہ نتیجہ مستنبط کرتے ہیں کہ اسطوانہ مستدیر قائم کی ارتفاع کو وہی نسبت نصف قطر قاعدہ سے ہے جو سطح منحنی کے رقبہ کو دو دوسروں کے رقبوں سے نسبت ہے۔

(۳۲۳) دفعہ ۳۱۹ کے عمل سے ہم اوپر کی ہی مجنون اسطوانی قائم بنا سکتے ہیں جنکو قاعدہ دائر سے ہوں بلکہ بیضوی یا دھڑیل منحنی ہوں پس ہم دیکھتے ہیں کہ کسی اسطوانہ قائم کے

سطح منحنی کا رقبہ سطح دریافت ہوتا ہے کہ قاعدہ کے مجموعہ اضلاع کو ارتفاع اسطوانہ میں ضرب دین

(۳۲۳) اب ہم بعض مثالیں مشق کے واسطے حل کرتے ہیں

اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۲۰ مربع فٹ ہے اور ارتفاع اسطوانہ کا برابر نصف قطر قاعدہ کے نصف کر ہے تو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

موجب دفعہ ۳۲۲ کے سطح منحنی کا رقبہ ایک سر کے برابر ہے پس ایک سر کا رقبہ ۲۰ مربع فٹ ہے اس واسطے ایک سر کا رقبہ $\frac{1}{2} \times 44 = 22$ مربع انچ کے اب موجب دفعہ ۱۷۱ کے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

۹۰ کو ۳۱۴۱۶ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۲۸۰۰۰ بنتی گا اور اس کا جذر ۱۷۳۲ ہے پس قاعدہ کا نصف قطر ۱۷۳۲ کے قریب قریب ہے

(۱۷۲) اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کا رقبہ مربع فٹ ہے اور حجم ۱۲۰ مکعب فٹ قاعدہ کا نصف قطر اور اسطوانہ کا ارتفاع دریافت کرو

حاصل ضرب ارتفاع اور قاعدہ کا ۱۲۰ ہے اور حاصل ضرب ارتفاع اور محیط قاعدہ ۳۰ ہے پس قاعدہ کا رقبہ تقسیم کیا گیا محیط قاعدہ پر $= 30 \div 120 = 2.5$ لیکن موجب دفعہ ۱۷۱ کے قاعدہ کا رقبہ تقسیم کیا گیا محیط قاعدہ پر برابر نصف قطر کے نصف کے پس نصف قطر کا نصف نہ فٹ ہے اس واسطے نصف قطر ۸ فٹ ہے

اسی معلوم ہوا کہ قاعدہ کا محیط $= 251312 \times 14 = 5062454$ فٹ

اسی واسطے اسطوانہ کا ارتفاع $= 5062454 \div 30 = 168748.5$ فٹ

(۳) طرف اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا بنا ہوا ہے اور اس کا سماؤ ایک مکعب فٹ ہے

اور ارتفاع برابر قاعدہ کے نصف قطر ہے تو اس کی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو

اسطوانہ کا حجم ۱۸۰ مکعب انچ دفعہ ۳۵۲ کی طرح عمل کرنے سے حاصل ہو گا اور ارتفاع انچوں میں $\frac{180}{31416}$ کا جذر مکعب ہو گا پس اس معلوم ہوا کہ ارتفاع ۸۶۱۹۳۲ انچ ہے

اور کل سطح اندرونی کا قریب بہ چند ایک ستر کر قریب ہی ہوا پس مربع انچوں میں اس کا قریب بہ اوس سطح سے ہے جو ۱۴۱۶ اور ۳۴۴ کا ۱۹۳۴۸ کے مربع میں ضرب کی گئی اس میں ہوتا ہے عمل کرنیے معلوم ہو گا کہ وہ ۶۳۲۵۰۰ ہے اس نتیجہ پر اور آخر نتائج جو وہ دفعہ ۳۱۶ میں حاصل ہوتی ہیں اوس سے معلوم ہوتا ہے کہ اس شکل کے طرف بنانے کے واسطے مصالح بہ نسبت اوس طرف اگر جب کا ذکر دفعہ مذکور میں ہوا ہے کم چاہئے

(۳۲۵) اس باب کے آخر میں مثالیں ۱۶۴ تا ۱۷۴ لگی ہیں اوسے اور اسی قبیل کی مثالوں میں نتائج کو آپس میں مقابلہ کرنیے کہو یہ معلوم ہوتا ہے کہ طرف کو بغیر ڈھکنے کے اوس اسطوانہ کی شکل کے بنانے میں فائدہ ہے کہ جس میں ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہو اور اگر ڈھکنا ہی ہو تو اوس صورت میں فائدہ ہے کہ ارتفاع دو چند قاعدہ کے نصف قطر سے ہو

ان شکلوں کے اسطوانوں میں اصول مذکور کو مانکر ہم تھوڑے سے مصالح سے اسی طرح جیسا سما دہا سکتے ہیں اور اگر مصالح دیدیا جائے تو اوس طرف بڑے سے بڑے سماؤ کا بنا سکتے ہیں

چونتیسویں فصل کی مثالیں

- جن قائم مستدیر اسطوانوں میں استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اور عین سطح منحنی کا کل قریب دریافت کرو
- (۱) ارتفاع ۲ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ
 - (۲) ارتفاع ۲ فیٹ ۵ انچ قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ ۹ انچ
 - (۳) ارتفاع ۱ فیٹ ۱۰ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۵ انچ
 - (۴) ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۴ انچ
 - (۵) ارتفاع ۴ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ
- جن قائم مستدیر اسطوانوں میں استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اور کمال قریب دریافت کرو
- (۶) ارتفاع ۳ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ
 - (۷) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ انچ
 - (۸) ارتفاع ۱ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۱ انچ

(۹) ارتفاع ۵ فیٹ ۶ اینچ قاعدہ کا محیط ۲۰ فیٹ

(۱۰) ارتفاع ۶ فیٹ ۳ اینچ قاعدہ کا محیط ۲۴ فیٹ

(۱۱) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح سطحی کا رقبہ ۶ مربع فیٹ ہے اور قاعدہ کا محیط ۳۲۔ ۹ اینچ ارتفاع دریافت کرو

(۱۲) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح سطحی کا رقبہ ۵ مربع فیٹ اور قاعدہ کا نصف قطر ۲ ۱/۲ فیٹ

ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح کا رقبہ ۳ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع برابر نصف قطر

قاعدہ کے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۴) اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۲ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع برابر

دو چند نصف قطر قاعدہ کے ہے اور قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۵) اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۳ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے

نصف قطر کا نصف ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۶) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح سطحی کا رقبہ ۲ ۱/۲ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا حجم ۳ ۱/۲ مکعب

فیٹ ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح سطحی کا رقبہ ۳ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا حجم ۲ مکعب فیٹ ہے

ایک سکر کا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح سطحی کا رقبہ ۳ مربع فیٹ ہے اور حجم ۲ مکعب ارتفاع دریافت کرو

(۱۹) اسطوانہ مستدیر قائم کی قاعدہ کا رقبہ ۱۶ ۱/۴ مربع اینچ ہے اور حجم ۱۶ ۱/۴ مکعب اینچ

سطح سطحی کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع اینچ ہے اور حجم ۵ مکعب فیٹ

سطح سطحی کا رقبہ دریافت کرو

امثلہ مفصل ذیل میں جذر الکعب لکھا جائیگا۔

ایک طرف ڈھکائی کے ہر اور اسطوانہ مستدیر قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسمین ۱۶م ۲۱
کعبہ کا سادہ صورت مفصل ذیل میں اوسکی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو

(۲۱) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۲۲) نصف قطر قاعدہ سے ارتفاع دوچند

(۲۳) قاعدہ کے نصف قطر سے ارتفاع نصف

(۲۴) نصف قطر قاعدہ سے ارتفاع سچند

(۲۵) نصف قطر قاعدہ کا ارتفاع ثلث

ایک طرف ڈھکائی سمیت اسطوانہ مستدیر قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسمین ۱۶م ۱۷م کعبہ
اچھ کا سادہ صورت مفصل ذیل میں اوسکی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو

(۲۶) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۲۷) ارتفاع دوچند نصف قطر قاعدہ سے

(۲۸) ارتفاع نصف قاعدہ کے نصف قطر سے

(۲۹) ارتفاع سچند نصف قطر قاعدہ سے

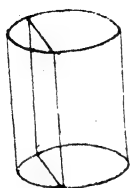
(۳۰) ارتفاع نصف قطر قاعدہ کا ثلث

(۳۱) کعبہ کنارہ ۱۰ ہے اوسکی حجم کی برابر حجم میں ایک اسطوانہ مستدیر ہے جبکہ ارتفاع
برابر نصف قطر قاعدہ کے ہے تو کعبہ اسطوانہ میں ہر یک کی کل سطح اندرونی دریافت کرو

(۳۲) ایک طرف اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا بغیر ڈھکائی کے ہے اور اوس میں ... اگیلین سماقی
ہیں کل سطح اندرونی طرف کی اوس حالت میں دریافت کرو کہ وہ کم از کم صحیح میں طرف تیار ہو جائے

پینتیسویں فصل قطعہ اسطوانہ مستدیر قائم اور حلقہ کی بیان میں

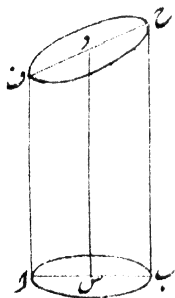
(۳۱۶) اسطوانہ مستدیر قائم کے قطعات کی سطح منحنی کے رقبے آسان قاعدہ دن سے
دریافت ہو سکتی ہیں اب ہم اون کو بتلائے ہیں -



(۳۲۷) فرض کرو کہ ایک اسطوانہ مستدیر قائم محور کے متوازی سطح سے دو حصوں میں منقسم ہوا ہے اب حصہ سطح میں دو قطعات دائرہ کی بین اور ایک سطح میں اور ایک سطح منحنی کا حصہ ہے

اب ہر قطعہ دائرہ کا رقبہ دفعہ ۱۸۵ سے دریافت ہو سکتا ہے اور سطح کا رقبہ بموجب دفعہ ۱۳۲ کے اور سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوتا ہے کہ قوس کے طول کو ارتفاع اسطوانہ میں ضرب کر یا رقبہ سطح میں اور سطح منحنی دو نوساتہ بموجب دفعہ ۳۲۳ کے ہم دریافت کریں یعنی قاعدہ کے احاطہ کو ارتفاع اسطوانہ میں ضرب کرین

(۳۲۸) فرض کرو کہ اسطوانہ مستدیر قائم کو ایک سطح سے جو محور پر مائل ہو اور قاعدہ کے دو قطع کر کے ایک مجسمہ بنائیں تو اس مجسمہ کی سطح میں دو بین ایک حصہ میں قاعدہ اور دوسرے دائرہ ہے اور دوسرا سرحد ہے ایک سطح منحنی استوی اور دوسرا حصہ سطح منحنی ہے قاعدہ کا رقبہ بموجب دفعہ ۱۸۵ دریافت ہو سکتا ہے اور دوسرے رقبہ دریافت کر کے ان کو قاعدہ بالکل صحیح چاہے بیان ہو لیکن بموجب دفعہ ۱۸۳ اور اس کا رقبہ دریافت ہو سکتا ہے اس سطح منحنی کو بیضوی کہتے ہیں اور تحقیقات یا ضمیمہ میں جسے مطلب کا ہوتا ہے



سطح منحنی کا رقبہ سے دریافت ہوتا ہے کہ قاعدہ کے محیط کو ارتفاع مجسمہ میں ضرب کرین (۳۲۹) دفعہ ۲۵۴ کے موافق ارتفاع مجسمہ کو سمجھنا چاہئے اور اس قاعدہ کی تصدیق دفعہ ۲۵۵ سے ہوا کرتی ہے (۳۳۰) فرض کرو کہ اسطوانہ مستدیر قائم کو دو سطحیں قطع کرتی ہیں اور وہ محور پر مائل ہیں اور قاعدہ نہیں ملتیں اور اسے ایک مجسمہ پیدا ہوتا ہے۔ تو سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوتا ہے کہ قاعدہ اسطوانہ کے محیط کو ارتفاع مجسمہ میں ضرب کرین ارتفاع کو موافق دفعہ ۲۵۹ کے سمجھو اس قاعدہ کا استخراج اسل مرد قومی پر موقوف ہے کہ مجسمہ کو ہم تفاوت اون دو مجسموں کا سمجھتے ہیں

(۴) طول ۲۰ اینچ اور سطح متقابل کا محیط ۴ اینچ ہے

(۵) طول ۲۵ اینچ اور سطح متقابل کا نصف قطر ۲ اینچ

(۶) قطر بیرونی ۴ اینچ اور قطر اندرونی ۴ اینچ

(۷) قطر اندرونی ۱۱ اینچ اور سطح متقابل کا قطر ۲ اینچ

(۸) قطر بیرونی ۲۶ اینچ اور سطح متقابل کا قطر ۴ اینچ

(۹) قطر بیرونی ۲۵ اینچ متقابل مدور کا محیط ۱۰ اینچ

(۱۰) قطر اندرونی ۲۰ اینچ متقابل مدور کا محیط ۱۲ اینچ

(۱۱) سطح حلقہ کارقبہ ۱۰۰ مربع اینچ اور سطح متقابل کا نصف قطر ۱ اینچ ہے حلقہ کا طول دریافت کرو

(۱۲) سطح حلقہ کارقبہ ۲۰ مربع اینچ ہے اور طول ۲۰ اینچ قطر اندرونی دریافت کرو

بہتیسویں فصل مخروط مستدیر قائم کی بیان میں

(۳۲۳) سطح مخروط مستدیر میں دو حصے ہوتی ہیں ایک حصہ تو قاعدہ ہوتا ہے اور دوسرے حصہ کا

نام سطح منحنی یا مستدیر ہے

(۳۲۴) فرض کرو کہ اب س د ایک قطاع دائرہ ہے او سکو کسی وصلی یا کاغذ کا بناؤ

لو پیر او سکو موڑو یہاں تک کہ اب کنارہ او د کے ساتھ متصل ہو جائے

اب بیہادی انظرین معلوم ہوتا ہے کہ تیلی اور اندر کے خالی یعنی مخروط پر بنی

او سکی تیسرے سطح بالکل مخروط مستدیر کے سطح منحنی سے مطابقت کیگی

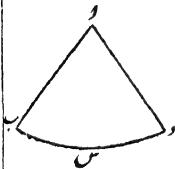
و راس مخروط مستدیر کا ہو گا اور اب مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل اور ب س د قاعدہ مخروط

مستدیر کا محیط اسی یہ استخراج ہوتا ہے کہ سطح منحنی مخروط مستدیر قائم کے برابر اور اس

قطاع کے ہوتی ہے جبکہ نصف قطر برابر ارتفاع مائل مخروط مستدیر کے ہو

اور قوس قطاع برابر محیط قاعدہ مخروط مستدیر کے ہو پس اسی قاعدہ مفصلہ ذیل

استنباط ہوتا ہے



(۳۵) محفوظ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ محیط قاعدہ کو ارتفاع مائل محفوظ مستدیر میں ضرب دو نصف حاصل ضرب سطح منحنی کا رقبہ ہوگا

(۳۶) مثالین

(۱) نصف قطر قاعدہ محفوظ مستدیر قائم کا ۸ انچ اور ارتفاع مائل ۱۴ انچ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

$$\text{محیط قاعدہ انچوں میں} = 2 \times 8 \times 3.1415926 = 50.265482$$

$$3.1415926 \times 8^2 = 201.06183$$

پس سطح منحنی کا رقبہ ۳۵۲ انچ کے قریب ہے

(۲) محفوظ مستدیر قائم کے قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ اور ارتفاع اس کا ۳ فیٹ کل سطح رقبہ دریافت کرو

حل ہم کو ارتفاع مائل دریافت کرنا چاہئے بموجب دفعہ ۵۵ کے ارتفاع مائل ۹ + ۱۱ کا جذر یعنی ۲۵ کا جذر یعنی ۵ ہے

$$3.1415926 \times 4^2 \times 20 = 201.06183$$

پس سطح منحنی کا رقبہ ۲۰۱.۰۶۱۸۳۲ مربع فیٹ ہے

$$\text{قاعدہ کا رقبہ} = 3.1415926 \times 4^2 \times 20 = 201.06183 \text{ مربع فیٹ}$$

$$\text{مواضع کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ میں} = 201.06183 + 201.06183 = 402.12366$$

(۳۷) دفعہ ۳۳ سے یہ نتیجہ آسانی مستنبط ہوتا ہے

محفوظ مستدیر قائم کا ارتفاع مائل دو چند نصف قطر قاعدہ سے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ دو چند قاعدہ مخروط کے رقبہ ہی ہوگا اور اگر ارتفاع اس محفوظ مستدیر کا نصف قطر قاعدہ محفوظ سے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ نصف قطر قاعدہ مخروط کے رقبہ سے ہوگا اور سطح ایزا القیاس

پس اس نتیجہ کو یوں بیان کر سکتے ہیں کہ مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل وہی نسبت نصف قطر قاعدہ سے ملتا ہے جو سطح منحنی کا رقبہ قاعدہ کی رقبہ سے نسبت کہتا ہے

اسی واسطے سطح کا کل رقبہ مربع فیٹ میں $= ۳۱۶۶۱۷ + ۳۶۱۴۰ = ۶۷۸۰۷$

(۳) ایک مخروط مستدیر قائم کا حجم ۲ مکعبیٹ ہو اور ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ کے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

اگر قاعدہ کا نصف قطر ۲ ہو اور ارتفاع مائل ۲ فیٹ تو ارتفاع مائل ۴ فیٹ

موجود ہے ۶۰ کے ہونا یعنی ارتفاع مائل ۴ گنا نصف قطر قاعدہ کا اور چونکہ اس صورت میں ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ کے ہے تو ارتفاع مائل ۴ گنا نصف قطر قاعدہ سے ہوا۔

پس موافق مثال گذشتہ عمل کر نیے سکھ معلوم ہوا کہ نصف قطر قاعدہ کا مکعب $\frac{۲ \times ۲ \times ۲}{۳ \times ۱۴۰.۶ \times ۲.۸} =$ اور یہ برابر ۵۶۵۲ کے اسی واسطے نصف قطر قاعدہ کا جذر الکعب دیکھو کہ ۱۷۸۰ ہے

موجود دفعہ ۳۳۷ کے کل سطح کا رقبہ مائل رقبہ قاعدہ سے ۶۷۸۰۷ میں ۲۸۰ گنا حاصل ہوا اور ۳۱۶۶۱۷ اور مربع ۱۷۸۰ کا ہے اور یہ حاصل ضرب ۴۴۷۸۸۸ ہے

اس مثال میں کل سطح مقدار میں بہ نسبت مثال گذشتہ کم ہے اور اس باب کے آخر میں جو مثالیں لکھی ہیں ان میں اس سے ۲۰ ہکت مثالوں کی اور اسی قبل کی اور مثالوں کے نتائج کو مقابلہ کرنے سے نفس الامریں یہ بات معلوم ہوگی کہ مخروط مستدیر قائم کی سطح اگر معلوم ہو تو حجم اس کا جب ہی نہایت بڑے سے بڑا ہوگا کہ ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہوگا اور اگر حجم مخروط مستدیر قائم کا معلوم ہو تو کل سطح اس کی نہایت کم سے کم ہوگی کہ ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر سے ہوگا

چھتیسویں فصل کی مثالیں

جن مخروطات مستدیر قائم میں متداول معلوم ہیں ان کی سطح سختی کا رقبہ مربع انجوین دریافت کرو

(۱) ارتفاع مائل ۲ فیٹ سرائی اور قاعدہ کا محیط ۲۰ فیٹ ۱۰

(۲) ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا محیط ۲۰ فیٹ ۱۰

(۳) ارتفاع مائل ۲ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ

(۳) ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۱۰ انچ

(۵) ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۳ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۴ انچ

(۶) ارتفاع ۲ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۵ انچ

(۷) ارتفاع ۳ فیٹ ۳ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۹ انچ

(۸) ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۳ انچ

(۹) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۱۱ انچ

(۱۰) ارتفاع ۳ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۹ انچ

(۱۱) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا احاطہ ۷۳۸۳۲ فیٹ

(۱۲) ارتفاع ۱۲ فیٹ قاعدہ کا احاطہ ۱۰ فیٹ

جن مخروطات مستدیر قائم میں ابتداً تفصیل فی بل معلوم ہوں ان کے کل سطح کر قبہ مربع فیٹ میں درج کیا کرو

(۱۳) ارتفاع مائل ۳ فیٹ ۴ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ

(۱۴) ارتفاع مائل ۳ ۳/۴ فیٹ نصف قطر ۲ ۳/۴ فیٹ

(۱۵) ارتفاع ۶ فیٹ محیط قاعدہ ۸ فیٹ

(۱۶) ارتفاع مائل ۳ ۳/۴ فیٹ محیط قاعدہ ۷ ۱/۲ فیٹ

(۱۷) ارتفاع ایک فٹ نصف قطر قاعدہ ۵ انچ

(۱۸) ارتفاع ۱ فٹ ۵ انچ نصف قطر قاعدہ ۸ فٹ ۸ انچ

(۱۹) ارتفاع ۸ انچ محیط قاعدہ ۲۷ انچ

(۲۰) ارتفاع ۳ فیٹ محیط قاعدہ ۷ فیٹ

(۲۱) سطح سطحی مخروط مستدیر قائم کا رقبہ ۵۰ مربع انچ ہے اور محیط قاعدہ ۵۰ انچ ہے

ارتفاع مائل دریافت کرو

(۲۲) مخروط مستدیر قائم کی سطح سطحی کا رقبہ ۸۰۰ مربع انچ ہے اور محیط قاعدہ ۶۴ انچ ہے

مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو

(۲۳) مخروط مستدیر قائم کی سطح مسمی کا رقبہ ۱۲ مربع فیٹ ہے اور نصف قطر قاعدہ ۱۵ فیٹ ہے

ارتفاع مائل دریافت کرو

(۲۴) مخروط مستدیر قائم کی سطح مسمی کا رقبہ ۲۵ مربع فیٹ ہے اور نصف قطر قاعدہ ۲۵ فیٹ

مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو

(۲۵) مخروط مستدیر کی سطح مسمی کا رقبہ ۶ مربع انچ ہے اور ارتفاع مائل ۲۵ انچ ہے محیط

قاعدہ دریافت کرو

(۲۶) مخروط مستدیر قائم کی سطح مسمی کا رقبہ ۱۸ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع مائل ۳ فیٹ

قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۷) مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۵ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع مائل سے چند نصف قطر

قاعدہ سے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۸) مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۹ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع مائل چو چند نصف قطر

قاعدہ سے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۹) ایک مخروطی خیمہ ۱۲ فیٹ قطر کا اور ۱۵ فیٹ اونچا بنانا ہے تو پون گز عرض کا ٹاٹ

اوسمین کتنا لگے گا

(۳۰) ایک مخروطی خیمہ ۱۸ گز قطر اور ۱۵ فیٹ بلند بنانا ہے اوسمین دو تہائی گز عرض کا ٹاٹ

کتنا صرف ہوگا

مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہے تو صورتی فیصلہ ذیل میں اونکا حجم دریافت کرو

(۳۱) ارتفاع مائل دو چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۲) ارتفاع مائل سے چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۳) ارتفاع مائل چو چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۴) ارتفاع مائل بجان نصف قطر قاعدہ سے

(۳۵) ارتفاع مائل چہرگان نصف قطر قاعدہ سے

ان مثالوں میں جذر المکعب لگا پڑتا ہے

مخروط مستدیر قائم کا حجم ۱۲۱۶ مکعب انچ ہر صورت مفصل ذیل کر اندر کل سطح کا رقبہ مبرہ انچوں میں دریافت کرو

(۳۶) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۳۷) ارتفاع دو چہرہ نصف قطر قاعدہ کے

(۳۸) ارتفاع سہ چہرہ نصف قطر قاعدہ سے

(۳۹) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے نصف کے

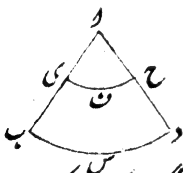
(۴۰) ارتفاع برابر ایک تہائی نصف قطر قاعدہ کے

سینتھون فیصل مخروط مستدیر ناقص کے بیان میں

(۳۳۹) مخروط مستدیر ناقص کی سطح اردو حصے ہوتے ہیں ایک حصہ میں دو دوسروں کی سطح

اور دوسرے حصہ میں سطح منحنی

(۳۴۰) فرض کرو کہ وہ سہ قطعہ دائرہ ہر ایک کے مرکز اور دب سے کم کسی نصف قطر پر



قوس سی منحنی کہیں چوبس دہائی کو

کا غذا و جلی کا کٹر کرنا اور اسکو موڑ دینا تاکہ

کہ کنارہ سی ب کنارہ ج کے ساتھ وصل ہو جائے

اب بادی النظر میں یہ معلوم ہوتا ہے کہ ایسی ہی مجنوں شیون گئی جسکے باہر کی سطح مخروط مستدیر

ناقص کی سطح منحنی سے بالکل مطابقت کہتی ہے اور سی منحنی ایک سر کا محیط ہے اور

ب س د دوسرے سرے کا محیط ہے اور سی ب ارتفاع مائل مخروط مستدیر ناقص کا ہے

پس اسے ثابت ہوا کہ سطح منحنی مخروط مستدیر ناقص کے برابر ادون دو قطعہ

دائرہ کی تفاوت کی ہوتی ہے چنانچہ اگر وہ مشترک ہوتا ہو اور قوسیں متعلقہ مخروط ناقص کے سر و محیط ہوں ہیں اور ان کے نصف قطر کا فرق مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع مائل ہوتا ہے تو دو قسم کے آخر قاعدہ سے یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہے جب کایہ بیان ہوتا ہے

(۳۲۱) قائم مخروط مستدیر ناقص کے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ مخروط مستدیر ناقص کے سر و من کے محیطوں کے مجموعہ کو ارتفاع مخروط ناقص میں ضرب دو نصف حاصل ضرب سطح منحنی کا رقبہ ہو گا

(۳۲۲) مثالیں

۱۔ مخروط مستدیر ناقص کے ایک سر کا نصف قطر ۱۰ اینچ اور دوسرے سر کے کا نصف قطر ۵ اینچ اور ارتفاع مائل ۱۶ اینچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

انچوں میں محیطوں کا حاصل ضرب ۳۱۴۱۶ اور مجموعہ ۲۰ اور ۳۰ کا یعنی ۵۰ کا ہے پس محیطوں کا مجموعہ ۳۱۴۱۶ × ۵۰ اینچ ہے

$$۱۲۵۶۶۴ = ۳۱۴۱۶ \times ۴۰ = ۳۱۴۱۶ \times ۵۰ \times ۸ = ۳۱۴۱۶ \times ۵۰ \times ۱۶ \times ۲$$

پس سطح منحنی کا رقبہ ۱۲۵۶۶۴ مربع اینچ ہے

مخروط مستدیر ناقص کے ایک سر کے کا نصف قطر ۵ فیٹ ہی اور دوسرے سر کے کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہی اور ارتفاع مائل ۱۶ فیٹ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ ہی

$$۳۱۴۱۶ \times ۱۰۸ = ۳۱۴۱۶ \times ۸ \times ۱۳ =$$

رقبہ ایک سر کے کا مربع فیٹ میں = ۳۱۴۱۶ × ۲۵ اور رقبہ دوسرے سر کے کا مربع

فیٹ میں = ۳۱۴۱۶ × ۶۴ پس اس سے معلوم ہوا کہ کل سطح کا رقبہ حاصل ضرب

۳۱۴۱۶ اور مجموعہ ۱۰۸ اور ۲۵ یعنی ۱۳۳ کا ہے

پس کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ میں

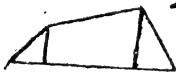
$$۳۴۳۲۸۸ = ۳۶۱۴۱۶ \times ۱۹۲ =$$

(۳۴۳) وضا ۳۴۳ کے قاعدہ کے نتیجہ میں ہوتا ہے کہ قائم مخروط مستدیر ناقص کے ارتفاع مائل
لوہروں کے نصف قطروں کی تفاوت سے وہی نسبت ہو جو سطح مخفی کا قریبہروں کے قریبوں
کی تفاوت سے نسبت رکھتا ہے

(۳۴۴) اب ہم بعض مثالیں بطور مشق کے حل کرتے ہیں

۱) مخروط مستدیر ناقص کے سرورں کے نصف قطر ۱۰ اینچ اور ۱۰ اینچ ہیں اور ارتفاع مخروط مستدیر
ناقص کا ۴ اینچ ہے سطح مخفی کا قریبہ دریافت کرو

قرض کرو کہ شکل مخروط مستدیر ناقص کی لمبک تراش ہے جو ایک سطح سے حسین محور ہی ہو جیتی ہے
اب یہاں دیکھتے ہیں کہ ارتفاع مائل اور سطح مخفی کا قریبہ کا زاویہ کا دوسرے ہے جس کا ایک ضلع مخروط
ناقص کا ارتفاع ہے اور دوسرا ضلع سرورں کے نصف قطروں کا تفاوت ہے اس صورت میں
مستدیر ناقص کا ارتفاع ۴ اینچ ہے اور نصف قطر کا تفاوت ۱۰ اینچ ہے
اس واسطے بیچتے ۵۵ کا ارتفاع مائل ۱۰ اینچ ہے



$$۲۶۶۰۰۲۶ = ۳۶۱۴۱۶ \times ۱۶۵ =$$

اسی واسطے سطح مخفی کا قریبہ ۱۶ اینچ اور ۱۶ اینچ میں
(۲) مخروط مستدیر ناقص کے سرورں کے قطر ۱۴ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہیں اور مخروط مستدیر ناقص کا
ارتفاع برابر ہے اور اس خارج قسمت کو جو ان قطروں کی حاصل ضرب کے اوپر مجموعہ پر تقسیم کرنے سے
پیدا ہوتا ہے سطح مخفی کا قریبہ دو نون سرورں کا قریبہ دریافت کرو

$$۲۴۸۱۶ = ۲۴۸۱۶ \times ۱۶ = ۳۹۷$$

پس ارتفاع مائل کا دریافت کرنا لازم ہے ۳۹۷ کا مربع ۱۶ اور ۳۹۷

سرورں کے نصف قطر کا تفاوت ۱۶ فیٹ ہے اور ۴ کا مربع ۱۶ =

$$۱۶ + ۳۹۷ = ۴۱۳ اور ۱۰۸۵۱۴ کا جذر ۳۳ ہے اس لیے ارتفاع مائل ۳۳ فیٹ ہے$$

پس کل سطح مخفی کا قریبہ مربع ۴۱۳ میں

$$= ۱۰۶۰۶۰۶۰ \times ۱۴۱۴۱۴ = ۱۴۱۴۱۴ \times ۲۰۰۸ = ۲۸۵۲۸۵۲۸$$

اور دو سرورن کا رقبہ ۱۴۱۴۱۴ اور مرعجات ۱۲ اور ۱۲ کے مجموعہ کا حاصل ضرب ہے یعنی
یعنی حاصل ضرب ۱۴۱۴۱۴ اور مجموعہ ۲۴ کا ہے یعنی حاصل ضرب ۱۴۱۴۱۴ اور ۲۴ کا
اسے معلوم ہوا کہ رقبہ دو سرورن کا برابر سطح منحنی کے ہرہ امر امتحان سے معلوم ہوگا کہ یہی ہمیشہ
صورت ہوگی اگر ارتفاع مخروط مستدیر ناقص کا برابر اوس خارج قسمت کے ہو جو قطرون کے
حاصل ضرب کو اس کے مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے

۲۴ مخروط مستدیر ناقص کے سرورن کے نصف قطر ۱۲ اور ۱۲ ہوں اور ارتفاع ۱۲ ہوں
اگر مخروط ناقص کی سطح دو برابر حصوں میں تقسیم کی جائے تو ارتفاع ۱۲ ہر ایک کا دریافت کرو
اب ہم کل مخروط کا ارتفاع ۱۲ دریافت کرتے ہیں

دفعہ کے چوتھی مثال میں جس کیلئے استعمال میں لائے گئے اگر اسی بیان استعمال میں لائیں
تو کل مخروط مستدیر کا ارتفاع ۱۲ ہوں اور اس واسطے ارتفاع ۱۲ چھوٹے مخروط کا ۱۲ ہوں
اب دفعہ ۲۱۰ کی طرح عمل کر کے فاصلہ ۱۲ میں سطح منحنی مخروط کو دو حصوں میں تقسیم کرتی ہے
دریافت کرتے ہیں ۲۴ کا مربع ۵۷۶ ہے اور ۲۴ کا مربع ۵۷۶ ہے اور ان مرعجون کا نصف مجموعہ ۵۷۶ ہے

۵۷۶ کا جذر ۲۴ کے قریب ہے ۲۴ کو اس سے تقریبی کر دو تو باقی ۳۱۱۴ ہے
پس ایک حصہ کا ارتفاع ۱۲ ہوں ۲۴ کے قریب ہے اور اس واسطے دوسرے حصہ کا
ارتفاع ۱۲ ہوں ۲۴ کے قریب ہے

سیٹیسویں فصل کی مثالیں

ہم مخروطات مستدیر ناقص میں استدلال تفصیلی میں معلوم ہوں ان کی سطح منحنی کے قریب دریافت کرو

(۱) سرورن کے محیطہ ۱۲ اور ۱۲ اور ارتفاع ۱۲

(۲) سرورن کے محیطہ ۱۲ اور ۲۴ اور ارتفاع ۱۲

(۳) سرورن کے نصف قطر ۱۲ اور ۱۲ اور ارتفاع ۱۲

(۲) سر دیکے نصف قطر ۴، ۴ فیٹ اور ۴، ۴ فیٹ اور ارتفاع مائل ۵ فیٹ

(۵) سر دیکے نصف قطر ۱۱ اور ۱۶ اینچ اور ارتفاع ۱۲ اینچ

(۶) سر دیکے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۴ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۱۱ اینچ

(۷) سر دیکے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۴ فیٹ اور ارتفاع ۳ فیٹ

(۸) سر دیکے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۴ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۱۱ اینچ

جن مخروطات مستدیر ناقص کی استداد تفصیل ذیل معلوم ہوں ان کے کل رقبے دریافت کرو

(۹) سر دیکے نصف قطر ۱۱ اور ۱۶ اینچ اور ارتفاع مائل ۱۰ اینچ

(۱۰) سر دیکے نصف قطر ۱۱ اور ۱۶ اینچ اور ارتفاع مائل ۵ اینچ

(۱۱) سر دیکے نصف قطر ۲ فیٹ اور ۴ فیٹ اور ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۱۱ اینچ

(۱۲) سر دیکے نصف قطر ۴، ۴، ۴، ۴ فیٹ اور ارتفاع مائل ۲ فیٹ

(۱۳) سر دیکے نصف قطر ۴، ۴، ۴، ۴ اور ۱۶ اینچ اور ارتفاع ۱۶ اینچ

(۱۴) سر دیکے نصف قطر ۱۲ اور ۲۰ اینچ اور ارتفاع ۱۵ اینچ

جن ناقص مخروطوں میں ارتفاع برابر ہو اس طرح سمت کے جو سر دیکے قطروں کے حاصل ضرب کو اس

مجموع پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے اور ان میں استداد تفصیل ذیل معلوم ہوں ان کی سطح

مخفی اور دونوں سر دیکے رقبے جدا جدا دریافت کرو

(۱۵) سر دیکے قطر ۶ فیٹ اور ۴ فیٹ

(۱۶) سر دیکے قطر ۳ فیٹ اور ۴ فیٹ

(۱۷) سر دیکے قطر ۲ فیٹ اور ۴ فیٹ

(۱۸) سر دیکے قطر ۲ فیٹ اور ۴ فیٹ

(۱۹) مخروط ناقص کس دیکے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۴ فیٹ اور ارتفاع مائل ۴ فیٹ اگر مخروط

ناقص کی سطح مخفی دو برابر حصوں میں تقسیم ہو تو ہر ایک حصہ کا ارتفاع مائل دریافت کرو

(۲۰) ایک خمیہ مخروط مستدیر ناقص کی شکل بنایا گیا جو اوپر اور سپر مخروط مستدیر لگایا گیا ہے اور مخروط ناقص کے سر کے قطر ۲۸ فیٹ اور ۱۴ فیٹ بین اور مخروط ناقص کا ارتفاع ۸ فیٹ ہے اور مخروطی حصہ کا ارتفاع ۶ فیٹ ہے تو بنیاد و سپر ناقص کتنی مربع گز لگے گا

اڑتیسویں فصل کرہ

(۳۲۵) کرہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ - قطر کے مربع کو ۳۶۱۴۱۶ میں ضرب دو

(۳۲۶) مثالین

(۱) کرہ کا قطر ۹ انچ ہے

$$25 \times 9 \times 361416 = 8182956$$

پس کرہ کی سطح ۸۱۸۲۹۵۶ مربع انچ کے قریب ہے

(۲) کرہ کا قطر ۳ ۱/۲ فیٹ ہے

$$3 \times 3 \times 361416 = 3252744$$

پس سطح کا رقبہ ۳۸۵۲۸۸۴۴ مربع فیٹ کے قریب ہے

(۳۲۷) دفعہ ۳۲۵ کا قاعدہ اور طرح سے بھی بیان ہو سکتا ہے

قطر کرہ کو اس کے محیط میں ضرب دو یا محیط کے مربع کو ۳۶۱۴۱۶ پر تقسیم کرو

محیط کرہ سے مراد اس دائرہ کا محیط مراد ہے جس کا قطر ۲۲۲ بن کرہ پیدا ہوا تھا یعنی دائرہ عظیمہ کرہ کا محیط

(۳۲۸) دفات ۳۲۰ اور ۳۲۵ سے استخراج ہوتا ہے کہ سطح کرہ کا رقبہ برابر ہے اس اسطوانہ مستدیر

کی سطح منحنی کے رقبہ کے برابر جبکہ ارتفاع اور اس کے سر کے قطر برابر کرہ کے قطر کے ہوں

(۳۲۹) دفات ۲۹۱ اور ۳۲۵ سے ہم یہ استنباط عظیم کرے ہیں کہ کرہ کا حجم برابر ایک تہائی

حاصل ضرب سطح اور نصف قطر کرہ کے ہوتا ہے

(۳۳۰) اس قاعدہ کو مخروط مستدیر اور مضلع کے قاعدہ کے ساتھ بڑی مشابہت ہے

اسلئے وہ آسانی سے یاد رہ سکتا ہر فن کر کہ کرہ کا مرکز تو ہے اوج اور قی اور سطح کرہ پر تین
نقطے بہت قریب قریب ہیں اور کرہ سے ایسا ٹکڑا جدا کریں کہ جسکو سطح ع و ق اور قی و ق اور قی و ق
اور سطح اور کرہ کی سطح کا وہ حصہ جو ان کے درمیان آتا ہے گہیرا ہے
تو یہ ٹکڑا بہت مشابہ مخروط مضلع سے ہوگا اور ٹکڑو بہت جلد یقین ہوگا کہ حجم اس ٹکڑا کا برابر
ایک تہائی حاصل ضرب نصف قطر اور کرہ کی او اس حصہ سطح کی ہے جو ان سطحوں کے درمیان
واقع ہوئی ہے پس کرہ کو ایسے ایسے بیشمار حصوں میں تقسیم ہوا ہو خیال کرو تو دفعہ ۳۴۹
کا نتیجہ جلد نکل آ گا ان میں اور دفعہ ۳۵۱ کے بیان میں طالب علم کو شہادت نامہ معلوم ہوگی
(۳۵۱) کرہ کی خاصیت عظیم یہ ہے کہ تمام محبات میں جو حجم معینہ رکھتے ہوں او کی سطح کا رقبہ بہت
کم ہوتا ہے اور تمام محبات میں جو سطح معینہ رکھتے ہوں کرہ کا حجم نہایت بڑا ہوتا
ہے اس باب کے اخیر میں جو مثالیں ۱۶ سے ۲۰ تک لکھی ہیں اون سے طالب علم اس
خاصیت کو ثابت کر سکتا ہے

(۳۵۲) اب ہم چند مثالیں بطور شق کے حل کرتے ہیں

(۱) سطح کرہ کا رقبہ ۲۰۰ مربع انچ ہو کرہ کا قطر اور حجم دریافت کرو
قطر کی مربع اور ۱۴۱۶۳ کا حاصل ضرب برابر ۲۰۰ کے ہے اس سے قطر کا مربع
 $= \frac{200 \times 14163}{14163} = 4354418$ اور اس عدد کا جذر ۶۶۰۹۷ ہے پس قطر ۶۶۰۹۷

انچ کے قریب ہے

پس بموجب دفعہ ۳۴۹ کے کرہ کا حجم مکعب میں

$$24594 = 66097 \times \frac{1}{2} \times 200 \times \frac{1}{3} =$$

(۲) کرہ کا حجم ... مکعب پنجم ہے او کی سطح کا رقبہ یافت کرو

بموجب دفعہ ۲۹۱ کے قطر کرہ کا مکعب $= \frac{1}{5} \times 190415 = 38083$

اسی واسطے کرہ کا قطر انجون میں جذر مکعب اس عدد کا ہے اور وہ ۱۲۵۴۰۰ ہے

پس بوجب دفعہ ۳۴۵ کے سطح کا رقبہ ۸۳۵ مربع انچ کے قریب ہے

اڑتیسویں فصل کی مثالیں

جن کروں میں استدوابہ تفصیل ذیل معلوم ہوں اونکی سطحوں کے رقبے دریافت کرو

(۱) نصف قطر ۵ انچ (۲) نصف قطر ۱۵ انچ

(۳) نصف قطر ۲۵ انچ (۴) محیط ۲۰ انچ

(۵) محیط ۴۴ انچ (۶) محیط ۴۴ انچ

جن کروں کی سطح کے رقبے تفصیل ذیل معلوم ہوں اونکے قطر دریافت کرو

(۷) ۴۰۰ مربع (۸) ۶۴ مربع (۹) ۵۰ مربع

اون کروں کی حجم دریافت کرو جنکی سطح کے رقبے تفصیل ذیل ہیں

(۱۰) ۲۰ مربع (۱۱) ۵۰ مربع (۱۲) ۱۰۰ مربع

(۱۳) کرہ کا حجم دریافت کرو جسکی سطح کا رقبہ برابر اس دائرہ کے ہو جسکا قطر ۴ انچ ہو

(۱۴) اس کرہ کا حجم دریافت کرو جسکی سطح کا رقبہ برابر اس دائرہ کے رقبہ کے ہو

جسکا قطر ۴ انچ ہو

(۱۵) اسطوانہ ۵ انچ لمبا اور ۳ انچ قطر کا ہے اور نصف کری او سکے بڑے سر پر لگائی گئی

تو کل سطح دریافت کرو

(۱۶) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے اور ارتفاع ۱۰ انچ ہے اور

کرہ کی سطح برابر اسطوانہ کی کل سطح کے ہے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۷) کرہ کی سطح برابر اس کعب کے سطح کے ہے جسکا طول ایک فٹ ہے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۸) کرہ کی سطح برابر اس اسطوانہ مستدیر کی سطح کے ہے جسکا قاعدہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے

اور ارتفاع دو فٹ ہے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

ان پنجوں کی مثالوں میں جذرا کعب نکالا جائیگا

(۱۹) ایک کرہ کا حجم برابر اوس گھٹے کی جس کا طول ایک ہونے پر ایک کی سطح دریافت کرو
(۲۰) کرہ کا حجم برابر اوس اسطوانہ مستدیر کی جس کو قاعدہ کا نصف قطر ایک ہو اور ارتفاع ۲ ہونے پر ایک کی سطح دریافت کرو

اوشٹالیسویں فصل کرہ کا منطقہ اور کرہ کا قطعہ

(۲۱) منطقہ کی سطح میں دو مدور سروں کی سطح ہوتی ہو اور ایک در حصہ ہوتا ہے جبکہ سطح منحنی کہتے ہیں +

قطعہ کرہ کی سطح میں قاعدہ مدور کی سطح ہوتی ہے اور ایک در حصہ ہوتا ہے جس کو سطح منحنی کہتے ہیں
(۲۲) منطقہ یا قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ - محیط کرہ کو منطقہ یا قطعہ کے ارتفاع میں ضرب دو
(۲۵) مثالیں

(۱) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۶ انچ اور کرہ کا قطر ۱۸ انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

$$۳۲۹۳۲۹۲۸ = ۳۵۱۴۱۶ \times ۱۸ \times ۶$$

پس سطح منحنی کا رقبہ ۳۲۹۳۲۹۲۸ مربع انچ کے قریب ہو
(۲) منطقہ کرہ کے سروں کا فاصلہ مرکز سے ۲ فٹ اور ۴ فٹ ہو اور دو دوسری مرکز کے ایک ہی جانب میں واقع ہوں اور کرہ کا قطر ۱۴ فٹ ہو منطقہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو
سطح منحنی کا رقبہ مربع فٹ

$$۲۵۱۴۱۶ \times ۲۸ = ۳۵۱۴۱۶ \times ۱۴ \times ۲ =$$

موجب دفعہ ۸۹ کے ایک سرے کے نصف قطر کا مربع

$$۲۵ = ۵ \times ۵ =$$

اور دوسرے سرے کے نصف قطر کا مربع = $۳۳ = ۳ \times ۱۱ =$

اور دو سروں کا رقبہ مربع فٹ میں = $۳۵۱۴۱۶ \times ۶۸ =$

اسی واسطے کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ میں

$$= ۳۳۳۶۰۰۹۶ = ۳۶۱۴۱۴ \times ۱۰۶ =$$

دفعات ۳۲۰ اور ۳۵ سے ظاہر ہوتا ہے کہ سطح منحنی منطقہ یا قطعہ کرہ کی برابر اوس اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کی ہوتی ہے جس کا ارتفاع برابر منطقہ یا قطعہ کرہ کے ارتفاع کے ہو اور قطر اوس کے سروں کا برابر کرہ کے قطر کے ہو

اور یہی کیفیت سطح کرہ کی ہے اگر ہم ارتفاع کرہ سے قطر کرہ مراد لین دفعہ ۳۴۸ دیکھو۔
(۳۵۷) اب ہم چند مثالیں حل کرتے ہیں

(۱) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۷۴ انچ ہے اور کرہ کا محیط ۷۴ انچ کل قطعہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو
سطح منحنی کا رقبہ مربع انچوں میں

$$= ۴۴ \times ۷۴ = ۳۲۸$$

اور کرہ کا قطر $\frac{۷۴}{۳۶۱۴۱۴}$ انچ ہے اسی واسطے، جو جب دفعہ ۷۴ کے نصف قطر قاعدہ کا مربع یوں حاصل ہوگا
میں سے $\frac{۷۴}{۳۶۱۴۱۴}$ کو ضرب کریں

اور حاصل ضرب کو ۷۴ میں ضرب دیں پس $\frac{۷۴ \times ۷۴}{۳۶۱۴۱۴} = ۱۴۹$ حاصل ہوگا اور قطعہ کرہ کے
قاعدہ کا رقبہ برابر حاصل اور ۳۶۱۴۱۴ کے حاصل ضرب ہے اسی واسطے وہ

$$۳۶۱۴۱۴ \times ۱۴۹ - ۳۲۸$$

پس کل سطح کا رقبہ مربع انچوں میں

$$۳۶۱۴۱۴ \times ۱۴۹ - ۸۹۶$$

$$۱۵۳۶۹۳۸۸ - ۸۹۶$$

یعنی

$$۶۴۲۶۰۹۶۶$$

یعنی

جس ترکیب سے ہم نے یہ سوال حل کیا ہے اوس میں ایسا تخلف ہو کہ مبتدی کو مشکل معلوم ہوگا مگر
طالب علم کو اوس پر توجہ کرنی چاہئے بخود کرنے سے اوس پر یہ معلوم ہوگا کہ فی الحقیقت ہم نے

اس قاعدہ کو قائم کیا ہے کہ قطعہ کی سطح منحنی اوسن اُردو سے جبکہ نصف قطر برابر قطعہ کرہ کے ارتفاع کے جو مقدار زیادہ ہوئی ہے اوسن یاوتی کا دو چنب برابر ہوتا ہے قطعہ کرہ کی کل سطح کے (۲) ایک کرہ کا منصفہ اون دو قطعات کی تفاوت کے برابر ہے جبکہ ارتفاع ۱۳ انچ اور واچ ہے اور محیط کرہ کا ۸۲ انچ ہے منصفہ کا کل سطح دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ ربع انچون میں

$$۳۲۸ = ۸۲ \times ۴ =$$

بموجب دفعہ ۷۹ کے منصفہ کے ایک سرے کے نصف قطر کا ربع $\frac{۸۲}{۳۲۸}$ میں ہے ۹ کی تفریق کرنے سے حاصل ہوتا ہے پس وہ $\frac{۸۲ \times ۹}{۳۲۸}$ ۸۱ ہے اس منصفہ کے سرے کا رقبہ پنج مربعون میں حاصل ضرب اس حاصل ور ۳۶۱۴۷۸۱ کا ہے اسی واسطے وہ

$$۳۶۱۴۷۸۱ - ۸۲ \times ۹$$

اسی طرح منصفہ کے دوسرے سرے کا رقبہ ربع انچون میں $۳۶۱۴۷۸۱ - ۸۲ \times ۱۳$ ہوگا اس سے معلوم ہوتا ہے کہ منصفہ کی کل سطح کا رقبہ اربعے

۸۲×۹ اور ۸۲×۱۳ کے مجموعہ منفی ۳۶۱۴۷۸۱ اور ۳۶۱۴۷۸۱ کے مجموعہ کے یعنی $۳۶۱۴۷۸۱ - ۸۲ \times ۱۳ \times ۲$ کے

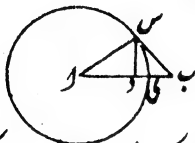
پس کل سطح کا رقبہ ۱۳۷۶۵۶ ربع انچ کے قریب ہے، اوپر کے عمل سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ ہم نے یہ قاعدہ قائم کیا ہے کہ منصفہ کرہ کو دو قطعات کرہ تفاوت خیال کر کے اوسکی کل سطح کا رقبہ اس طرح دریافت کیا ہے کہ قطعہ کلان کی سطح منحنی کے دو چنب رقبہ میں سے اون دو دائروں کے رقبے تفریق کئے ہیں جبکہ نصف قطر قطعات کے ارتفاع معلوم ہیں

(۳) کرہ کا نصف قطر ۱۲ فینٹ اور مرکز سے ۵ فینٹ کے فاصلہ پر ایک نقطہ لیکر اوسہی کرہ کی تماس نکالی ہیں اس طرح قطعہ کرہ کو مقرر کر کے اس قطعہ کی سطح منحنی کا رقبہ

دریافت کرو

فرمن کرو کہ کرہ آہے اور ب وہ نقطہ ہے جس خطوط کہنچے ہین اور ب س اون مخلون میں سے

ایک خط مستقیم ہے جو کرہ سے نقطہ س پر ملتا ہوس و عمود اب پر نکالو



اور سی وہ نقطہ ہے جہاں اب کرہ کو قطع کرتا ہے تو

جس قطعہ کرہ کی سطح مخفی کا رقبہ ہم کو دریافت کرنا ہے

وہ قطعہ جس کا ارتفاع دی ہے اب ہم دی کا طول دریافت کرتے ہین سطحی لون کو

فیث میں بغیر کرو

$$اب = ۱۵ \text{ اور } دس = ۱۵ = ۱۲$$

پس معلوم ہوا کہ بموجب دفعہ ۱۰ کے ہم کو ب س = ۹ کے حاصل ہوگا اور بموجب دفعہ ۱۱ کے

$$د = ۳۶ = ۲۷ \text{ بموجب دفعہ ۱۰ کے } د = ۱۳۴ - ۱۰۸ = ۲۶ \text{ کا جذر ہے}$$

یعنی ۴۲۶۱۶ کا جذر ہے اور وہ ۲۰۶ ہے ہم اس نتیجہ کو متشابہ مثلثوں سے باسانی حاصل کرتے ہین کہ بموجب دفعہ ۳۷ کے

$$ب : د :: دس : د$$

$$\text{یعنی } ۱۵ : ۱۲ :: ۱۲ : د$$

$$\text{اسی واسطے } د = \frac{۱۲ \times ۱۲}{۱۵} = \frac{۲۸}{۵} = ۵.۶$$

$$\text{پس دی } = ۱۲ - ۵.۶ = ۶.۴$$

اسی واسطی قطعہ کرہ کی سطح مخفی کا رقبہ مربع فیث = ۳۶۱۶۱۴۲۸۲۸۲۸۲۸۲۸ = ۱۶۰۶۹۵۶۱۶

اگر آنگہ کو ب پر کہو تو مکوا تنای قطعہ کرہ کا معلوم ہوگا جس کا رقبہ ہم نے دریافت کیا ہے

پس اگر ہم کو یہ دریافت کرنا ہو کہ اگر ہم ب پر آنگہ رکھیں تو کس قدر کرہ کا حصہ ہم کو دکھائی دیگا

تو دی کے طول کو شمار کنندہ اور قطر کرہ کو نسب نما بنا کر کسر بنائیں تو اس کسر کے

موافق دکھائی دیگا

مثال مذکورہ میں کسر $\frac{۲۵}{۱۰۰}$ یعنی $\frac{۱}{۴}$ سو کی اوتالیسویں فصل کی مثالیں

جن قطعات کردہ کی امتداد تفصیل ذیل معلوم ہوں او کی سطح تختی کے رقبے دریافت کرو

(۱) قطعہ کا ارتفاع ۱۰ اینچ اور محیط کرہ ۸۵ اینچ

(۲) قطعہ کا ارتفاع ۲ $\frac{۱}{۲}$ اینچ محیط کرہ ۲۰ اینچ

(۳) ارتفاع قطعہ ۹ اینچ اور نصف قطر کرہ ۱۴ اینچ

(۴) قطعہ کا ارتفاع ۳ $\frac{۱}{۲}$ اینچ اور نصف قطر کرہ ۲۵ $\frac{۱}{۲}$ اینچ

جن قطعات کی امتداد تفصیل ذیل معلوم ہوں او کی کل سطحوں کے رقبے دریافت کرو

(۵) ارتفاع قطعہ ۲ اینچ نصف قطر کرہ ۷ اینچ

(۶) ارتفاع قطعہ ۸ اینچ اور نصف قطر کرہ ۲۵ اینچ

(۷) قطعہ کا ارتفاع ۱۱ اینچ اور کرہ کا محیط ۹۰ اینچ

(۸) قطعہ کا ارتفاع ۳ اینچ محیط کرہ ۲۷ اینچ

جن قطعات کی امتداد تفصیل ذیل معلوم ہوں او کی تفاوت جو قطعی پیدا ہوئے ہوں او کی

کل سطحوں کے رقبے دریافت کرو

(۹) نصف قطر کرہ ۱۱ اینچ ارتفاع ۳ اینچ اور ۱۰ اینچ

(۱۰) نصف قطر کرہ ۱۵ اینچ اور ارتفاع ۴ اینچ اور ۹ اینچ

(۱۱) محیط کرہ ۴۰ اینچ اور ارتفاع ۲ اینچ اور ۱۱ اینچ

(۱۲) محیط کرہ ۵۷ اینچ اور ارتفاع ۳ اینچ اور ۷ اینچ

جن سطحوں کی امتداد تفصیل ذیل معلوم ہوں او کی کل سطحوں کے رقبے دریافت کرو

(۱۳) نصف قطر کرہ ۱۵ اینچ اور مرکز سطح کرہ سے فاصلہ مقابل جانب زمین ۲ اینچ اور ۳ اینچ

(۱۴) نصف قطر کرہ ۱۴ اینچ اور نقطہ کرہ سے فاصلہ مرکز کرہ ایک ہی جانب میں ۵ اینچ اور ۹ اینچ ہے

۱۵۱) اگر وہ محیط ۳۲ فیٹ ہے اور نقطہ کے مرکز سے مقابل جانوں میں ۴ فیٹ اور ۴ فیٹ
 ۱۶) اگر وہ محیط ۴۰ ہے اور نقطہ کے مرکز سے ایک ہی جانب میں ۵ اور ۱۰ اینچ ہیں
 ۱۷) اگر وہ قطر ۵ فیٹ ہے اگر مرکز سے ۴ فیٹ کے فاصلہ پر آنکھ لگا کر دیکھیں تو کرہ کی سطح کا کون
 حصہ دکھائی دے گا

۱۸) اگر وہ قطر ۵ فیٹ ہے اگر سطح کرہ سے ۴ فیٹ کے فاصلہ پر آنکھ لگا کر دیکھیں تو بتاؤ کرہ کا
 کونسا حصہ دکھائی دے گا

۱۹) بتاؤ کرہ کی سطح سے کس فاصلہ پر آنکھ لگائیں کہ کرہ کا ایک سولہواں حصہ دکھائی دے

۲۰) بتاؤ کرہ کی سطح سے کسی فاصلہ پر آنکھ لگائیں کہ کرہ کا ایک ٹھون حصہ دکھائی دے

باب ششم علم مساحت کا عمل چالیسویں فصل تمہید

۳۵۷) روزمرہ کے کاروبار میں جو قواعد مساحت کا کام پڑتا ہے اور اس کا ذکر کیا ہو فصل میں پیش کیا ہے
 کہ مکانات کے فرشوں کا سطح کرتے ہیں دیواروں پر جو کاغذ لگاتے ہیں اور کھانا اندازہ کیونکر
 ہوتا ہے اور اسے کاری اور رنگوبار وغیرہ کی کیونکر پخت ہوتی ہے غرض ایسے حسابوں میں علم
 حساب اور اصول مساحت و ابعیت ضروری

اس باب کے آخر میں ہم اور مثالیں اسی قبیل کی لکھینگے

۳۵۹) سوا اس کے اور طرح سے قواعد علم مساحت کی روزمرہ کی بعض ضروری کاموں میں
 کام آتے ہیں اور لکھا جانا کارگیروں کی اصطلاحات جاننے پر موقوف ہے اور اس کے
 قاعدہ جدا ہوتے ہیں اور تخمینہ قواعد کا رول ایسا پڑ گیا ہے کہ وہ بدل نہیں سکتا گویا
 کہ ان قواعد کے موافق حساب لگانا ایک دستور ٹھہر گیا ہے ہم ان تین بابوں میں انہیں
 باتوں کا ذکر کریں گے

چالیسویں فصل کی مثالیں

(۱) ایک کمرہ ۲۴ فٹ ۳ اینچ لمبا اور ۱۱ فٹ ۹ اینچ چوڑا اور ۱۱ فٹ ۶ اینچ بلند ہے اگر ڈیڑھ آنے فی فٹ رنگوائی میں اس کی صرف ہو تو بتاؤ کیا لاگت لگیگی

(۲) ایک کمرہ ۲۴ فٹ ۳ اینچ لمبا اور ۱۱ فٹ ۹ اینچ چوڑا اور ۱۱ فٹ ۶ اینچ بلند ہے اس کے چاروں دیواروں کی رنگوائی میں ڈیڑھ روپیہ مربع فٹ کے حساب کیا لاگت لگیگی

(۳) ایک کمرہ ۲۴ فٹ ۳ اینچ طول میں اور ۱۱ فٹ ۹ اینچ عرض میں اور ۱۱ فٹ ۶ اینچ ارتفاع میں ہو تو اس کی چاروں دیواروں کی رنگوائی دو روپیہ مربع فٹ کے حساب کیا ہوگی

(۴) ایک کمرہ ۲۴ فٹ ۱۰ اینچ طول میں ۱۶ فٹ عرض میں اور ۱۲ فٹ ۳ اینچ ارتفاع میں ہے تو ہر مربع فٹ کے حساب کیا چاروں دیواروں کی رنگوائی ہوگی

(۵) ایک کمرہ کا طول ۱۰ گز ۳ فٹ ۳ اینچ اور عرض ۵ گز ۲ فٹ ۹ اینچ اور ارتفاع ۴ گز ۶ اینچ ہے تو اس کی دیواروں پر گز بہر عرض کا اور ۹ گز کا کاغذ کتنا لگیگا

(۶) ایک صندوق لمبے اور سیدھے کی چاروں طرف منڈا ہوا ہے اور ایک مربع فٹ میں ۴۴ سیر لگا ہوا اس حساب کل صندوق میں ۲۹۴ سیر سیگے ہیں تو صندوق کا طول و عرض و ارتفاع

(۷) ایک طرف ۱۲ فٹ ۹ اینچ لمبا اور ۱۱ فٹ ۳ اینچ چوڑا اور ۱۶ فٹ ۶ اینچ گہرا ہے اس کی اطراف پر تین سیر کی چادرین لگائی گئی ہیں اور ۱۴ روپیہ کا ایک من ۱۶ سیر سیگے خرید کیا ہوا ہے

ایک مربع فٹ میں ۴۴ سیر لگتا ہو تو بتاؤ اس طرف میں کیا لاگت لگیگی

(۸) ایک طرف اوپر کی طرف کھلا ہوا ہوا اور وہ سیدھے کی چاروں طرف سے بنایا گیا ہے اور ایک لمبے چادر کا وزن ۳ سیر ہے اور وہ طرف ۱۱ فٹ ۶ اینچ لمبا اور ۱۲ فٹ ۹ اینچ چوڑا ہے اور ۱۴ روپیہ

فیٹ کی اوسمیں سمائی ہے تو سیگے وزن دریافت کرو

(۹) ایک صندوق مکعبی سمیت ۱۱ اینچ موٹے تختہ کا بنایا گیا ہے اگر اندر دیر دینی اس کے ۳ فٹ ۶ اینچ اور ۲ فٹ ۶ اینچ اور ۱۱ فٹ ۹ اینچ ہوں تو بتاؤ اس کے بنانے میں کتنے مربع فٹ تختے لگیں گے +

(۱۰) ایک ہوا جہت ۷۰ فیٹ ۴ انچ لمبی اور ۳۰ فیٹ ۴ انچ چوڑی ہے اگر اوپر پرسیسہ کی چادر میں ایک سو لہوین انچ کے برابر موٹی بچاؤ میں اور ایک مکعب انچ پرسیسہ کا وزن ۲ ۱/۲ اونس در ایک انچ مکعب کی فیت ۳ ۱/۲ پیس مقرر کریں تو بتاؤ اس جہت میں کیا لاگت لگیگی +

(۱۱) ایک گول گہر ۱۶ فیٹ اونچا اور ۱۰ فیٹ قطر کا ہے تو اسکی دیواروں کی رنگوائی بحساب آنے کر کے کیا ہوگی

(۱۲) ایک مینار مخروط مستدیر کی شکل کا ہے اسکے قاعدہ کا محیط ۴۰ فیٹ اور ارتفاع ۱۰۰ فیٹ ہے تو ۱/۲ آنے مرہم کر رنگوائی کے حساب کیا لاگت لگیگی

(۱۳) ایک پیالہ ۲ فیٹ ۴ انچ قطر کا نصف کرہ کی شکل کا ہے تو اسکی گلت کرانی ۱ ۱/۲ آنے مرہم انچ کے حساب کیا ہوگی +

(۱۴) ایک گول کمرہ ہوا اسکی عمودی دیواریں ۱۵ فیٹ بلند ہیں اور کمرہ کا قطر ۲۰ فیٹ ہے اور اسکے اوپر نصف کرہ کی شکل کا گنبد بنا ہوا ہے تو ہر فی مربع فٹ کے حساب سے اسکی استرکاری میں کیا لگے گا

(۱۵) اگر اس گنبد کو دو جہان ۱۰۰ فیٹ لمبا اور ۱۰۰ فیٹ چوڑا ہے اور اسکے طول میں سترستہ ۲ فیٹ چوڑا بنا ہوا ہے اور اس رستہ پر پتھر کا فرش بچھا ہوا ہے ۲ روپیہ ۴۰ ایک مربع فٹ پر لاگت لگی ہے اور باقی جگہ پر فرش ۲ گز کا تو بتاؤ کل کیا لاگت لگی

(۱۶) سہ منزلی مکان ہے اور ہر منزل میں تین دروازے ہیں اور سب نیچر کی منزل کے دروازے کا ارتفاع ۸ فیٹ ہے اور نیچر کی منزل کے دروازوں کا ارتفاع ۱۰ فیٹ ہے اور اوپر کی منزل کا ارتفاع ۱۲ فیٹ ہے اور عرض سب ۱۴ فیٹ ہے اگر ان دروازوں میں شیشے لگائیں ۱۰۰ مرہم فٹ نیچر کریں تو کیا لاگت لگیگی +

(۱۷) ایک مکان سہ منزلی ہے ۱۰ فیٹ ۴ انچ ۳۰ فیٹ دیواروں کے درمیان واقع ہے اور ۱۰ فیٹ

۳۱) ایچ سے ۵ فیٹ جگہ پر پٹریاں لگی ہوئی ہیں تو بتاؤ کتنی مربع فرش اسکے واسطہ درکار ہوگا
 ۱۹۱) ایک کمرہ ۲۰ فیٹ لمبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۴ فیٹ ۶ اینچ بلند ہے اسکی دیوار دن پریم
 چوڑا ۱۱ فٹ ۸ اینچ کا تختہ کتنے کالے گالے گا ان دیواروں میں دو دروازے ہیں ہر ایک ۵ فیٹ
 ۵ فیٹ ۳ اینچ ہے اور ایک آفتدان ۶ فیٹ ۶ اینچ سے ۶ فیٹ ۶ اینچ ہے اور ایک دروازہ ۱۲ فیٹ
 سے ۵ فیٹ ۶ اینچ ہے ان سب کو منہا کر کے حساب لگاؤ

(۳۲۰) ایک صحن مربع ۳۶ فیٹ لمبا اور اسکے وسط میں ایک چمن مدور ۱۳ فیٹ قطر کا ہے
 اور تین طرف اسکے ۱۶ فیٹ چوڑی کیاری پیو لون کی ہے تو بتاؤ اگر باقی جگہ میں ۱۶
 گز کا فرش کرائیں تو کیا لاگت لگے گی

اکتالیسویں فصل کاریگر و نکاح کام

(۳۶۰) کاریگر اپنا اپنا حساب جدا ہی طرح سے کرتے ہیں ایک گز یا فٹ سرکاری اون کے
 پاس ہوتا ہے اور اسی واسطے مربع فٹ اور مربع گز قبوٹ کے واسطے پیمانہ اور کعبہ اور کعبہ
 جسامتوں کے واسطے پیمانہ اونکا ہوتا ہے

(۳۶۱) فرش بنایا اور استرکاری اور پلاستر اور کبیریل اور چھپر کا کام اور رنگوائی کا کام
 مربعوں کی تعداد پر موقوف ہوتا ہے اور مربع میں ۱۰۰ مربع گز یا فٹ شامل ہوتے ہیں مثلاً
 معمار کہہ گا کہ ۵ روپیہ گز استرکاری کو لگاؤ اس کے مراد یہ ہوتی ہے کہ سو مربع گز استرکاری کی
 اجرت پانچ روپیہ ہونے غرض یہ معاملات روزمرہ لوگ دیکھتے ہیں کہ یہ حساب فی سیکڑہ
 ہوتے ہیں اور بول چال میں فی گز فی فٹ بولتے ہیں

(۳۶۲) چھتین دو طرح کی ہوتی ہیں ایک چھتین تو ایسی ہوتی ہیں جیسے کہ ہمارے مکانوں کی
 بنی ہوئی ہوتی ہیں دوسری چھتین فحی دار ہوتی ہیں جیسے کہ تم نے ریل کے ٹیشن پر
 دیکھی ہوں اور کبیریل کی چھتین اکثر فحی دار ہوتی ہیں اب یہہ عجیبان تین
 طرح کی ہوتی ہیں اور ان کے تین ہی طرح سے حساب ہوتے ہیں ۔

اول طول قچی کے بازو کا تین چوتھائی عرض مکان سے ہوتا ہے ایسی قچی کا اندازہ ا طرح ہوتا

ہے کہ عرض مکان کو ڈیوڑھا کر لیتے ہیں وہی اندازہ چہت کا ہوتا ہے

دوم مکان کے عرض کی برابر قچی کے بازو کا طول ہوتا ہے اسلئے چہت کا اندازہ مکان کے دو چہت عرض سے ہوتا ہے

سوم ارتفاع قچی کا عرض مکان کے چھ حصہ کی برابر ہوتا ہے اور صورت میں طول قچی کی لکڑیا کا $\frac{1}{3}$ عرض مکان کا ہوتا ہے اسلئے چہت کا اندازہ $\frac{1}{3}$ عرض مکان سے ہوگا

(۲۶۳) ہر قسم کے کاریگروں کے واسطے جدا جدا دستور حساب کے بندہ گئے ہیں اور اسکے موافق حساب عملاً ہوتا ہے اور نین کچھ یہ ساحت اصول کام میں نہیں آتے اسلئے تفصیل اور کنی بیان فضول ہے مگر بطور مشورہ از خردوارے ہم دروازوں کا حساب محیط کیا گئے ہیں اور اسکے موافق مزدوری لیتے ہیں اور سکو لکھتے ہیں

اکثر دروازہ کی موٹائی کو دو نو طول اور عرض پر زیادہ کر لیتے ہیں اور جو اس از دیادہ سی طول اور عرض کی مقدار ہو جاتی ہیں او کو با ہم ضرب دیتے ہیں اور حاصل ضرب کو رقبہ دروازہ کا سمجھتے ہیں اگر کوڑا ایک طرف دلہار ہوں تو رقبہ ڈیوڑھا کر لیتے ہیں اور اگر دو نو طرف دلہار ہوں تو رقبہ کو دو چہت کر لیتے ہیں +

مثلاً فرض کرو کہ دروازہ ۵ فیٹ ۵ اینچ بلند اور ۳ فیٹ ۳ اینچ چوڑا اور ایک اینچ موٹا ہو تو ارتفاع ۵ فیٹ ۴ اینچ اور عرض ۴ فیٹ ۲ اینچ بنائینگے تو رقبہ مربع فیٹ میں

$۵ \frac{1}{4} \times ۴ \frac{1}{2}$ یعنی $۲۲ \frac{۱}{۲}$ یعنی $۳۲ \frac{۱}{۲}$ مربع فیٹ ہے

اب اگر کوڑا ایک طرف دلہار ہو تو $۳ \frac{۱}{۲}$ مربع فیٹ کی مزدوری دی جائیگی اور اگر دو نو طرف دلہار ہو تو ۴ مربع فیٹ کی اجرت دی جائیگی

(۲۶۴) الجھیر ہمیشہ اینٹوں کا حساب کعب گز سے کرتے ہیں مگر یہ جو رزمہ کی عبارت میں آئی ہے کام ہوتا ہے اور اس کا حساب ایک اور طرح سے ہوتا ہے اب ہم اس کا بیان کرتے ہیں

(۳۶۵) اینٹ کی دیوار کا آثار ڈیڑھ اینٹ کا سوا و سکو آثار کا سرکاری اندازہ کہتے ہیں پس جو اینٹ کا کام اس اندازہ کے موافق ہوتا ہے اس کا تخمینہ اس رقبہ کے مربع گزوں سے کرتے ہیں جو اینٹ کے کام کے طول اور ارتفاع سے بنتا ہے یا روڈ کے مربعوں سے حساب لگاتے ہیں اور ہر ایک روڈ مربع میں ۳۰ ۱/۲ مربع گز ہوتے ہیں یعنی ۲۷۲ ۱/۲ مربع فیٹ پس روڈ اینٹ کا کام وہ ہوتا ہے جسکی سطح ایک روڈ مربع اور آثار اس کا ڈیڑھ اینٹ ہو اور اس روڈ کو پیمائش سرکاری کہتے ہیں جہاں ہم روڈ پیمانہ لکھیں وہاں ہی روڈ سمجھنا

(۳۶۶) ایک دیوار میں تعداد روڈ کے پیمانوں کی دریافت کرو

قاعدہ اینٹ کے کام کی سطح دریافت کرو اور ۲۷۲ ۱/۲ پر تقسیم کرو خارج قسمت روڈ پیمانوں کی تعداد ہوگی بشرطیکہ آثار دیوار کا اندازہ معینہ سرکاری کہتا سوا اگر اندازہ سرکاری نہ ہو تو خارج قسمت کو آثار کی نصف اینٹوں میں ضرب اور حاصل ضرب پر تقسیم کرو عمل میں اکثر ۲۷۲ ۱/۲ کی جگہ ۲۷۲ سے کام میں لاتے ہیں

(۳۶۷) مثالیں

(۱) ایک دیوار اینٹ کی ۵۰ فیٹ لمبی اور ۱۱/۲ فیٹ بلند اور ۱/۲ اینٹ آثار کی ہے اس میں روڈ پیمانے کی دریافت کرو

$$۵۶۴ = \frac{۱۷ \times ۵ \times ۳۵}{۵۴۴} = \frac{۲۹ \times ۵ \times ۳۵}{۲۷۲} = \frac{۵}{۳} \times \frac{۱۷ \times ۱۰۵}{۲۷۲}$$

پس تعداد روڈ پیمانوں کی ۵ ۱/۲ تخمینا ہوئی

(۲) ایک چہت سلامی کی بنی ہوئی ہے اور ۵ فیٹ بلند ہے اور قاعدہ اس کا ۲۰ فیٹ ہے اور آثار دو اینٹ کا ہے

$$\frac{۴۲۲}{۴} = \frac{۲۰}{۹} = \frac{۵}{۳} \times \frac{۵}{۳} = \frac{۱۵ \times ۲۰}{۹ \times ۲}$$

پس تعداد معینہ گزوں کی ۴۲۲ ہے

(۳۶۸) اکثر اینٹیں ۸ ۱/۲ انچ لمبی اور ۴ انچ چوڑی اور ۲ ۱/۲ انچ موٹی ہوتی ہیں مگر جب اون میں چونا لگتا ہے تو اینٹ کے کام میں ایک انچ طول اور عرض

اور دل میں بڑھانے میں پس اسٹے اینٹ کے طول اور عرض دل و اینچ اور ۲ اینچ اور ۳ اینچ خیال کرتے ہیں اور ایک روڈ پیمانہ میں ۴۵۰۰ اینٹیں بعد

اکتالیسویں فصل کی مثالیں

(۱) ایک دیوار ۲۰ فٹ ۶ اینچ لمبی اور ۴ فٹ ۸ اینچ بلند اور ۲ اینچ آثار کی ہے اور زمین روڈ پیمانوں کی تعداد دریافت کرو

(۲) ایک محراب مثلثی دیوار بنی ہوئی ہے اور اس کا ۲ اینٹ کا آثار ہے اور ۲ فٹ لمبی اور ۲ فٹ اولتی تک ہے اور ۳۶ فٹ زمین سے چہت کی کلر تک بلند اور زمین تعداد روڈ پیمانوں کی دریافت کرو

(۳) ایک دیوار کی ۱۰ فٹ اونچی سڈ مثلثی سلامی کی بنی ہوئی ہے اور دیوار ۳۶ فٹ بلند ہے اور عرض اس کا ۲ فٹ ۶ اینچ آثار اور ۲ اینچ کا اور ۷۰ روپے فی روڈ کے حساب سے کیا لاگت اور سپر لیگی +

(۴) ایک مکان کے سرے کی دیوار ۳ فٹ لمبی اور ۲ فٹ اولتی تک بلند ہے اور اوپر ایک مثلثی دیوار ۱۰ فٹ بلند ہے اور ۲۰ فٹ کی بلندی تک دیوار ۲ اینچ آثار کی ہے اور ۲۰ فٹ سے ۴۰ فٹ تک اس کا آثار اور مثلثی دیوار ۱ اینچ آثار کی ہے تو بتاؤ کتنے پیمانے گزراؤ زمین میں +

(۵) فرض کرو کہ ڈھائی روڈ پیمانے زمین میں اور ایک روڈ زمین ۴۵۰۰ اینٹیں لگتی ہیں اور مصالح چونہ وغیرہ میں فی روڈ پیسہ لگتا ہے اور مزدوری ڈھائی روپے فی روڈ تو بتاؤ اس حساب سے ۱۳۶ فٹ لمبی ۸ فٹ بلند اور ۲ اینچ کے آثار کی دیوار میں کیا لاگت لگے گی

(۶) ایک مکان کا طول ۲۰ فٹ اور ۳۵ فٹ عرض ہے اور پہر قچی دا چہت قسم اول

کے ۱۲ روپیہ فی مربع کے حساب سے مین ٹینک

(۷) ایک مکان کا طول ۱۲۰ فٹ اور عرض ۲۰ فٹ ہو اور سپر فیس ۲۰ فٹ کی فچی دار چھت ۱۲ روپیہ فی مربع کے حساب سے مین ٹینگی

(۸) ایک مکان ۲۰ فٹ طول میں اور ۲۰ فٹ عرض میں سیسی کچی درون سے پٹا ہوا ہے اور چھت فچی دار ہے اور اس کا ایک پڑا گیارہ بارہ ان عرض مکان سے ہو اور وزن سیسہ کا فی مربع فٹ ۱۰ پونڈ ہے اور قیمت ۲۱ شلنگ فی ہنڈریڈ وٹ ہے تو بتاؤ کیا لاگت اس مکان کی چھت کے اندر لگی ہوگی +

(۹) ایک حصار ۴۰ فٹ ۵ انچ سے ۲۰ فٹ ۲ انچ ہے اس کی قیمت ۱۰ پونڈ ۵ شلنگ فی مربع کے حساب سے لگایا ہوگی

(۱۰) ایک مکان کا فرش ۴۰ فٹ ۴۰ فٹ ہو اور اس کے فرش کی لاگت ۱۰ پونڈ ۵ شلنگ فی مربع کے حساب سے لگایا ہوگی اور اوپر دہشت دان بن اور ہر ایک ۱۰ فٹ سے ۴۰ فٹ ہو اور کمون فرس کے حساب سے مین نہ لگاؤ

(۱۱) ایک کمرہ ۲۰ فٹ ۱۰ انچ طول میں اور ۱۲ فٹ بلند ہے اس کے گچ کرنے میں ۱۰ روپیہ فی مربع گز کے حساب سے کیا لاگت ٹیلیگی

(۱۲) ایک مکان کی چھت کا طول ۵۰ فٹ اور طول اس رسی کا جو اوتی سے اوتی تک لگائی جائے ۱۰ فٹ ۱۰ فٹ تو قیمت چھت کی ۲۲ روپیہ ۱۲ کی فی مربع فٹ کے حساب سے دریافت کرو (۱۳) ایک بلغ کی دیوار ۸۰ فٹ لمبی اور ۱۰ فٹ بلند ہو اور ایک اینٹ کا شمار ۱۰ روپیہ ۱۰ بن ہر ایک ستون ۱۰ فٹ چوڑا ہے شمار اس کا ۱۰ اینٹ کا ہے اس میں پیمانے گزوں کے دریافت کرو

(۱۴) ایک کمرہ ۲۰ فٹ طول اور ۱۰ فٹ عرض اور ۱۲ فٹ بلند ہو ایک آنہ فی مربع گز کے حساب سے اس کے گچ کرانی اور ۱۲ فی مربع گز کے حساب سے اس کی چھت بنوائی دریافت کرو

(۱۵) ایک کمرہ ۲۸ فٹ سے ۱۶ فٹ اور دوسرا کمرہ ۲۴ فٹ سے ۱۵ فٹ ۶ انچ ہے اور اس کے فرش بنوائی ۵ روپیہ فی مربع کے حساب سے دریافت کرو

(۱۶) ایک کمرہ ۵ فٹ لمبا اور ۲۰ فٹ چوڑا اور ۱۲ فٹ بلند ہے اور دیوار پر تھرا رنگ بھرا اور ہر دفعہ ۵ روپیہ فی مربع رنگوائی کا دیا گیا ہے تو نیا دیکھا لاکٹ اس میں لگی ہوگی

بیانسوان باب لکڑی کی پیمائش

(۳۶۹) اگر لکڑی کے ٹکڑے کی شکل ون عجبات کی سی ہو جیسا ذکر جو ہے باب میں کیا گیا ہے تو اس کی پیمائش و قاعدہ کی مخصوص وں محسوس سے ہو جائیگی اور اگر کوئی خاص شکل نہ ہو تو دفعہ ۳۰ کے موافق مساوی الابعاد تراشون کی وساطت سے ہم اس کی جسامت دریافت کر سکتے ہیں دو صورتیں ایسی پیش آتی ہیں اول کہ واسطے قاعدہ مقرر کئے گئے ہیں گو وہ صحیح نہیں مگر ایسی آسان اور سادہ ہیں کہ محاسبین ان کی بہت سے کو پسند کیا ہے اور وہ قاعدہ ذیل میں لکھ جاتے ہیں (۳۷۰) چونکہ کوئی لکڑی کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ - اوسط عرض کو مٹائی کی اوسط میں ضرب و اور حاصل ضرب کو طول میں ضرب تو حاصل لکڑی کی جسامت ہوگی

اوسط عرض کا اسطرح دریافت ہوتا ہے کہ برابر فاصلہ پر مختلف مقامات پر لکڑی کے عرض قیاس کیا جائے اور ان سب عرضوں کو جمع کرو اور جو حاصل جمع ہوا اس کو تعداد مقامات پیمائش پر تقسیم کرو تو حاصل اوسط عرض ہوگا اور اسی طرح اوسط مٹائی کا بھی حاصل ہو سکتا ہے

(۳۷۱) مثالین

(۱) ایک لکڑی کا طول ۲۴ فٹ ہے اور اوسط عرض ۱۶ فٹ ۶ انچ اور اوسط مٹائی کا ۱۶ انچ

$$۶۳ = \frac{۳}{۴} \times \frac{۵}{۴} \times ۲۴ = \frac{۱}{۴} \times \frac{۳}{۴} \times ۱۶ \times ۲۴$$

پس ہر دو حصہ یکے کے برابر ہوگا

(۲) ایک لکڑی کا طول ۱۶ فٹ ہے اور مٹائی اس کی ایک سرے پر ۱۶ فٹ ہے اور دوسرے

سر سے پرافٹ ۸ انچ ہے اور عرض ۲ فٹ ہے
اب موٹائی کا نصف مجموعہ ۱ اور ۲ ہو گا یعنی ۱ ۱/۲

$$۳۲ = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{4} \times ۱۶$$

پس حجم ۴ مکعب فیٹ ہے

(۳۲) اگر کڑی گاؤڈم ایک سر سے دوسرے تک ہو تو اکثر اسکے وسط کا عرض او
عرض کی جگہ لے لیتے ہیں کیونکہ جو عرض پیچہ بین ہو گا وہ وہی ہو گا جو سر کے عرض کا
اوسط نکالنے سے ہوتا اور اس سطح موٹائی کی اوسط کا تخمینہ ہوتا ہے لیکن اس صوت میں کڑی
ذوزرقہ ہوتا ہے تو بموجباً عدد ۲۸۲ کے ہم اوس کا حجم ٹھیک دریافت کر سکتے ہیں مگر قاعدہ جسے
حجم تخمیناً نکلتا ہے اوس قاعدے کے تحقیقی حجم دریافت ہوتا ہے بہت آسان ہے۔
اگر دوسری مثال میں دفعہ ۱۴ کی موٹائی گاؤڈم ہوتی جائے اور عرض ہی رہے تو قاعدہ
بالکل صحیح نتیجہ حاصل ہوگا۔ اس صورت میں کڑی منشور کی صوت ہوگی اور سرے اوسکے
ذوزرقہ ہوں گے اور منشور کا ارتفاع کڑی کا ارتفاع ہوگا اور یہی کیفیت اوس صورت میں
ہوگی کہ موٹائی تو ایک ہی رہے مگر عرض برابر گاؤڈم ہوتا جائے

(۳۳) ایک گول لکڑی کا یا ایسی لکڑی کا جو چوکوئی نہ ہو حجم دریافت کرو
قاعدہ اوسط چوتہائی گروہ کی مجذور کو طول میں ضرب دو تو حاصل ضرب حجم ہوگا
(۳۴) مثالیں

(۱) ایک لکڑی جو چوکوئی نہیں ہے اوسکا گروہ ۶ فیٹ ہے اور طول اوسکا ۲۲ فیٹ ہے
چوتہائی گروہ کی ۲ فیٹ ہے اور ۲ کا مجذور ۴ ہے اور ۴ × ۲۲ = ۸۸ پس حجم ۲ مکعب فیٹ
حاصل ہوگا۔

(۲) ایک کڑی جو چوکوئی نہیں ہے اوسکا گروہ ایک سر پرہ فیٹ ہے اور دوسرے سر پر
۶ فیٹ اور طول اوسکا ۲۲ فیٹ ہے

اب یہاں اوسط گروہ کا ۶۴۵ اور اسیٹھ اوسط چوتھائی گروہ کا ۱۱۱۱ ہوگا اور ۱۱۱ کا مربع

۱۲۱ ہے

$$\frac{121}{49} \times 22 = \frac{22 \times 121}{49} = \frac{2662}{49} = 54 \frac{26}{49}$$

۵۴ مکعب فیٹ حجم مطلوب ہے

(۳۵) اگر کڑی کی ٹہٹ اسطوانہ کی معینہ ہو تو اس کا حجم موجب قاعدہ دفعہ ۲۷ کے دریافت کر سکتے ہیں۔ یہ کو یہ معلوم ہے کہ اگر کڑی اسطوانہ مستدیر قائم ہو تو دفعہ ۳۳ کے قاعدہ اس کے حجم دریافت کرنے میں اصل حجم سے اس کی پوری تین چوتھائی سے کچھ زیادہ بنتی نکلتا ہے شاید یہ قاعدہ اس سبب بنایا گیا ہو کہ جب اس لکڑی کو چوکور کرتے ہیں تو بہت سے چیلنے میں ضائع جاتے ہیں اس کو بھی حساب میں لگایا ہے دفعہ ۱۳ کے آخر مثال دیکھو اگر اسطوانہ مستدیر کی شکل کی صورت نہ ہو تو قاعدہ مذکور سے قریب قریب صحیح حجم کے حجم نکلتا ہے (۲۷) ڈاکٹر ہٹن صاحب دفعہ ۳۳ کی قاعدہ کی جگہ یہ قاعدہ مقرر کیا ہے کہ اوسط گروہ کی ایک پانچویں کو دو چاندول میں ضرب ڈاکٹر صاحب کے قاعدہ سے حجم ۳۲ گنا زیادہ اصل حجم سے نسبت معمولی قاعدہ کے نکلتا ہے مگر جب کڑی اسطوانہ مستدیر ہو تو اس قاعدہ سے بہت قریب قریب صحیح حجم کے نتیجہ پیدا ہوتا ہے

(۳۷) اگر کڑی چوکھوئی نہ ہو مگر برابر گاؤں دم ایک سر سے سر سے سر سے تک ہونی چاہئے تو وسط کی گروہ کو اوسط گروہ کا شمار کرتے ہیں اور یہ ظاہر ہے کہ وسط گروہ برابر دونوں سروں کے گروہ کی نصف مجموعہ کے برابر ہوگا۔ اگر سر سے معینہ دائرے ہی ہوں اور کڑی برابر گاؤں دم ہوتی جائے تو وہ حقیقت میں مخروط مستدیر ناقص ہے اس لئے اس کا حجم موجب قاعدہ دفعہ ۲۷ کے ٹھیک ٹھیک دریافت ہو سکتا ہے تخمیناً حجم دریافت کرنے کا قاعدہ بہ نسبت تحقیقی حجم دریافت کرنے کے قاعدہ کے آسان ہے

بیالیسویں فصل کی مثالیں

جن کڑیوں کی استاد تفصیل فیل معلوم ہیں انہیں مکعبیت دریافت کرو

(۱) طول ۲۲ فیٹ عرض ایک سر پر ۲ فیٹ ۹ انچ اور دوسرے سر پر ۲ فیٹ ۳ انچ موٹائی

ایک سر پر ایک فٹ ۱۰ انچ اور دوسرے سر پر ایک فٹ ۶ انچ

(۲) طول ۲۴ فیٹ اوسط عرض ۳ ۱/۲ فیٹ اوسط موٹائی ۱ ۱/۲ فیٹ

(۳) طول ۳۲ فیٹ اوسط عرض ۲ ۱/۲ فیٹ اوسط موٹائی ۱ ۳/۴ فیٹ

(۴) طول ۵۶ فیٹ اوسط گروہ ۵ فیٹ

(۵) طول ۳۲ فیٹ گروہ ایک سر پر ۲ انچ اور دوسرے سر پر ۳ ۵/۸ انچ

(۶) طول ۲۳ فیٹ اوسط گروہ ۲۰ انچ

(۷) ایک کڑی ۶ ۱/۲ فیٹ لمبی ہے اور برابر گاؤں و دھم ہوتی ہے اور اس کے عرض اور موٹائی ایک سر پر

۳۰ انچ اور ۲۰ انچ ہے اور دوسرے سر پر ۲۶ انچ اور ۱۶ انچ لکڑی مین مکعب فیٹ بموجب

قاعدہ دفعہ ۳۷۰ کے دریافت کرو

(۸) اوپر کے سوال کی لکڑی مین مکعبیت بموجب قاعدہ دفعہ ۲۸۳ کے دریافت کرو

(۹) ایک کڑی ۴۰ فیٹ لمبی برابر گاؤں و دھم ہوتی ہے ایک ادارہ ہے اور اس کا محیط ۷۷ فیٹ ہے

اور دوسرا سراہی دائرہ ہے اور اس کا محیط ۴۸ فیٹ ہے اس مین مکعب فیٹ بموجب

دفعہ ۳ کے دریافت کرو

(۱۰) اوپر کی کڑی مین مکعبیت بموجب دفعہ ۲۸۰ کے دریافت کرو

(۱۱) نوین مثال کی کڑی مین مکعبیت بموجب دفعہ ۲۶۶ کے دریافت کرو

(۱۲) ایک کڑی مثال ۱ کی چوڑائی بنائی چلے اور سرے اس کے آخر سے ہون چتر ٹیپ

ہونی ممکن ہوں تو یہ کڑی جو چہل چہلا کرتی ہے اس مین مکعبیت دریافت کرو سولہویں باب

کی مثالیں ۱۵ اور ۲۰ دیکھو

پنٹاگونین فصل طروف کا ناپنا

(۳۷۸) ظروف کے ناپنے سے مراد ہماری یہ ہے کہ ہم پیون کے ظرف دریافت کریں یعنی یہ دریافت کریں کہ اون ظروف میں مالیات کی سمائی کس قدر ہوگی
 پیسے مختلف شکل کے بنا کر ملتے ہیں اور اونکی ظروف کو تخمینہ کر کے مختلف قاعدے موافق اونکے ہیئت کر بیان ہوئے ہیں بعض قاعدوں میں ٹھیک ٹھیک ظرف اونکے دریافت ہوتے ہیں اور بعض تخمیناً معلوم ہوتے ہیں مثلاً فرض کرو کہ ایک پیہہ دو برابر ناقص مخروط مستدیر کے قاعدوں کے ملانے سے بننا ہو تو اس کا حجم بالکل ٹھیک ٹھیک ہو جائے گا ۲۶۸ کے دریافت کر سکتے ہیں اور اگر کسی پیہہ کی شکل اس شکل سے ملتی ہو گا بالکل ایسی ہو تو موافق سابق کے عمل کرنے سے ہم کو تخمیناً حجم کا بھی معلوم ہو جائے گا گو بالکل ٹھیک معلوم ہو

(۳۷۹) مگر ایک خاص قاعدہ ہے جس ہر قسم کے پیون کے حجم یا ظرف معلوم ہو سکتی ہیں خواہ اونکی کچھ ہی ہیئت ہو اور اس قاعدہ سے عمل میں بہت فائدہ ہوتا ہے اس کے اندر ہم کو پیہہ کے اندر تین چیزیں معلوم ہونی چاہئیں ایک طول دوسرا ایک سر کا قطر جس کو قطر اس کہتے ہیں اور وسط کا قطر جس کو قطر متوسط کہتے ہیں

(۳۸۰) یہ پیہہ کی امتداد ہمیشہ انچون میں بیان ہوتی ہیں

(۳۸۱) ایک پیہہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ قطر متوسط کی مربع کا ۳۹ گنا اور قطر اس کے مربع کا ۲۵ گنا اور ان قطروں کے حاصل ضرب کا ۲۶ گنا لو اور ان کو جمع کرو اور اس حاصل جمع کو پیہہ کی طول میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۳۱۴۲۰۰ میں ضرب دو تو حاصل ضرب کے موافق گیلن اوس پیہہ میں ہوں گے

(۳۸۲) مثالین

(۱) پیہہ کا طول ۴۰ انچ اور قطر متوسط ۳۲ اور قطر اس ۲۲ ہے

$$۳۹۹۳۹ = ۳۲ \times ۳۲ \times ۳۹$$

$$۱۴۲۰۰ = ۲۲ \times ۲۲ \times ۲۵$$

$$۱۹۹۹۸ = ۲۴ \times ۳۲ \times ۲۶$$

$$۶۴۳۰۴ = ۱۹۹۹۸ + ۱۴۴۰۰ + ۳۹۹۳۶$$

$$۹۳۶۵۴۲۹ = ۶۰۰۰۰ \times ۳۱۴۶۳ \times ۴۰ \times ۷۴۳۰۴$$

پس پیپہ کا حجم ۹۳ گیلن ہے

(۲) پیپہ کا طول ۲۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۱۶ اور قطر اس ۱۲ ہے

$$۹۹۸۴ = ۱۶ \times ۱۶ \times ۳۹$$

$$۳۶۰۰ = ۱۲ \times ۱۲ \times ۲۵$$

$$۴۹۹۲ = ۱۶ \times ۱۲ \times ۲۶$$

$$۱۸۵۷۶ = ۴۹۹۲ + ۳۶۰۰ + ۹۹۸۴$$

$$۱۱۵۹۹۲۸ = ۶۰۰۰۰ \times ۳۱۴۶۳ \times ۲۰ \times ۱۸۵۷۶$$

پس پیپہ کا حجم ۱۱۵ گیلن ہے

(۳۸۳) بعض اوقات اس امر کی ضرورت پڑتی ہے کہ ایک فن مایعات جس قدر بڑا ہوا ہو
اوسکی مقدار دریافت کرنی ہوتی ہے جو حصہ بڑا ہوا ہوتا ہے اوسکو تر حصہ کہتے ہیں اور جو خالی حصہ
ہوتا ہے اوسکو خشک حصہ

(۳۸۴) یہ دو صورتیں واقع ہو سکتی ہیں ایک یہ کہ پیپہ کھڑا ہوا ہو دوسرا یہ کہ لیٹا ہوا ہو
اب ہم اول صورت کا بیان کرتے ہیں جو مایع ہوا اوسکے غنی کو تر بچا کہتے ہیں اور جو تر انچون
اور طول پیپہ کے انچون میں فرق ہوتا ہے اوسکو خشک انچ کہتے ہیں

(۳۸۵) ایک کھڑے ہوئے پیپہ کے حصہ پر کا جو نصف پیپہ سے کم ہے تخمینہ کرو

قاعدہ خشک انچون کے مربع کو قطر متوسط اور قطر اس کے انچون کے فرق میں ضرب دیا حاصل

کو طول کے مربع پر تقسیم کرو اور اسکو قطر متوسط سے تفریق کرو تو حاصل کو پیپہ کے تر حصہ کا

اوسط قطر شمار کر سکتے ہیں

پس اب قاعدہ وہ برتو جو اسطوانہ کی حجم دریافت کرنے میں برتا کرتی ہو اور وسط قطر کے مربع کو تراپچون میں ضرب دے اور حاصل ضرب کو ۲۸۳۲۷۰۰۰ میں اور حاصل ضرب گیلین کے تعداد شمار کرو (۳۸۶) اب کپڑی ہوئی پیپہ کے اوس تر حصہ کا تخمینہ کرو جو نصف پیپہ سے زیادہ ہے دفعہ ۳۸۶ کی ترکیب کا استعمال کرو اور تراپچون کی جگہ خشک اپچون کو کام میں لاؤ تو اسی ہلکو خشک حصہ معلوم ہوگا اب اس خشک حصہ کو کل پیپہ کے حجم میں سے تفریق کرتو باقی تر حصہ (۳۸۶) مثالین

(۱) طول پیپہ کا ۴۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۳۲ ہے اور قطر اس ۲۴ اور تعداد تراپچون کی ۱۰ ہے حصہ ترکو دریافت کرو

خشک اپچون کی تعداد ۲۰ ہے اور فرق قطر متوسط اور قطر اس کا ۸ ہے

$$\frac{۵۵}{۲} = \frac{۹}{۲} - ۳۲ \text{ اور } \frac{۹}{۲} = \frac{۸ \times ۳۰ \times ۳۰}{۲ \times ۳۰}$$

پس اوسط قطر $\frac{۵۵}{۲}$ حاصل ہوا

$$۲۱۵۳۲۱۵ = ۱۰۰۲۸۳۲۷۰ \times ۱۰ \times \frac{۵۵}{۲}$$

پس تر حصہ قریب ۲۱۵ گیلین ہے

(۲) پیپہ کا طول ۲۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۱۶ اور قطر اس ۱۲ اور تراپچون کی تعداد ۱۵ ہے تر حصہ دریافت کرو

اب اول ہم خشک حصہ دریافت کرتے ہیں

$$\frac{۵۵}{۲} = \frac{۹}{۲} - ۱۶ \text{ اور } \frac{۹}{۲} = \frac{۲ \times ۱۵ \times ۱۵}{۲ \times ۳۰}$$

$$\frac{۵۵}{۲} \times \frac{۵۵}{۲} = ۸۰۰۲۸۳۲۷۰ \times ۵ \times \frac{۵۵}{۲}$$

بوجہ دفعہ ۳۸۶ کے کل حجم پیپہ کا ۱۱۵۴۹۲۸ ہے اس میں سے ۲۱۵۴۶۶۶ کو تفریق کرو

تو باقی ۹۳۰۱۵۱ ہے پس حصہ ۹ گیلین کے قریب ہے

(۳۸۶) جو لٹا ہو پیپہ ہو اس کی حصہ ترکو دریافت کرنے کا قاعدہ قابل اطمینان نہیں سائن ہو سکتا

جو قاعدہ مہین صاحب بیان کیا اور مہین پیپہ کو اسطوانہ مانا ہے اصل قاعدہ یہ ہے
 اول اوس قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جو طول پیپہ پر ایک سطح عمود سی تر حصہ میں سے تراشی
 جائے اور اس قہر کو پیپہ کے طول میں ضرب دو اور اس حاصل ضرب کو ۲۰۰۰۰۰۰۰ تقسیم کرو
 تو حاصل ضرب تعدا گیلین کے حصہ ترین ہوگی

(۳۸۹) اکثر جوانانہ اسطوح پیپوں کا کرتے ہیں وہ ایک کاری کے ملازم بذریعہ آلات کرتے ہیں
 کا جنگ روڈیا ڈائی اوگنل روڈ کہتے ہیں اور ان کے واسطے جدا قاعدے ہوتے ہیں ان
 آلات سے کچھ صحیح حال نہیں دریافت ہوتا مگر سوا ان آلات کے کسی طرح اور طلب
 آسانی سے بھی نہیں حاصل ہو سکتا اس لئے ان آلات ہی کے استعمال کو سب نے
 بہتر جانا ہے بیان کرنے سے ان آلات کا حال ایسا عین انہیں ہوتا جیسا کہ اوں کے
 معائنہ کرنے سے کیفیت اوں کی مشاہدہ ہوتی ہے

تینتالیسویں فصل کی شالین

جن پیپوں کی امتداد تفصیل ذیل سے معلوم ہیں اوں کے حجم دریافت کرو

(۱) طول ۵۰۶ قطر متوسط ۳۱۵ قطر اس ۲۲۵

(۲) طول ۴۵۵ قطر متوسط ۲۸۵ قطر اس ۲۱۵

(۳) طول ۴۲۵ قطر متوسط ۲۲۵ قطر اس ۲۴۵

(۴) طول ۳۰۵ قطر متوسط ۲۴۵ قطر اس ۲۳

(۵) طول ۴۶۸ قطر متوسط ۳۰۵ قطر اس ۲۶

(۶) طول ۳۲۵ قطر متوسط ۳۲۳ قطر اس ۲۵۴

(۷) طول ۴۶۹ قطر متوسط ۳۱۵ قطر اس ۳۶۱

کہے ہوئے پیپوں میں تر حصوں کے حجم دریافت کرو اوں کی امتداد تفصیل ذیل معلوم ہیں

(۸) طول ۶۰ قطر متوسط ۳۶ قطر اس ۳۰ تراخ ۱۲

(۹) طول ۵۰ قطر متوسط ۳۲ قطر اس ۲۰ تراچ ۱۰

(۱۰) طول ۲۰ قطر متوسط ۲۰ قطر اس ۲۲ تراچ ۹

(۱۱) طول بیسہ کا پہلی مثال میں او ایچ زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ حجم ۲۲ گیلن کے زیادہ ہوگا

(۱۲) اگر مثال ۲ میں قطر اس او ایچ زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ حجم قریب ۲۰ گیلن کے زیادہ ہوگا

(۱۳) اگر قطر متوسط مثال ۳ میں او ایچ زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ حجم قریب ۲۳ گیلن کے زیادہ ہوگا

(۱۴) اگر ہر ایک متداد مثال اول کا بقدر او ایچ کے زیادہ ہو جائے تو ثابت کرو کہ حجم بقدر ایک گیلن کے زیادہ ہوگا

سالتوان بابے وینگ یعنی زمین کے پیمائش چوالیسویں مصل جریب

(۳۹۰) زمین کی پیمائش میں بعض قواعد مساحت بہت بکار آمد ہیں اور بیان اب ہم کہتے ہیں

(۳۹۱) زمین کی پیمائش جریب سے ہوتی ہے اور یہ جریب میں مختلف طرح کی ہوتی ہیں کہیتوں کی پیمائش

میں انگلستان کے اندر گزرتے فصاحب کی جریب کام میں آتی ہے اور وہ ۴ بول یعنی ۲۲ گز یعنی ۱۰۸ فٹ

اور افریقا میں اوسمیں ہوتی ہیں اور ہر ایک گری ۲۲ گز یعنی ۱۰۸ فٹ یعنی ۱۰۸ فٹ یعنی ۱۰۸ فٹ

میں اکثر ۱۰۰ فٹ کی جریب کا استعمال رہتا ہے اور اوسمیں ۱۰۰ افریقا میں ہوتی ہیں اور ہر

گری ایک فٹ کی ہوتی ہے اور یہاں ۱۰۰ فٹ جریب کے بلکہ ہونے کے سبب استعمال میں آتا ہے

میں اور کہیتوں کی ہندوستانی پیمائش میں ۴۰ گز یعنی جریب ہوتی ہے اور ہر گز کے میں

حصے ہوتے ہیں اور ہر حصہ کو گتہ کہتے ہیں اور گتہ میں تین گز ہوتے ہیں

(۳۹۲) جنہی اوس نشان کو کہتے ہیں جو زمین میں کسی مقام کے بتانے کے واسطے کاڑھیں

(۳۹۳) پیمائش کی تمام کیفیت اور حالات لکھنے کے لئے ایک کتاب ہوتی ہے اسکو انگریزی

مساحت میں فیلڈ بک کہتے ہیں اور ہندوستان میں کہیتوں کی پیمائش کیلئے جریب کہتے ہیں

(۳۹۴) اب ہم یہ بیان کرتے کہ خط مستقیم کو کس طرح جریب سے پیمائش کرتے ہیں

اول ہم فرض کرتے ہیں کہ خط مستقیم جس کو پیمائش کرتے ہیں وہ فاصلہ دو نقطوں کا ہے اور ہر نقطہ پر ایک جہنڈی لگی ہوئی ہے

دس فی زمین میں گائیکے لئے لیتے ہیں۔ دو آدمی جرب سے پیمائش کرتے ہیں ایک شخص جو جرب کو آگے کہنچتا ہوا دیکھو اگلا جرب کش کہتے ہیں اور دوسرے کو پھللا۔ یہ دونوں آدمی ایک جہنڈی پر کھڑے ہوتے ہیں اور اگلا جرب کش دس سوؤں کو ہاتھ میں لیکر اور جرب کش ایک سر کو پکڑ کر دوسری جہنڈی کی طرف چلتا ہوا پھللا آدمی جرب کش دوسرے سر کو اول جہنڈی پر پکڑے پھیلاتا ہوا جرب جرب بٹنکر بالکل پھیل جاتی ہو وہاں جرب کش ایک سو اگلا دیتا ہو تاکہ مقام جرب کا معلوم ہو کہ یہاں تک پہنچا ہوا پھر یہ شخص وہاں سے بھی جرب کش لیکر اسی طرح چلتا ہے جب تک پہلے چلا تھا اور پھللا آدمی ہی اوس سوئی کے پاس آتا ہوا دوسرا سر جرب کش پکڑ رہا ہے جب تک دوسرا آدمی پوری جرب کو نہ پکڑ پھللا تا ہوا وہاں پھر دوسرا سر لگا کر آتا ہوا پھر پھللا آدمی پہلی سوئی کو ہاتھ میں لیکر دوسری سوئی کی طرف جاتا ہے اور یہی عمل متواتر جاری رہتا ہے جب تک کہ طول مطلوب کی پیمائش ہوتی ہے

جب دس سوئی پہلی آدمی کے ہاتھوں میں آجائیں تو وہ فیلڈ بک میں لکھتا ہے کہ طول دس جرب کا پایا گیا ہے اور دس سوئی وہ پیرا لگی جرب کش کو دیتا ہوا پھر پہلی طرح کا کام شروع ہوتا ہے اور جرب دوسری جہنڈی پر جرب کش کہنچتا ہو تو فیلڈ بک میں یہ معلوم ہوتا ہے کہ کتنی دہائی جرب کی پیمائش ہوئی اور جتنی سوئی پہلی آدمی کے ہاتھ میں ہوتی ہیں اوس سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ کتنی جرب میں دہائیوں کے سوا پیمائش ہوئی ہیں اور جہنڈی اور آخر سوئی کے درمیان جو کڑیاں ہوں ان کی تعداد گن لی جاتا ہے اس طرح طول معلوم ہو جاتا ہے

(۲۹۵) جرب سے پیمائش کرنے میں بڑی احتیاط اور خبرداری اس باب میں چاہئے کہ جرب سے ہی کہنچی اور سمت نہ بدلے پیمائش ایک سیدہ میں پہلی جگہ احتیاطاً صحت کے واسطے دوڑہ پیمائش کیا کہتے ہیں۔ جب اگلا جرب کش سو اگلا آتا ہو تو وہ بڑی ہوشیاری سے

اس بات کو دیکھتا ہے کہ سوئی اور جہنڈی کے درمیان خط مستقیم پھیل جرب کش کی سوئی پر سے گزرتا ہے اور ایسے ہی پھیلا آدمی یہ بات بڑی احتیاط سے دیکھتا ہے کہ اوسکی سوئی اور دوسری جہنڈی کے درمیان جو خط مستقیم کھینچا جائے وہ اگلے جرب کش کی سوئی پر گزرتا ہے سر کے (۳۹۶) اگر کہیت یا قطعہ زمین شکل مستقیمۃ الاضلاع کی صورت ہو تو نواس خطوط کا طول دریافت بموجب قواعد باب سوم ہم اوسکا قسب دریافت کر لیتے ہیں

(۳۹۷) مثالین

(۱) مستطیل کہیت ۸ جرب ۵ کڑی لینا اور ۳ جرب ۶ کڑی چوڑا ہے

۸ جرب ۵ کڑی = ۸۵۹۵ اور ۳ جرب ۶ کڑی = ۳۵۲۶ جرب

اب بموجب قاعدہ دفعہ ۱۳۴ کے

۸۵۹۵	۲۵۹۱۷۷
۳۵۲۶	۲
۵۳۷۰	۳۵۶۷۰۸
۱۷۹۰	۴۰
۲۶۸۵	۲۶۵۸۳۲۰
۲۹۶۱۷۷۰	

کہیت کا رقبہ ۲۵۹۱۷۷ مربع کڑی یعنی ۲۵۹۱۷۷۰ ایکڑ ہے اور اعشاریہ ایکڑ کو روڈ پول کی طرف تحویل کریں تو ۲ ایکڑ ۳ روڈ پول ۲۷۰۸۰۸ کے قریب رقبہ حاصل ہوگا دفعہ ۱۲۶ کو دیکھو

(۲) اضلاع ایک ترکون کہیت کے ۵۶۲ جرب اور ۵۵۶ جرب اور ۶ جرب ہیں بموجب قاعدہ ۱۵۲ کے

$$۸۵۴ = \frac{1}{2} (۱۶۵۸ + ۱۶۵۸ + ۵۶۲ + ۵۶۲)$$

$$۲۵۴ = ۵۶۲ - ۸۵۴ \text{ اور } ۲۵۸ = ۵۶۲ - ۸۵۴ \text{ اور } ۲۵۸ = ۵۶۲ - ۸۵۴$$

$$۸۵۴ \times ۲۵۸ \times ۲۵۸ \times ۲۵۸ = ۱۸۰۶۴۳۶۹ \text{ اور } ۱۸۰۶۴۳۶۹ \text{ کا جذر}$$

۱۳۵۴۴ ہے

نہیں رقبہ ۱۳۵۴۴ مربع جرب یعنی ۱۳۵۴۴ ایکڑ یعنی ایک ایکڑ ۱۵۰ روڈ پول ہے

(۳) ایک گہاس کا قطعہ زمین بالکل گول ہے اور ۲ جریب ۵۰ کڑی اور کا نصف قطر ہے
دفعہ ۱۶۸ کے قاعدہ کو کام میں لاتے ہیں

$$195435 = 351314 \times 250 \times 250$$

پس رقبہ ۱۹۵۴۳۵ مربع جریب یعنی ۱۹۵۴۳۵ ایکڑ یعنی ایک ایکڑ ۱۴ روڈ ۱۴۷۴ پل ہے

پنٹا کیسوں فصل عمود

(۳۹۹) اشکال متعینۃ الانواع اگر قہ دریافت کرنے میں ہو ضرورت اس بات کی پڑتی ہے کہ
بعض عمودوں کے طول جو خاص نقطوں سے خاص خطوط مستقیم پر قائم کئے جائیں معلوم کریں اور
مقام ایسے عمودوں کا معلوم ہو جا تو طول ان کے موافق دفعہ ۳۹۴ کی پ تسلسلہ اب ہم ان کے
مقامات کے معین کرنے کا طریقہ لکھتے ہیں

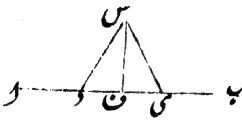
(۳۹۹) ایک خط مستقیم معلوم ہو باہر ایک نقطہ معلوم ہو اس عمود جو اس خط پر قائم کیا جاوے
اور اس کا مقام دریافت کرو



فہمنا کہ اب خط مستقیم معلوم دس اس باہر ایک نقطہ ہو
ایک رسی دریا جھون میں موڑ دو اور ان کے عج کے مقام کو ایک شخص نقطہ سے پر لیا کر ہوا اور دو
آدمی اس کو سر دنگو کر دو نو ٹکڑوں کو تا میں یہاں تک کہ خط مستقیم اب کے نقاط د اور سی
پر وہ سر آجائیں اور دسی کا نقطہ وسط دریافت کر کے س ت علاو پس س ت عمود
مطلوب ہوگا

(۴۰۰) دفعہ گذشتہ میں ضرور ہے کہ خط مستقیم اب کا نشان شمار میں کسی نہ کسی طرح بنایا جائے
اور یہ اس طرح ہو سکتا ہے کہ کوئی رسی یا جریب و اندب کے درمیان خوب تا کر پہلائی جائے
یا چند بیان تھوڑی تھوڑی فاصلہ بہمت اب پر لگائیں جائیں لیکن اگر خط مستقیم اب کا
اس طرح نشان نہ کیا جائے تو ایک شخص دسی پر پھٹ کر دیکھ لے کہ دسیدہ میں ذکر ہو گیا ہے
اور اس طرح اب سے پر پھٹ کر دیکھ لے کہ سی سیدہ میں اب کے ہے

۴۱) خط مستقیم معلوم میں نقطہ معلوم سے اس سے جو عمود اس خط پر قائم کیا جائے اس کا مقام دریافت کرو



فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم سے اور نقطہ معلوم اوپر ہے
اب پر نقاط داری ایسی مقرر کرو کہ دائرہ ایسا بنے

برابر ہوں اور ایک ہی دہی سے بڑی لو اور اس کے سر نو کو

دائرہ پر قائم کرو اور ایک شخص اس سے کسی کو بھیجیں کہ اگر دائرہ اور فنکر وہ حبیب سے تیز تو اس کا وسط
س پہنچے تو اس لئے قائم اب پر بنا لگا اور اس واسطے یہ خط مستقیم مطلوب ہوگا

(۴۲) پس دیکھ کے بیان سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ رسی یا ڈور کے ذریعہ سے عمود مطلوب کا مقام دریافت
ہو سکتا ہے مگر ایک آلہ ہوتا ہے اور اس کا نام کراس ہے اکثر زمین کے سرور اس آلہ سے عمود
کے مقام کو دریافت کیا کرتے ہیں

(۴۳) کراس ایک ٹکڑا گول تختہ کا ہوتا ہے اور پانچ اور کا قطر ہوتا ہے اور اوپر دو خط
صاف ایک دوسرے پر زاویہ قائمہ بناتی ہوئی لکھی ہوتی ہیں اور وہ ایک گول لکڑی کے
اوپر چڑھتا ہے اور اس گول لکڑی کے نیچے کوئی ٹوکڑا چیر لگی ہوئی ہوتی ہے جس کے وہ
سیدھا زمین میں گڑ سکتا ہے عرض اس کے بالکل شکل گول میز کی سی ہوتی ہے

(۴۴) ایک خط مستقیم معلوم سے باہر ایک نقطہ معلوم سے اس نقطہ سے جو عمود اس خط پر قائم ہوا اس کا
مقام بذریعہ کراس کے دریافت کرو



فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم سے اور اس نقطہ معلوم سے باہر ہے
اور اب اس جہت بیان کی بڑی کرو اور نقطہ نظر سے

کوئی مقام اب ایسا تجویز کرو کہ عمود اور اب کے نقطہ تقاطع کے وہ متصل ہو
فرض کرو کہ یہ مقام دکا ہوا ہے دیکھ کر اس کی لکڑی کو گاڑ دو اور کراس کو اس طرح رکھو کہ ایک
اوس کا متوازی اب کے ایسا ہو کہ اگر اس نشان پر ایک سمت میں دیکھیں

توجہ دے دی اور اسی نشان پر دوسری سمت میں دیکھیں تو جہنڈی ب دکھائی دے گی
اب دوسرے نشان کی سیدھ میں جہنڈی کو دیکھو اگر جہنڈی اس کی اس نشان کی سیدھ میں
دکھائی دی تو مقام دکا محل تقاطع ہوگا اب اس سے دو گنا دور آکر سیدھ میں
مقام اس نہ دکھائی دے تو اس کو دائیں یا بائیں طرف غرض جس سمت میں کہ اس جہنڈی
اس نشان کی دکھائی دے سر کا ڈھینگہ اس جہنڈی سیدھ میں دکھائی دی فری سی
آزمائش میں ایک مناسبتاً کم کر اس کا ایسا دریافت ہو جائے کہ جب تک ایک خط کی سیدھ میں آ
اور جہنڈی انظر انگلی اور دوسرے خط کی سیدھ میں جہنڈی اس دکھائی دے گی اور اس
مقام کر اس سے مقام عمود کا جو اس سے اب پر نکلا جائے دریافت ہوگا
(۴۰۵) ایک خط مستقیم معلوم میں نقطہ معلوم ہے اس نقطہ سے اوپر زاوے قائمے بنانا ہوا
بذریعہ کر اس کے قائم کرو

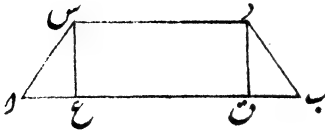
فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہے اور نقطہ معلوم ہے
کر اس کے پایہ کو دہر قائم کرو اور کر اس کے ایک خط کو متوازی اب کی رکھو تو دوسرے نشان کر اس کا
مقام اس خط کا معین کر لیا جائے زاوے قائمے اب کے ساتھ بناتا ہے
(۴۰۶) باب گذشتہ اور اس باب میں تمام اعمال مساحت کا بیان کیا ہے اس سے اوپر طولوں کا
حساب ہوتا ہے جو کہ متیوں اور قطعات زمین کے ٹکڑے دریافت کرنے میں مطلوب ہوتی ہیں اب
ہم اس کی بعض مثالیں لکھتے ہیں
(۴۰۷) مثالیں

(۱) مثلث کا قاعہ ۳۵۳۲ جریب اور ارتفاع ۳۵۳۲ جریب ہو

$$۵۴۶۸ = ۸۶۳۲ \times ۱۳۲ \times \frac{۱}{۲}$$

پس کہیت کا رقبہ ۵۴۶۸ مربع جریب یعنی ۵۴۶۸ اکر یعنی ۵ اکر ۸ روڈ ۴۸ پچ ہے
(۲) اب اس دچو کون کہیت ہے اور س ع اور دق عمود اب پر ہیں

اور کڑیوں میں یہ خطوط پیمائش ہوئے ہیں



لح = ۱۱۲ اور ق = ۲۲۸ اور ب = ۴۲۶

س ع = ۲۲۳ اور د ق = ۲۹۵

پس اس سے معلوم ہوتا ہے کہ ع ق = ۳۳۶ اور ق ب = ۱۷۸

تو کہیت کے حصوں کے رقبہ مربع کڑیوں میں تفصیل ہونگے

$$\text{مثلث ع ق س} = \frac{1}{2} \times ۱۱۲ \times ۲۲۳ = ۱۲۴۸۸$$

$$\text{ذوزلغ ع ق س} = \frac{1}{2} \times ۵۱۸ \times ۳۳۶ = ۸۷۰۴$$

$$\text{مثلث د ق ب} = \frac{1}{2} \times ۱۷۸ \times ۲۹۵ = ۲۶۲۵۵$$

ان تینوں عددوں کا مجموعہ ۱۵۷۷۰ ہے پس کہیت کا رقبہ ۱۷۵۷۰ ایکڑ ہے یعنی فریب ایک ایک ایک روڈ ایک پل کے

چھالیسویں فصل فیلڈمکبا و حشرہ

(۴۰۸) بہت کھیتوں کی پیمائش طرح سے ہو جاتی ہے کہ ایک کونے سے دوسرے کونے تک خط مستقیم کو

پیمائش کریں اور کونوں سے جو عمود اوپر واقع ہوں ان کو ناپ لیں اول خط کو قاعدہ کا خط یا جاری خط

کہتے ہیں اور عمودوں کو اوٹ کہتے ہیں اکثر قطعہ زمین جو بڑے سے بڑا خط کہنچتا ہے اس کو

قاعدہ کا خط ٹھہراتے ہیں اس سے بہت فائدہ حاصل ہوتے ہیں اور بعض اوقات قطعات زمین

ایک ضلع ہی قاعدہ کا خط ہوتا ہے جیسا کہ دفعہ ۴۴ کی دوسری مثال میں تینے دکھایا ہوگا خط

کی طول پیمائش ہو ہو کر سطح فیلڈمکبا میں مندرج ہوتی ہیں اس کا حال بیان کرتے ہیں

(۴۰۹) فیلڈمکبا صفحہ اس کتاب کے تین خانوں میں منقسم ہوتا ہے اور سرور یعنی مساح

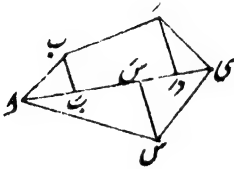
صفحہ کے نیچے کی طرف سے اوپر کی طرف لکھتا ہے

خانہ وسط میں قاعدہ کے خط پر طولوں کی پیمائش ہوتی ہیں وہ لکھی جاتی ہیں اور دائیں خانہ میں ان

دستوں کی طول لکھی جاتی ہیں جو قاعدہ کے خط کے دائیں طرف واقع ہوتے ہیں اور بائیں

بائیں خانہ میں اون اونسٹون کے طول لکھ جاتے جو قاعدہ کے خط کے بائیں طرف واقع ہوتی ہیں اور قاعدہ کے جن نقطوں پر اسٹ پوائنٹس ہوتی ہیں انہیں نقطوں کے فاصلہ کے محاذی لکھ جاتے ہیں فیلڈبک میں نقطہ پوائنٹس ہی طوں کی نہیں لکھی جاتے بلکہ اور مخصوص باتیں ہی لکھی جاتی ہیں جسے نقشہ بنانے میں سروریکو بہت دائرہ پہنچتا ہے جس مقام پر کوئی جہل خندق دیر یا ونڈی آبادی وغیرہ آجاتی ہیں اور کسی تحریر یہی فیلڈبک میں کرتے جاتے ہیں اگر کوئی بڑا درخت یا عمار آجاتی ہے تو اسکو بھی لکھ لیتے ہیں اور اگر حرب کسی ایسی سرحد پر گزرتی ہے کہ وہاں کی حد نہایت غیر متظم ہوتی ہے تو اس سرحد کو بھی کھینچ لیتے ہیں

(۴۱۰) مثالیں



ی	ک	(۱)
۱۱	۲۵	
۷	۵۰	
۶	۲۵	۲۵۰ کے طرف
۳	۰۰	
۵	۵	

سرور یعنی مساح اسے ی کے طرف پوائنٹس شروع کرتا ہے اب ۳۰۰ کڑی اور ب پر ایک اسٹ ب ب بائیں طرف ۲۳۰ کڑی کا ہے اور اس ۲۵ کڑی کا ہے اور س پر ایک اسٹ س س دائیں طرف ۲۵۰ کڑی کا ہے اور د ۵۰ کڑی کا ہے اور د پر ایک اسٹ د ب بائیں طرف ۲۴۰ کڑی کا ہے اور د ی ۱۲۵ کڑی کا ہے

اب ان قطعات کے رقبوں کا حساب کرتے ہیں اور س نتائج مربع کڑی میں لکھتے ہیں

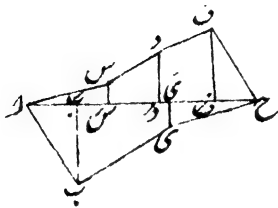
$$\text{مثلث ا ب ب} = ۲۳۰ \times ۳۰۰ \times \frac{۱}{۲} = ۳۴۵۰۰$$

$$\text{ذوزنقہ ب د د ب} = ۲۹۰ \times ۲۵۰ \times \frac{۱}{۲} = ۱۱۰۲۵۰$$

$$\text{مثلث د ی د} = ۲۴۰ \times ۲۵۰ \times \frac{۱}{۲} = ۳۸۰۰۰$$

$$\text{مثلث ا ی س} = ۲۵۰ \times ۱۱۲۵ \times \frac{۱}{۲} = ۱۴۰۹۲۵$$

پس کل رقبہ ۳۳۴۱۲۵ مربع کڑی کا جو یعنی ۳۳۴۱۲۵ ایکڑ یعنی ۳ ایکڑ ۴۱۲۵ روڈ ۶۱۳۵ پچ



ح تک	(۲)
۱۰۲۰	۴۹۰
۲۴۰۰ کی طرف	۶۱۰
۳۲۰ کی طرف	۵۰۰
۴۰ کی طرف	۵۸۵
۳۱۵	۳۲۰
۳۵۰ کی طرف	۳۱۵

پیمائش کر کے یوں میں لکھیں تو قطعات کے بقبہ یہ حاصل ہونگے

$$\text{مثلث ب ح د} = ۳۵۰ \times ۳۱۵ \times \frac{۱}{۲} = ۵۵۱۲۵$$

$$\text{ذوزنقہ ب ح د} = ۴۰۰ \times ۲۹۵ \times \frac{۱}{۲} = ۵۹۰۰۰$$

$$\text{مثلث ح د ی} = ۵۰ \times ۳۱۰ \times \frac{۱}{۲} = ۱۰۲۵۰$$

$$\text{مثلث ح ن د} = ۴۰ \times ۳۰ \times \frac{۱}{۲} = ۶۰۰$$

$$\text{ذوزنقہ د ن س} = ۴۹۰ \times ۴۰ \times \frac{۱}{۲} = ۱۵۹۶۰$$

$$\text{ذوزنقہ د س ح} = ۳۹۰ \times ۱۲۵ \times \frac{۱}{۲} = ۲۸۲۶۵$$

$$\text{مثلث س ح د} = ۴۰ \times ۴۰ \times \frac{۱}{۲} = ۸۰۰$$

پس کل رقبہ ۳۳۵۰۴۵ مربع کڑی یعنی ۳۳۵۰۴۵ ایکڑ یعنی ۳ ایکڑ ۵۰۴۵ روڈ ۱۶۱۳۵ پچ
 (۱۱) جبری خط کے سرور کو مشام کہتے ہیں اور پھر کٹر فیلڈ ٹیکہ میں نشان ① ② ③ کا کارڈ خطو جبری مقامات لمجا جنوب مشرق مغرب شمال کے لکھتے ہیں مثلاً از ④ مشرق سے مراد یہ ہے کہ خط جبری شروع ہو کر مشرق کی طرف جاتا ہے اور اسی میں ⑤ شمال ۵۰ مغرب سے یہ مطلب ہے کہ جبری خط دوسرے مقام سے شروع ہو کر اوس سمت میں جاتا ہے کہ ۵۰ درجہ کا ناویہ خط شمال سے مغرب کی طرف بناتا ہے بعض اوقات متواتر جبری خطوط کے واسطے فقط الفاظ چپ راست کا لکھ دینا کافی ہوتا ہے مثلاً یہ لکھیں کہ ⑥ سے چپ پر تو اسی یہ مراد ہے کہ جب مسلح دوسرے مشام پر پہونچا تو

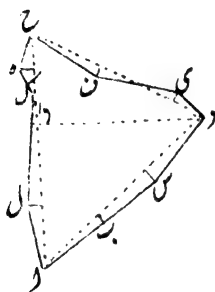
تو وہاں سے بائیں ہاتھ کی طرف مڑ کر چلا گیا

اگر اوٹ کڑخانہ میں ضعف ہو تو وہاں سے بچھڑا جائے کہ خط جری ٹھیک اسی مقام پر زمین کی حد کے پہنچتا ہے جسکو پیمائش کرنا منظور ہے

(۴۱۲) مسلح اس نقطہ سے کہ وہ اپنے کام کی صحت کا امتحان کر سکے لئے بعض خطوط زائد کے طولوں کی پیمائش کرتا ہے اور ان کی ضرورت کچھ قبوں کے حساب لگانے میں نہیں پڑتی بلکہ وہ فقط امتحان صحت کے لئے ناپی جاتی ہیں مثلاً فرض کرو کہ ایک کہیت چار خطوط مستقیم سے احاطہ ہوا ہو تو اس کے نیچے کے دریافت کرنے کے لئے فقط چاروں خطوں کا طول ناپنا اور ایک قطر کا ناپنا کافی ہے اس لئے کہ مثلث جو شکل کے قطر سے بنتی ہیں ان کے رقبہ کا حساب ان خطوں سے بخوبی ہو جائیگا مگر سرور دوسرے قطر کو بھی ضرور ناپنا چاہیے۔ مثلث کا نقشہ چاروں مثلثوں اور قطر کے طولوں سے جو اس سے معلوم کے ہیں بنا لیا اور دوسرے قطر کھینچے گا اور جس پیمائش کے موافق اس نے نقشہ اس شکل کا بنایا ہے اس سے وہ دوسرے قطر ناپیگا اور امتحان اس بات کا کرے گا کہ وہ مطابق اس طول کے ہے یا نہیں جو اس نے پیمائش کیا ہے اگر یہ دونوں طول مطابق آسپین ہوئے تو مسلح کو یقین کامل اپنے کام کی صحت پر ہوگا اور اگر مطابق نہ ہوئی تو ضرور کوئی غلطی نقشہ بنانے میں ہوگی یا جری کے پیمائش کرنے میں پس اس غلطی کو دریافت کرنا چاہئے کہ کہاں رہے اور پھر اس کو دریافت کر کے نقشہ درست کرنا چاہئے

اگر قطعہ زمین جسکی پیمائش کرنی منظور ہو مثلث کی صورت کا ہو تو اصلع او سکی ناپنی چاہئے جس سے رقبہ اور اس کا دریافت ہوگا اور نقشہ بن جائے گا اس کام کی صحت دریافت کرنے کے لیے بھی ضرور ہے کہ اس سے عمود کا طول بھی ناپیں جو ایک ایسے مقابل کے ضلع پر نکالیں یا اس خط کا طول دریافت کریں جو ایک ضلع کے کسی خاص نقطہ سے دوسرے ضلع کے کسی خاص نقطہ تک پہنچا جائے اور پھر اس طول کا مقابلہ اس طول سے کرنا چاہئے جو نقشہ میں دریافت کیا جائے وہ طول جو فقط کام کے امتحان صحت کے واسطے ناپا جاتا ہے اس کو خط اثبات یا خط امتحان کہتے ہیں۔

(۴۱۳) ایک کعبہ یا بہت سے کعبہ تو انکی پیمائش میں بہت سے عمل وسیط کرین جسطرح درختانہ میں عمل کیا ہے یعنی سربراہ جری خط کے واسطے ایک عمل کرنا چاہئے اب ایک کعبہ کی مثال لیتے ہیں اسکی صورت مثلث کے قریب ہیں تین خط جری پیمائش میں کہیں جائیں گے



۱۵۰۰	ل
۱۲۰۰	ک
۱۲۳۲	۵۰۰
۴۲۹	۲۶۰
۵۰۰	۵۰
۲۶۰	بائیں طرف پہا
۵۰	۵۰
۱۲۳۰	۸۲۰
۱۰	۶۰۰
۸۲۰	۲۶۰
۶۰۰	۵۰
۲۶۰	بائیں طرف پہا
۵۰	۵۰
۱۵۳۰	۱۵۳۰
۹۶۰	۳۰
۳۰۰	۱۰

صفائی کے واسطے اونٹوں کو بہت بڑا کر شکل میں بنایا ہے

۱۵۰ سے شمال مشرق کی طرف چلو

اضلاع مثلث ۱۵۳۰ اور ۱۲۳۰ اور ۱۶۵۰ کڑیاں ہیں پس اس مثلث کا

رقبہ موجب ۱۵۲ کے ۱۰۱۶۴۰۰ مربع کڑی ہے

اب ہم اون چوڑے چوڑے حصوں کے رقبوں کا حساب لگاتے ہیں کہ مثلث کے اضلاع اور

حد و قطعہ زمین کے درمیان واقع ہیں

اور پرائنٹ ب اور س پر ہیں پس ہیکو ایک مثلث اور ذوزنقہ اور دوسرے مثلث کا رقبہ دریافت کرنا چاہئے پس اون کے رقبے مل کر کڑیوں میں تقصیل ذیل ہیں

$$\text{اول مثلث} = 10 \times 300 \times \frac{1}{4} = 1500$$

$$\text{ذوزنقہ} = 20 \times 440 \times \frac{1}{4} = 13200$$

$$\text{دوسرے مثلث} = 30 \times 580 \times \frac{1}{4} = 8700$$

پس کل مجموعہ ۲۳۲۰۰ ہے

اب ق پر ایک فنٹ سی ہے اور اندر کی طرف اسٹنٹ پر پڑو دو مثلثوں میں سے دوسرا مثلث تفریق ہونا چاہئے

$$\text{اول مثلث} = 20 \times 400 \times \frac{1}{4} = 12000$$

$$\text{دوسرے مثلث} = 10 \times 830 \times \frac{1}{4} = 20750$$

اب میزان ۷۸۵۰ زیادہ ہونی چاہئے

اب آج پر ہرہ اور آل اسٹنٹ میں اور خط جری سے نقطہ ک پر ملے ہیں پس یہاں دو مثلث ہوئے

$$\text{اول مثلث} = 20 \times 500 \times \frac{1}{4} = 5000$$

$$\text{دوسرا مثلث} = 30 \times 1150 \times \frac{1}{4} = 14250$$

پس کل مجموعہ ۲۲۲۵۰ ہوا

$$104900 = 22250 + 4850 + 23200 + 101400$$

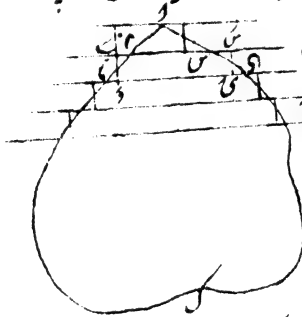
پس کہیت کا کل رقبہ ۱۰۵۴۹۹ ایکڑ ہے

عمود کی پیمائش خط اثبات کے واسطے ہوئی اور وہ ۱۲۳۲ ایکڑ سی ہے اور ۴۲۶۹ کڑیاں (۴۱۴) ایکڑ اور ترکیب بھی سوا فیلڈیک کے ہے جسکو مساح اختیار کرتے ہیں

کہ ایک نقشہ اس کبیت کا بنائے میں جسکو جائز کر کے ہیں اور جن طولوں کو ناپتے جاتے ہیں
اونکے مطابق نقشہ میں خطوں پر اس طول کو لکھتے ہیں یہ اکثر دستور بند و بست میں پواریوں کا
اس ملک میں ہے +

(۴۱۵) اب تک ہم نے یہ فرض کیا ہے کہ کبیت جسکی جائز نش نما بر کی ہے اوسکی سرحد میں خط مستقیم ہے
اور اونکی تعداد ہی اعتدال و نصف کے ساتھ تھی لیکن اگر حد اوسکی نہایت غیر منظم ہو کہ وہاں کام
اور پکے فرض سے بچل سکتا ہو تو وہاں دفعہ ۲۰۲ کے اصول کو کام میں لانا چاہئے کبیت کا نقشہ
بناؤ اور حد کو ایسا بناؤ کہ مستقیم الاضلاع حد بنجائے اور اوسکے اندر رقبہ اتنا بنے جو جتنا پہلی
ترکیب میں تھا اب آسان ترکیب اس اصول کے رستے کی بیان کرتے ہیں

(۴۱۶) ملاحظہ کرو کہ اب وہی اس ایک کبیت کا نقشہ ہے اب اس نقشہ پر خطوط متوازی مساوی
کھینچو تو اسی کبیت کے حصے متساوی العرض
ہو جائینگے اب ان حصوں میں سے ایک حصہ
ب دیسی کو خیال کرو اور خط مستقیم
عمود اول خطوں پر اس طرح کھینچو کہ قبل
حصہ دیسی رقبہ خواہ اوسکی حد ہو



خواہ ب دیسی اگر ب کو خط مستقیم مجہود یہ اوسکے نقطہ وسط پر گذریگا اور اگر ب د خط مستقیم ہو تو
مقام ب د کا نظر سے ایسا مقرر کرو کہ اوس میں شرط مذکور پائی جائے اور ایسی ہی سی دوسرے
سے اس حصہ کھینچو تو رقبہ ب دیسی کا برابر سطح ب دیسی کے ہے پس
اس طرح سے ایک سلسلہ مستطیوں کا پیدا ہوگا جنکا رقبہ برابر اصل شکل کے رقبہ کے ہوگا
اور ان مستطیوں کا رقبہ آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے اسلئے اصل شکل کا رقبہ معلوم ہو جائیگا
مثلاً فرض کرو کہ خطوط متوازیہ ایک انچ کے فاصلہ پر کھینچے گئے ہیں اور مجموعہ تمام مستطیل
کے طولوں کا ۲۹ انچ ہے تو رقبہ اصل شکل ۲۹۶ مربع انچ ہے اب فرض کرو کہ

(۸)

	۱۰۲	
۹	۷۵	۸
۴	۴۰	۱۲
۱۷	۱۲	۷
	⊙	

(۱۰)

	۱۳۰	
	۱۱۰	۲۲
۲۶	۹۰	
	۵۰	۴۰
۲۸	۳۰	
	⊙	

(۱۲)

	۱۳۹۴	.
۲۷۰	۱۱ ۱۲	
۲۲۰	۹ ۴۰	
۱۸۴	۴ ۱۲	
	۳ ۴۸	۲۳۵
	۱ ۴۰	۶۲
	۳ ۳۸	۴۲
	⊙	

(۷)

	۷۸	
۸	۷۳	۴
۱۴	۳۶	۸
۴	۳۱	۵
	⊙	

(۹)

	۱۲۰	
۱۹	۱۰۰	
۲۶	۸۰	
۲۷	۶۰	
۲۵	۴۰	
۱۸	۲۰	
	⊙	

(۱۱)

۶۰	۳۸۰	۲۰
۸	۲۶۰	۱۰۰
۴	۱۸۰	۷۶
۶۰	۱۰۰	۱۰
۲۰	۸۰	۶۰
.	.	۵۰
	⊙	

	<p>ب ۱۰۰۰ جنوب مغرب</p>	<p>۸۰</p>
<p>(۱۵) کہیت و بس دی فتح کی ابتدا و غیر تفصیل ذیل معلوم ہوا و سکا رقبہ دریافت کروا و نقشہ بناؤ</p>	<p>۵۱ ۵۱ کت ۱۵۶۰ ۸۶۴ ۶۱۱</p>	<p>مشرق ۲۰</p>
<p>ج ۶۹۰</p>	<p>۵۱ سے ۵۱ کت ۱۳۰۵ ۳۶۲</p>	
<p>د ۶۹۰</p>	<p>۵۱ سے ۵۱ کت ۱۶۵۰ ۱۲۳۰</p>	<p>۳۹۰ ج ۲۰۵</p>
<p>ب ۲۶۲</p>	<p>۵۱ سے ۵۱ کت ۱۶۵۰ ۱۲۳۰</p>	<p>مشرق کی سمت ۱۰ مین شروع</p>

(۱۶) اس کہیت کا نقشہ فیلڈ بک سے بناؤ اور کل کہیت کا رقبہ دریافت کرو اور عرض کرو مثلث ب س د میں ۴۱۶۷۳۲ مربع کڑی ہین اور ایک قطعہ مین کاس اور اسٹون کے درمیان جو س د اور س ب پر کہیں چٹا ۳۰۰ مربع کڑی کا ہے

ب	۵	
۹۴۴	۰	
۸۳۰	۶۰	
۵۱۰		
۴۸۰		
۱۲۰		
۰	۲۰	
س	۵	
۱۰۲۴	س	۱۰
۶۴۰		۳۰
۰		
د	۵	
۱۲۹۲	د	۱۰
۱۰۲۰		۲۰
۶۸۰		۸۰
۲۲۱	ب	
۰		۳۰
۵	۱	

سیتالیسون فصل کمر سوالات

(۴۱۷) زمین کی مساحت میں ہم نے صرف جریب کی پیمائش اور کراس کا ذکر توضیح کے ساتھ بیان کیا مگر جہاں پیمائش بڑی اور صحیح کرنی ہوتی ہے وہاں آلات زاویوں کی پیمائش میں استعمال کرنے میں اور پھر حساب اور سکالیم شٹ کی وساطت سے لگاتے ہیں اور انہیں پیمانوں کے ساتھ ایسی پیمائشوں کا بھی ذکر کرتے ہیں جہاں ہماری رسائی نہیں ہوتی اور فاصلہ اولوں

اشیا کا جہان ہم پہنچ نہیں سکتے دریافت کرتے ہیں باوجودیکہ ایسے سوالات کو حل کرنے میں علم مثلث کا کام پڑتا ہے مگر بعض سوال نہایت سیدھے سادھے طور سے حل ہو جاتے ہیں اسلئے ہم ان کا بیان کرتے ہیں



(۴۱۸) ایک دریا کا عرض دریافت کرو

فرض کرو کہ ایک چیز دریا کے نزدیک ہے

اوپر ٹھیک اس کے مقابل ایک اور چیز کے دریا سے متصل ہے

ایک اس زاوے قائمے بنانا ہو اور اب پرچہ چھوڑنا طول اس کا کہو کہ حسین آسانی معلوم ہو اور خط مستقیم کو تک ایسا کہجو کہ اس دربار اس کے ہو دسے ایک خط مستقیم زاوے قائمے بنانا ہو اور پرچہ چھوڑنا زمین لفظی ایسا دریافت کرو کہ اس ہی ایک خط مستقیم ہو پس مثلث اس دربار اس دی سطح سے برابر ہیں اور وہی برابر ہے اب کے اور

اب وہی کو پیمائش کرو تو او سو طول اب کا یعنی عرض دریا کا معلوم ہو جائے گا

(۴۱۹) دفعہ گذشتہ میں ضرورت اس بات کی پڑتی ہے کہ ایک خط مستقیم زاوے قائم بنانا ہو اور دوسرے خط مستقیم پرچہ چھوڑنا اور اس کی ترکیب ہم پتہ لیسوین فصل میں بیان کر آئے ہیں اب ہم ایک اور ترکیب سے سوال کو حل کرتے ہیں اس میں کچھ ضرورت زاوے قائمے بنانے کی نہیں پڑتی

(۴۲۰) اون دو مقاموں کے درمیان فاصلہ دریافت کرو جن میں ایک کا مقام ایسا ہے کہ ہم نہیں پہنچ سکتے فرض کرو کہ او اب دو مقام ہیں اب پر دریا کے حال ہو سکے سبب یا کسی اور روک کے

سبب ہم نہیں جاسکتے



اے کوئی خط اس کے چھوڑنا پ کو اور کسی نقطہ پر

ایک چھنڈی بس کی سمت میں قائم کرو اور اس کو

تک ایسا بڑھاؤ کہ وہ اب برابر اس کے ہو اور دو کوئی مکت

ایسا خارج کرو کہ وہی برابر دے کے ہوا دے اور ہی پرچہ بنانا گاڑو پس ح کا نقطہ ایسا دریافت کرو

جس پر \bar{A} اور \bar{C} کی سمتیں قطع ہوتی ہیں یعنی ایسا نقطہ دریافت کرو کہ جہان سے \bar{A} اور \bar{B} ایک خط مستقیم میں اور \bar{C} اور \bar{A} ایک اور مستقیم میں معلوم ہوں
اب مثلث $\triangle OAB$ اور $\triangle OAC$ آپس میں سب جیسے برابر ہیں اور \bar{C} و \bar{B} برابر ہے اور \bar{B} کے
پس \bar{C} و \bar{A} کو ناپ لین اور \bar{B} کا طول دریافت ہو جائیگا

(۴۲۱) دفعات ۴۱۸ اور ۴۲۰ میں نمائندگی کے اس بات کو تسلیم کر لیا ہے کہ ایسے اسباب ہمارے
پاس موجود ہیں کہ جسے ایک خط برابر اور جس کے جسم کو ناپنا چاہئے ہیں مگر ہم کہہ سکتے ہیں اکثر مقامات
جہاں ہم پہنچ نہیں سکتے اگر بہت فاصلہ پر ہوں گے وہاں ان ترکیبوں کا استعمال نہیں ہو سکتا
اس لئے ہم اس سوال کا حل کیا اور طرح سے لکھتے ہیں جو ایسی صورتوں میں ہی بکار آ رہا ہو سکتا ہے
(۴۲۲) دو مقاموں کے درمیان فاصلہ دریافت کرو اور ایک مقام اون میں سے ایسا ہو کہ وہاں
ہم پہنچ نہیں سکتے اور بہت دور ہے

فرض کرو کہ \bar{A} اور \bar{B} دو مقام ہیں اور اون میں \bar{C} پر پہنچ نہیں سکتی اور وہ بہت دور ہے \bar{B} اور
کی سمت میں کوئی طول \bar{A} سے ناپ لو اور \bar{C} سے کسی ایسی سمت میں
کہ جسمیں آسانی ہو \bar{C} و \bar{B} برابر اس کو ناپ لو اب درمیان کو نہیں
سے ہر ایک \bar{C} کو برابر ہو اور ایک سرور پر باندھو اور دوسرا سرور
دور اور \bar{C} سے کوئی ناپ لیاؤ کہ اسے خطوط مستقیم پیدا ہوں اور ان کے دوسرے ایک نقطہ پر
اور فرض کرو کہ یہ نقطہ ہی ہو پس \bar{A} و \bar{C} میں ہو گا ایک جہت میں نقطہ \bar{C} پر گارڈ و جہاں
سمتیں \bar{A} اور \bar{B} کی تقاطع کرتے ہیں

مثلاً $\triangle OAB$ اور $\triangle OAC$ میں ایسا واسطہ \bar{C} کوئی دے دے وہ نسبت \bar{A} و \bar{B}
و \bar{C} کو ہے \bar{B} سے پس اگر \bar{C} اور \bar{A} کو ناپ لین تو اس تناسب \bar{B} کو معلوم

کرینگے + اڑتالیسویں فصل ضرب ثنا عشری

(۲۳۳) سطحات اور مجسمات کو بیانوں سے جو سوالات متعلق ہوتے ہیں وہ بعض اوقات اس ترکیب سے بھی حل ہوتے ہیں اس ترکیب کا نام ضرب جلیبیا یا اثنا عشری ہے وہ علم اور عمل دونوں میں بکار آتا ہے عمل میں آسانی ہوتی ہے اور علم میں اوسے عمدہ تعلیم ہوتی ہے اسلئے جو کچھ ہم اوسکا بیان کریں وہ لایق توجہ کے ہی اول ہم مربع بیانوں کا ذکر کرتے ہیں

(۲۳۴) طالب علم خوب طرح سے اس بات کو جانتے ہیں کہ مربع فٹ کی کیا مراد ہوتی ہے اور مربع انچ سے کیا مطلب ہوتا ہے

اب ہم رقبوں کے پانپنے کے لئے اور اندازہ بتاتے ہیں اور وہ یہ کہ اگر مستطیل ۲ انچ لمبی اور ۱ انچ چوڑی ہو تو اوسکا نام سطح اولے کہتے ہیں

پس جو جدول مربع بیانوں کی ہے اوسمیں یہ بیانے اور بڑاؤ کہ

۱۲ مربع انچ کا ایک سطح اولے ہوتا ہے

۱۲ سطح اولی کا ایک مربع فٹ ہوتا ہے

(۲۳۵) خواہ کتنی ہی تعداد مربع انچوں کی ۱۲ سے زیادہ ہو تو وہ سطح اولی اور مربع انچ نہیں تحویل ہو سکتی ہے

مثلاً

۱۰ مربع انچ = سطح اولے ۵ مربع انچ

۳۲ مربع انچ = سطح اولے ۸ مربع انچ

۵۴ مربع انچ = سطح اولے ۶ مربع انچ

اور ایسی کتنی ہی تعداد سطح اولی ۱۲ سے زیادہ ہو تو وہ مربع فٹ اور سطح اولی میں تحویل ہو سکتی

۹ سطح اولی = ۱ مربع فٹ ۲ سطح اولی

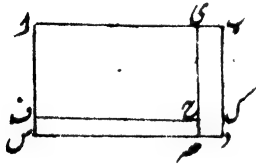
۵ سطح اولی = ۳ مربع فٹ ۴ سطح اولی

۴ سطح اولی = ۴ مربع فٹ ۵ سطح اولی

(۲۳۶) ایک مستطیل جو ایک فٹ اور ایک انچ طول عرض رکھتی ہے وہ سطح اولی ہے اس سے

معلوم ہوتا ہے کہ جو مستطیل ۲ فیٹ در ایک پانچ طول عرض کہتے ہو وہ ۲ سطح اولیٰ ہوا ایسی ہی مستطیل ۲ فیٹ اور ایک پانچ طول عرض کہتی ہے وہ ۲ سطح اولیٰ ہوا اور علیٰ ہذا القیاس ایک مستطیل جو ۲ فیٹ اور پانچ عرض کہتی ہے اس میں ۲ سطح اولیٰ ہیں اسے معلوم ہوا کہ مستطیل جو ۲ فیٹ اور پانچ طول عرض کہتی ہے اس میں ۲ سطح اولیٰ ہیں اور جو مستطیل ۲ فیٹ اور ۲ پانچ طول عرض کہتی ہے اس میں ۱ سطح اولیٰ ہیں اور علیٰ ہذا القیاس پس اس سے نتیجہ عامہ یہ استخراج ہوتا ہے جب کا بیان مختصر یہ ہے کہ فیٹ اور پانچوں کا حاصل ضرب سطح اولیٰ ہوتا ہے۔

(۲۲) اور مستطیل کا رقبہ دریافت کرو جبکہ طول ۲ فیٹ ۹ پانچ اور عرض ۲ فیٹ ۹ پانچ ہو فرض کرو کہ شکل اب جس در ایک مستطیل کو تعبیر کرتی ہے اور اب طول اور اس عرض ہے اور فرض کرو کہ اسی ۲ فیٹ ۹ پانچ اور ۲ فیٹ ۹ پانچ



اور اس ۲ پانچ نقطہ سے یہ متوازی اس کا اور نقطہ سے نک متوازی اب کا نکالو اور فرض کرو کہ ان خطوط کا نقطہ تقاطع ہے

پس کل مستطیل اب دس چار حصوں میں تقسیم ہوا ہے یعنی ایک حصہ مستطیل ی ب ک ج ہے جوہ فیٹ طول میں اور ۹ پانچ عرض میں ہے، اسی واسطے ۲ سطح اولیٰ اس میں ہیں یعنی ۲ مربع فیٹ اور ۲ سطح اولیٰ

دوسرا حصہ مستطیل و ن ج ی ہے جوہ فیٹ طول میں اور ۲ فیٹ عرض میں ہے اسی واسطے اس میں ۲ مربع فیٹ ہیں +

تیسرا حصہ مستطیل ج ک د ہ ہے جوہ ۹ پانچ طول میں اور ۹ پانچ عرض میں ہے

اسی واسطے اس میں ۲ مربع پانچ ہیں یعنی ۲ سطح اولیٰ ۲ مربع پانچ

چوتھا حصہ مستطیل ن ج د ہ ہے ۲ فیٹ طول میں ۹ پانچ عرض میں اسی واسطے اس میں ۲ سطح اولیٰ ہیں یعنی ۲ مربع فیٹ

مجموعہ اول دستطیلوں کے رقبہ کا ۳۴ مربع فٹ سطح اولیٰ ہے اور باقی دستطیلوں کا ۴ مربع فٹ سطح اولیٰ ۶ مربع انچ ہے اسی واسطے چاروں دستطیلوں کے رقبہ کا مجموعہ ۳۸ مربع فٹ سطح اولیٰ ۶ مربع انچ ہے

۸	۹
۵	۶
۳	۹
۲	۶
۲	۶
۲	۶

(۲۲۸) اوپر کی مثال کے عمل کو سطح لکھتے ہیں
طول کو ایک سطر میں لکھو اور عرض کو دوسری سطر میں
سطح لکھو کہ فیٹ کے نیچے فیٹ انچ کی نیچے انچ ہوں
اول ہم ۵ کو جو فیٹ کی جگہ ہیں ضرب تیرہ میں تو پانچ پر ہم

۴۴ ہوئی پس ۵ سطح اولیٰ ہوئے یعنی ۳ مربع فیٹ سطح اولیٰ ہوئے

اب ۵ کو لکھو دواور ۳ کو حاصل مانو اور ۵ اسی ۴۴ ہوئے اور ۴ اور ۳ ملکر ۳۴ ہوئے اس کو سطح اولیٰ کے مقام سے بائیں طرف لکھو

اب ہم ۶ میں ضرب تیرہ میں جو پانچوں کی جگہ ہے ۶ نم ۵۴ ہوئے ۶ مربع انچوں میں ۴ سطح اولیٰ اور ۶ مربع انچ ہیں اس کو دائیں طرف اس خانہ کے لکھو جو بین سطح اولیٰ لکھی ہیں اور ۶ کو حاصل مانو اور ۶ اٹھے ۴۴ ہوئے اور ۴ اور ۶ ملکر ۵۴ ہوئے اور ۵ سطح اولیٰ کے ۴ مربع فیٹ سطح اولیٰ ہوئے او کو اپنی اپنے خانوں میں لکھو

اب ان دونوں سطروں کو حاصل ہوئے ہیں جمع کرو ۶ مربع کو نیچے اوتار لو اور ۶ اور ۴ تیرہ سطح اولیٰ ہوئے جبکہ ایک مربع فیٹ اور ایک سطح اولیٰ ہوا او کو لکھو اور ایک کو

حاصل مانو اور ۴ اور ۴ اور ۴ ملکر ۴۴ ہوئے

پس حاصل ۴۴ مربع فیٹ سطح اولیٰ ۶ مربع انچ ہوئے

(۲۲۹) اب ہم اس نتیجہ کو اور صورتوں میں لکھتے ہیں

ایک سطح اولیٰ اور ۶ مربع انچ ۴۴ مربع انچ ہوئے اسی واسطے حاصل ۴۴ مربع فیٹ ۶ مربع انچ ہوئے

اور سطح اولیٰ $\frac{1}{12}$ مربع فیٹ ہر اور $\frac{1}{4}$ مربع انچ $\frac{1}{144}$ مربع فیٹ ہے

اسی واسطے حاصل مربع فیٹ میں $۲۸ + \frac{1}{12} + \frac{6}{144}$ یعنی $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + ۲۸$ یعنی $۲۸ \frac{2}{12}$ یعنی $۲۸ \frac{1}{6}$ ہے

یہ صورتیں نتیجہ کی بالکل مطابق اور صورتوں کے ہیں جو بغیر اعانت ضرب جلیپا کے نکلے
پس ۸ فیٹ ۹ انچ $= ۱۰۵$ انچ اور ۵ فیٹ ۶ انچ $= ۶۶$

$$۶۶ \times ۱۰۵ = ۶۹۳۰$$

۶۹۰ مربع انچ $= ۲۸$ مربع فیٹ ۸ مربع انچ

یا اس طرح کہ ۸ فیٹ ۹ انچ $= \frac{3}{8}$ فیٹ $= \frac{3}{8}$ فیٹ

۵ فیٹ ۶ انچ $= \frac{1}{4}$ فیٹ $= \frac{1}{4}$ فیٹ

$$\frac{1}{8} \times ۲۸ = \frac{۳۸۵}{۸} = \frac{11}{4} \times \frac{۳۵}{۸}$$

(۴۳۰) اب ہم اختصار کے ساتھ اس بات کا بیان کرتے ہیں کہ ترکیب مذکور محسبات
پیمانوں کے بیانوں میں کسطح توسیع پاتی ہے اور اب ہم دوم پلا حین بیان کرتے
ہیں محسب اولے اور محسب ثانی اور انکے معنی یہ مقرر ہیں کہ

۱۲ مکعب انچ کا ایک محسب ثانی ہوتا ہے

۱۲ محسب ثانی کا ایک محسب اولے

۱۲ محسب اولے کا ایک مکعب

(۴۳۱) دفعہ ۲۶ کی طرح عمل کر نیسے ہم آسانی تمام دون نتائج کو حاصل کرتے ہیں جنکو اور
دونہیں جو بالفضل معلوم ہیں ملائیں تو سراسر مطلب فتح قرار بیان ہوتا ہے

حاصل ضرب فیٹ کا سطح فیٹ میں محسب فیٹ ہوتا ہے

حاصل ضرب فیٹ کا سطح اولیٰ میں محسب اولیٰ ہوتا ہے

حاصل ضرب فٹوں کا مربع انچوں میں محسب ثانی ہوتا ہے

حاصل ضرب انجون کا سطح قنونین مجسم اولی ہوتا ہے

حاصل ضرب انجون کا سطح اولیٰ میں مجسم ثانی ہوتا ہے۔

حاصل ضرب انجون کا سطح انجون میں مجسم انچ ہوتا ہے

(۴۳۲) ایک مجسمہ توازی اسطوح قائم الزاویہ کا حجم دریافت کرو اس کا طول فیٹ ۹ انچ

اور عرض ۵ فیٹ ۶ انچ اور ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ۔

دفعہ ۳۴۸ میں قاعدہ کا رقبہ ۴۸ مربع فیٹ اسطوح اولیٰ ۶ مربع انچ دیتا ہوا ہے اب ہم باقی عمل لکھتے ہیں

$$\begin{array}{r}
 ۶ \quad ۱ \quad ۸ \quad ۴ \\
 \hline
 ۶ \quad ۱ \quad ۸ \quad ۴ \\
 \hline
 ۶ \quad ۱ \quad ۸ \quad ۴ \\
 \hline
 ۶ \quad ۱ \quad ۸ \quad ۴
 \end{array}$$

اب ہم اول ۴ میں جو بجائے فیٹ کے ہیں ضرب دیتے ہیں ۴ چک ۲۴ ہوتے ۲۴ مجسمہ ثانی یعنی ۲ مجسم اولیٰ پس صفر لکھو اور ۲ کو حاصل مانو اور ۴ اکن اور ۴ اور ۲ چہ ہوتے پس ۶ کو لکھ دیا اور ۴ گنا ۴۸ برابر ۱۹۲ کے ہو پس ۱۹۲ کو لکھ دیا۔

اب ہم ۳ میں جو بجائے انچ کے ہو ضرب دیتے ہیں ۳ چک ۱۸ ہوتے اور ۱۸ مجسمہ انچ ایک مجسمہ ثانی ۶ مجسمہ انچ ہوتے پس ۶ کو اس خانہ کے دائیں طرف لکھو جس میں مجسمہ ثانی لکھے ہیں اور ایک حاصل مانو اور ۳ اکن ۳ ہوتے اور ۳ اور ۱۸ ملکر ۴۸ ہوتے ۴۸ کو لکھو

۴ گنی ۴۸ برابر ۱۹۲ کے ہوتے ۴۸ مجسمہ اولیٰ کے ۱۲ مجسمہ فیٹ ہوتے پس ۰ کو خانہ مجسمہ اولیٰ میں لکھو اور خانہ مجسمہ فیٹ میں ۱۲ کو لکھو

پس دو سطرین جو حاصل ہوئی ہیں انکو جمع کرو پس حاصل ۲۰۴ مجسمہ فیٹ ۶ مجسمہ اولیٰ ۴ مجسمہ ثانی ۶ مجسمہ انچ ہوتے۔

(۴۳۳) دفعہ ۴۲۹ کی طرح ہم اس نتیجہ کو اور صورتوں میں بیان کرتے ہیں اور ثابت کرتے ہیں کہ اگر ہم اسکو بغیر اس کی ضرب چلیا کے نکالتے تو یہی نتیجہ مطابق انہیں نتجون کے نکلتے

اگر ہم نتیجہ کو مجسمہ فٹ کی رقبہ میں بیان کریں تو یہ حاصل ہوگا

$$\frac{7}{12} + \frac{2}{13} + \frac{1}{14} + 20$$

یعنی $20 + \frac{1}{4} + \frac{1}{13} + \frac{1}{18}$ یعنی $20 \frac{153}{888}$ ہوئے

(۲۴۲) بڑی جدول اپنی پاس کہتے ہیں وہ بارہویں حصوں میں تقسیم ہوتا ہے اسلئے رقبہ اولیٰ محبت جو سوال عمل میں واقع ہوتے ہیں انہیں انچ کی بارہویں حصہ بھی داخل ہوتا ہیں یہ مثال اور اوپر کی مثالیں ایک ہی اصول پر مبنی ہیں اب ہم نئی اصطلاحیں بیان کرتے ہیں جنہ سبب کے تمام قے اس جدول کے پانچوں سے بیان ہوا کریں گے

سطح اولیٰ ایک بارہویں مریٹ کا ہوتا ہے

سطح ثانی ایک بارہویں حصہ مریٹ کا ہوتا ہے یعنی ایک بارہویں سطح اولیٰ کا

سطح ثالث ایک بارہویں حصہ سطح ثانی کا ہوتا ہے

سطح رابع ایک بارہویں حصہ سطح ثالث کا ہوتا ہے

(۴۳۵) اس سطح کا رقبہ دریافت کرو کہ جبکہ طول ۸ فیٹ ۹ انچ ۱۰ بارہویں اور عرض ۵ فیٹ ۶ انچ ۱۰ بارہویں ہے

۸	۹	۱۰
۵	۶	۷
۴۴	۱	۲
۲	۵	۱۱
۴۸	۱۱	۲
۴۸	۱۱	۲

پس حاصل ۸۸ مریٹ ۱۱ سطح اولیٰ ۸ سطح ثانی ۱۰ سطح ثالث ۱۰ سطح رابع ہے

اگر تالیسویں فصل کی مثالیں

جن مستطیلوں کے امتداد یہ تفصیل ذیل معلوم ہیں ان کے رقبے ضرب اثنا عشری دریافت کرو
(۱) ۸ فیٹ اور ۲ فیٹ ۳ انچ

۳۹۵۳۰۰۰۰ انگریزی انچ کے ہر۔

سطح زمین پر جو فاصلہ قطبین کا خط استوا سے ہو اسکے ایک سو لاکھ سو حصہ کا نام میٹر رکھا گیا تھا
حال کی تحقیقات سے ثابت ہوتا ہے کہ قریب $\frac{1}{10}$ ایک انچ کے ہوتا ہے یعنی جس نسبت
سے کہ یہ پیمانہ مقرر کیا گیا تھا اس سے کچھ چھوٹا ہے
رقبہ کا پیمانہ معینہ ابر ہے جو ۱۰۰ مربع میٹر کے برابر ہوتا ہے
اور محبات کے واسطے پیمانہ معینہ میٹر ہے اور وہ ایک کعب میٹر کا ہوتا ہے
تمام تقسیمیں اضعاف اور حصوں کی عشری ہیں ذیل میں ان کی ترکیب کی کیفیت لکھی ہے

میری میٹر = ۱۰۰۰۰ میٹر

کیلو میٹر = ۱۰۰۰ میٹر

ہیکٹو میٹر = ۱۰۰ میٹر

ڈیکائی میٹر = ۱۰ میٹر

ڈیسی میٹر = $\frac{1}{10}$ میٹر

سینٹی میٹر = $\frac{1}{100}$ میٹر

میلی میٹر = $\frac{1}{1000}$ میٹر

اور ایسے ہی ہیکٹر = ۱۰۰ ایر اور سینٹار = $\frac{1}{100}$ ایر

دی کی میٹر = ۱۰ سینٹر اور ڈی سینٹر = $\frac{1}{10}$ سینٹر

اور مایعات کے ناپنے کے واسطے ایک پیمانہ لڑ ہوتا ہے اور وہ ایک کعب ڈیسی میٹر کے برابر
ہوتا ہے اور ان کے واسطے ایک پیمانہ گرم ہر وہ ایک کعب سینٹی میٹر پانی کے برابر ہوتا ہے

اور اوس میں ۱۵۳۳۲ انگریزی گرین ہوتے ہیں

اونچا سوین فصل کی مثالیں

(۱) قطر دائرہ کا ۵ میٹر ہو محیط اوس کا دریافت کرو۔

(۲) ایک قائم الزاویہ کا ۴۵° ۴۰ میٹر طول اور ۳۰ میٹر عرض ہو رقبہ اوسکا دریافت کرو
(۳) ایک دوز نقہ کے خطوط متوازیہ ۱۵° ۱۵ میٹر اور ۴ میٹر ہیں اور اونکا درمیانی عمودی
فاصلہ ۲ میٹر ہو رقبہ دریافت کرو۔

(۴) ایک دیوار ۴ میٹر لمبی ۳ میٹر بلند اور ۴ میٹر اتار ہو اوسکا حجم مکعب میٹر میں
دریافت کرو۔

(۵) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع ۲۴ میٹر اور قاعدہ کا نصف قطر ۴ میٹر ہو اوسکے
حجم میں مکعب ڈیسی میٹر دریافت کرو

(۶) ایک ظرف جب خالی ہوتا ہو تو ۶۰ کیلو گریم کا ثلثا ہو اور جب پانی سے پر ہوتا ہو تو
اوسکا وزن ۶۴ کیلو گریم ہوتا ہو تو ظرف کا ساؤ مکعب ڈیسی میٹر میں دریافت کرو۔

(۷) ایک ظرف ۵۵ میٹر لمبا اور ۶ میٹر چوڑا اور ۴ میٹر عمق میں ہو تو بتاؤ اس میں
کتنے ہیکٹو لیٹر پانی سما سکتے

(۸) ایک اسطوانہ میں ۲۶ کیلو گریم پانی آتا ہو اور اسطوانہ کا نصف قطر ۵ سینٹی میٹر ہو
اسطوانہ کا ارتفاع سینٹی میٹر میں دریافت کرو

(۹) ایک تار بتی ۳۵ کیلو میٹر لمبا ہو اور اسکا قطر $\frac{1}{2}$ ملی میٹر ہو تو اوسکا حجم مکعب
ڈیسی میٹر میں دریافت کرو

(۱۰) ایک لوہے کے گولی کا قطر ۲ میٹر ہو اوسکا وزن کیلو گریم میں دریافت کرو اور
حجم لوہے کا ۷ گنا اوس پانی سے ہو جسکا حجم لوہے کے حجم کے برابر ہو

(۱۱) ایک مخروط مستدیر کی سطح کا رقبہ سینٹی میٹر میں دریافت کرو قاعدہ کا نصف قطر ۳
میٹر اور ارتفاع مائل ۸ میٹر ہو۔

(۱۲) ایک کرہ کا قطر ۴ میٹر ہو اوسکی سطح کا رقبہ سینٹی میٹر میں دریافت کرو۔
(۱۳) ثابت کرو کہ اگر میں ۴۰۰۰ ایر ہوئے ہیں

(۴) ثابت کرو کہ ایک کعبہ زمین ۵۴۴ میٹر کی طرف سے میٹر ہوئے زمین

(۵) ثابت کرو کہ ایک گیلن مین ۴۵۴ میٹر کے قریب لڑ ہوئے مین

ان نیچے کے مثالوں میں جذرا کعبہ لکھا جاتا ہے۔

(۱۶) ایک مجوف کرہ کا طرف ایک لڑی کرہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) ایک طرف مخروط مستدیر کی صورت کا ہے اور اس کا ارتفاع برابر قطر قاعدہ کے ہے

اور اس کا طرف ایک لڑ کا ہے اس کا ارتفاع دریافت کرو

(۱۸) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع برابر قاعدہ نصف قطر کے ہے اور اس کا حجم ایک کعب

ڈی سے میٹر ہے اس کا ارتفاع دریافت کرو

سوالات متفرقہ

(۱) ایک بلی کھڑی ہوئی تھی وہ اوپر کے حصے سے ٹوٹ کر زمین سے الگی اور ایسی جگہ لگی

کہ وہ ۵۰ فٹ کے فاصلہ پر بلی کے جڑ سے تھی اگر ڈنٹا ہو ۱۴۹ فٹ ہو تو بتاؤ

اوس بلی کا کل طول کیا ہے

(۲) ۱۲۰۰ پچون مین کتنی مربع فٹ ہوں گے

(۳) دو مربعوں کے رقبے ۱۰۰ ایکڑ ہیں اور ایک مربع کا ضلع سے چند دوسرے مربع کے

ضلع سے طول میں ہے تو ہر یک مربع کا رقبہ دریافت کرو

(۴) ایک مربع مین ۲۵۳۳ فٹ ۴ اینچ مین اس کا ضلع دریافت کرو

(۵) ایک مستطیل کا احاطہ ۴۴ گز ہے اور طول سے چند عرض ہے اس کا رقبہ دریافت کرو

(۶) ایک کمرہ ۲۱ فٹ لمبا اور ۲۰ فٹ چوڑا ہے ۱۰ اینچ عرض کا فرش ۲۰ پائی گز کا کنوڑ پیکہ لگے گا

(۷) ایک کمرہ ۱۶ فٹ ۲ اینچ لمبا اور ۱۵ فٹ ۲ اینچ چوڑا ہے اور ۱۲ فٹ لمبا ہے

تو دیواروں پر ۱۰ اینچ عرض کا کاغذ ۲۰ پائی گز کا کتے روپیہہ کا لگے گا

(۸) ایک مکان مین ۴۳ کھڑکیاں مین اور ۱۰ مین کے اندر ۱۲ پیر کے سیسہ لگے ہوئے مین

اور ان میں سے ہر ایک پر کالہ ۲ پنچ لینا اور ۱ پنچ چوڑا ہے اور باقی تین ہر کالے لگے ہونے ہیں اور ان میں سے ہر ایک پر کالہ ۱۶ پنچ مریج ہے اور ایک دو بیہ ہر فی فٹ شیشہ کی قیمت ہے تو بتاؤ کل خرچ شیشہ لگانے کا کیا ہوا

(۹) اضلاع مثلث ۸۹۰ اور ۱۹۹۰ اور ۱۰۰ کڑے ہیں اور اس کا رقبہ دریافت کرو
(۱۰) دو زونفہ کا رقبہ ۵۶ مربع فیٹ ہے اضلاع متوازیہ کا درمیانی فاصلہ عمودی ۱۹ فٹ ہے تو اضلاع متوازیہ کو دریافت کرو اور ان میں فرق ہم فیت ہے

(۱۱) دو سٹرکین ایک دوسرے کے ساتھ زاویہ قائمہ بناتے ہیں دو آدمی اس مقام سے چلا جہاں سٹرکین ایک دوسرے سے ملتی ہیں ایک سٹرک پر ہمیل فی گھنٹہ کے چال چلتا ہے اور دوسرا آدمی دوسری سٹرک پر ۲ میل فی گھنٹہ کی چال سے چلتا ہے تو بتاؤ ۱۰ منٹ پہنچنے کے بعد ان میں کیا فاصلہ ہوگا

(۱۲) بتاؤ ایک مربع میل کے ۱۰ حصہ میں کتنے مربع گز ہوتی ہیں۔

(۱۳) ایک مربع کا مجموعہ اضلاع ۴۸، ۲ پنچ ہے اور دوسرے کا ۳۶، ۳ پنچ ہے تو جو مربع ان دونوں مربعوں کے برابر رقبہ میں ہے اس کا مجموعہ اضلاع دریافت کرو

(۱۴) ایک مربع میں ۳۶۰ فیٹ ۸۱ پنچ ہیں اس کا ضلع دریافت کرو
(۱۵) ایک مربع کی شکل کا کہیت ۱۳ ایکڑ ۰۸۶ اگر اس کا ہے اگر ایک شخص ۲ ۱/۲ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے اس کی گرد پھری تو کتنی دیر میں اس کے گرد پھر آئیگا

(۱۶) ایک کمرہ ۱۶ فیٹ ۸ پنچ لینا اور ۱۲ فیٹ چوڑا ہے اس میں ایک گز عرض کا فرش ۶ گز کا کتنا اور کتنے کا صرف ہوگا

(۱۷) ایک کمرہ ۴ فیٹ لینا ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۴ فیٹ ۳ پنچ بلند ہے اور ان دیواروں میں ۴ دروازے ہیں اور ہر دروازہ ۸ فیٹ ۶ فیٹ ہے ۲ پنچ ہے اور تین بڑے دروازے ہیں جن میں سے ہر ایک ۱۰ فیٹ ۶ فیٹ ۸ پنچ ہے اور ایک نشان ۶ فیٹ ۶ پنچ سے ۴ فیٹ ۸ پنچ کو

منہا دیکر بناؤ کہ ۳۰ انچ عرض کا کاغذ ۱۱ ۱/۲ آنہ گز کا کتنا اس کمرہ میں صرف ہوگا
(۱۸) ایک کمرہ کا طول عرض سے دو چند ہو اور اسکی چپ کی رنگوائی ۴ ۱/۲ آنہ گز کے حساب سے
۳۹ روپیہ صرف ہوئی اور دیواروں کی رنگوائی میں ایک روپیہ ۱۲ گز کے حساب سے ۵۲۵
روپے خرچ ہوئے تو کمرہ کا ارتفاع دریافت کرو

(۱۹) ضلع ایک مثلث کے ۸۴۸ اور ۹۰۰ اور ۹۸۸ کڑیاں ہیں اسکا رقبہ دریافت کرو
(۲۰) ایک مستطیل ۸ گز ۳ انچ طول میں اور ۱۰۰ انچ عرض میں ہو تو بناؤ کتنے دائرے
ایک ایک انچ نصف قطر کے ملکر رقبہ میں اس مستطیل کے رقبے کے برابر ہونگے اور یہ بان لو کہ
دائرہ کا رقبہ جسکا نصف قطر ایک انچ ہو ۲۵۵/۱۱۳ مربع انچ ہو
(۲۱) ایک پیانہ قطری بناؤ اور اس کے سمتال کے طریقہ کو بیان کرو اور بناؤ پرگار کی قین
کن نقطوں پر رکھی جائیں کہ ۳۷۳ طول پیمائش ہو

(۲۲) بناؤ ۵۵ انچ مربع کس قدر ۵۵ مربع فیٹ سے زیادہ ہو۔
(۲۳) دو مستطیل کیت ہیں اور رقبہ اونکے آپس میں برابر ہیں اور اضلاع ایک کیت کے ۴۴ گز
اور ۱۳۴ گز طول میں ہیں اور اور دوسرے کیت کا بڑا ضلع ۱۱۳ گز ہو تو چھوٹے ضلع کا
طول دریافت کرو اور ہر کیت کے رقبہ کو ایک روڈ پول مربع گز میں بیان کرو
(۲۴) ایک مربع میں ۳۶ مربع فیٹ ۵۲ انچ ہیں اسکا ضلع دریافت کرو

(۲۵) ایک مستطیل کیت کا رقبہ ۶ ایکڑ ۹۶۰ گز ہو اور اسکا طول عرض سے سہ چند ہو تو مجموعہ
اضلاع اسکا دریافت کرو اور ایک گوشہ سے دوسرے گوشہ تک فاصلہ ہی بتلاؤ
(۲۶) ایک کمرہ ۸ فیٹ ۴ انچ لمبا اور ۶ فیٹ ۶ انچ چوڑا ہو تو ۲ انچ عرض کا فرش ۵
۳ پائی گز کا کتنے کاوسین صرف ہوگا۔

(۲۷) ایک کمرہ ۵۵ فیٹ طول میں ۱۰ فیٹ عرض میں اور ۴ فیٹ ۴ انچ ارتفاع میں ہو تو
اسکی چپت اور دیواروں کی رنگوائی ۴ گز کے حساب سے کیا ہوگی۔

(۲۸) ایک کمرہ طول میں نسبت عرض کے سہ چند ہو اور ہر ٹینک پنس گز کا فرش اوسمیں چھایا گیا ہو اور ۴ پنس گز کے حساب سے دیواروں پر رنگوائی ہوئی ہو اور فرش میں ۹ پونڈ ہر ٹینک ۴ پنس اور رنگوائی میں ۴ گنی صرف ہوئی تو مکان کا تمام طول عرض ارتفاع دریافت کرو۔
 (۲۹) کسی ٹینک مساوی الساقین کا مجموعہ ضلع ۳۰۶ فیٹ ہو اور ہر ایک ضلع برابر ضلع میں سے تیسرے ضلع کا پانچ آٹھواں حصہ ہو اس کا رقبہ دریافت کرو
 (۳۰) اوس دی پانچ ضلع کی شکل ہو اور زاویے ب اور س پر قائمے ہیں اگر ب = ۲۰ فیٹ اور ب س = ۸ فیٹ اور س د = ۳۲ فیٹ اور د ی = ۱۳ فیٹ شکل کا رقبہ اور اسی کا طول دریافت کرو

(۳۱) ایک پل کی محراب قوس کی شکل کی ہو اس کا وتر ۶۶ فیٹ ہو اور ارتفاع ۱۲ فیٹ ہو اوس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جسکی وہ قوس ہو
 (۳۲) ایک مربع گز ۴۵ برابر مربعوں میں تقسیم ہوا ہو ہر ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔
 (۳۳) منار اعظم مصر کے قاعدہ کے رقبہ میں بتاؤ کتنی ایکڑ ہیں ۵ فصل کی اہم مثال دیکھو
 (۳۴) اوس مربع کا ضلع دریافت کرو جس کا رقبہ برابر اوس مستطیل کے ہو جو اہ فیٹ لمبا اور ۶۰ فٹ چوڑا ہو

(۳۵) ایک قائم الزاویہ کعبہ ۳۰ گز لمبا اور ۲۰ گز چوڑا ہو اوسمیں ایک کونہ سے دوسرے کونہ تک فاصلہ دریافت کرو اگر اس کے اندر ۳ گز چوڑا گہیرا دھونکے لیے بنایا جائے تو کتنی جگہ باقی رہے گی۔
 (۳۶) ایک قائم الزاویہ صحن ۶۶ فیٹ لمبا اور ۸ فیٹ چوڑا ہو اور اوسمیں چار کھاریاں گہاس کی ہیں اور ہر کھاری ۲۲ فیٹ لمبی اور ۱۸ فیٹ چوڑی ہو تو بتاؤ باقی صحن کا فرش ۸۰ گز کے حساب سے کتنے روپے میں ہوگا۔

(۳۷) ایک کمرہ ۳۰ فیٹ لمبا اور ۵ فیٹ چوڑا اور ۵ فیٹ بلند ہو تو دیواروں پر ۱۰ فیٹ عرض کا اور ۲۰ آنے گز کا کاغذ کتنے روپے کا لگے گا۔

اور اس کمرہ میں بھی خرچ کا غرض مناسبت سے کا بناؤ جب کا طول عرض ارتفاع پہلی کمرہ کے طول عرض ارتفاع سے دو چند ہے مگر کا غرض عرض اوقمیت میں بہ نسبت پہلی کا غرض عرض اوقمیت نصف ہے (۲۰) ایک کمرہ کا ارتفاع ۱۱ فیٹ ہے اور طول عرض سے دو چند ہے اور میں ۶۵ گز کا غرض فیٹ عرض کا چاروں دیواروں میں لگا ہو تو بناؤ اور میں فرش کتنا لگے گا

(۲۱) مثلث کی اضلاع ۲۵، ۲۹، ۵۶ فیٹ ہیں اسکی ایک اوہ سب سے بڑے ضلع پر عمود کھلا گیا ہے تو جو دو مثلث اس عمود سے پیدا ہوئے ہیں اس کے رقبہ دریافت کرو (۲۲) کہیت اب اس کا رقبہ دریافت کرو اور نقشہ بناؤ اور اس کے اندر بہ تفصیل ذیل طول پیمائش کریں مین ہونی ہیں

ب سے عمود ب م کا اس پر = ۷۴۰

د سے عمود د ن کا اس پر = ۸۱۶

اس = ۱۲۲۰ اور اوم = ۵۳۲ اور ان = ۴۸۶

(۲۳) قوس کا وتر ۲ فیٹ ہے اور اس کا ارتفاع ۵ فیٹ ہے اس کا طول دریافت کرو

(۲۴) ایک کمرہ ۵۵ فیٹ ۵ انچ لمبا ہے اس کا کیا عرض کہیں کہ ۲۱ مربع گز رقبہ اس کا ہو

(۲۵) مستطیل کا رقبہ ۳۲ فیٹ ۳۲ مربع انچ اور ایک ضلع ۲۰ فیٹ ۵ انچ ہے

دوسرا ضلع دریافت کرو

(۲۶) ایک مستطیل ۷۲ گز لمبا اور ۳۶ گز چوڑا ہے اس کے رقبہ کے برابر جو مربع ہو اس کا

ضلع دریافت کرو

(۲۷) زمین کا ایک قائم الزاویہ قطعہ ۵، ۲ فیٹ ۶ انچ لمبا اور ۶ فیٹ ۶ انچ چوڑا ہے اور

قیمت اس کے ۴۸ روپیہ ۱۰ پائی ہے تو بناؤ اس کے مثلث مشابہ قطعہ ۸، ۵ فیٹ

۶ انچ لمبا اور ۵ فیٹ چوڑا کس قیمت کا ہوگا۔

(۲۸) ایک بازار نصف میل لمبا اور ۴۸ فیٹ چوڑا ہے اس کے فرش کی لاگت ۷۰ پائی

مربع گز کے حساب سے دریافت کرو

(۴۸) ایک کمرہ ۲۰ فیٹ ۶ انچ لمبنا ۱۵ فیٹ ۶ انچ چوڑا ۱۶ فیٹ بلند ہے اور اس کے دیواروں میں دو دروازے ہیں ہر ایک ۱۰ فیٹ ۳ فیٹ ۶ انچ ہے اور ایک بڑا دروازہ ۵ فیٹ سے ۵ فیٹ ۳ انچ اور دو دروازے ہیں ہر ایک ۵ فیٹ سے ۴ فیٹ اور ۴ فیٹ ۸ انچ سے ۳ فیٹ کا ایک آتش دان ہے، تو ان سب کو دیواروں میں گنہا دیکھ ۳ انچ عرض کا کاغذ ۱/۲ آنچ گز کا اس کی دیواروں میں کتنا لگے گا۔

(۴۹) ایک کمرہ کا طول عرض سے دو چند ہے اور گز کا فرش اس میں ۲ روپیہ ۱۰ پائی کا لگا اور اس کی دیواروں کی سفیدی میں ۹ پائی گز کے حساب سے ۳ روپیہ ۴ پائی صرف ہوئے تو کمرہ کا طول عرض ارتفاع دریافت کرو

(۵۰) کتب س در چار ضلع کی شکل ہے اور ب س متوازی اور کا ع اور اب = ب س = س = ۲۵ فیٹ اور او = ۳۳ فیٹ اس کا رقبہ دریافت کرو

(۵۱) دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہے اس کے اندر جو مربع بنایا جائے اس کا رقبہ دریافت کرو
(۵۲) ایک محظوظ مضلع ناقص کے ایک سر سے اضلاع ۱۲، ۱۵، ۱۲، ۲۰، ۱۵ انچ ہیں اور دوسرے سر کا بڑا ضلع ۵۲ انچ ہے دوسرے سر کی اضلاع دریافت کرو

(۵۳) قائم الزاویہ زمین ۸۰ فیٹ ۲۴ فیٹ ہے اس کی فرش کا چرخ ۴۲ روپیہ ہے دوسرے قائم الزاویہ زمین کا چرخ بتلاؤ جو ۶۰ فیٹ سے ۲۲ فیٹ ہے

(۵۴) قائم الزاویہ کا رقبہ ۵۰، ۳۰ مربع فیٹ ۶۰، ۹۰ مربع انچ ہے اور ایک ضلع ۸۱ فیٹ ۱/۲ انچ ہے دوسرے ضلع دریافت کرو

(۵۵) ماں کو کہ تین ہیکڑ زمین ۲۵۸۸۱ مربع گز زمین اور ایک ہیکڑ ۱۰۰۰۰ مربع میٹر طول میٹر کا گزوں کے رشتوں میں دریافت کرو

(۵۶) ۱۳ ۱/۲ فیٹ طول اور ۱۱ انچ عرض کی تختی ۴۴ گز لمبی اور ۲ گز چوڑی چوترا

پر کتنی بچینگے اور اگر ہ ۱۲ آنہ مربع فٹ کی لکڑی ہو تو کتنا روپہ اوسمین خرچ ہوگا
(۵۶) ایک کمرہ ۱۰ فیٹ ۹ اینچ طول میں اور ۱۲ فیٹ ۶ اینچ عرض میں ہر ایک فرش اوسکا پتہ گز
عرض کی ٹاٹ کا اور ۶ پانی گز کا بنا یا جائے اور دوسرا فرش ۱۱ اینچ گز عرض اور ۶ پانی گز
کا ٹپے کا بنا یا جائے تو بتاؤ دونوں فرشوں کی قیمت میں کیا فرق ہوگا
(۵۷) ایک کمرہ ۵ فیٹ ۹ اینچ لمبا اور ۴ فیٹ ۳ اینچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ بلند ہر ایک فرش اوسمین
دو دروازے ۵ فیٹ سے ۴ فیٹ ہیں اور ۲ کھڑکیاں ہیں اور ہر ایک ۶ فیٹ ۸ اینچ سے
۳ فیٹ ہر تواو سکی دیواروں پر ۱۱ اینچ لمبے اور ۲۲ اینچ چوڑے ڈاک کے ٹکٹ کتنے
لگینگے دروازے مستثنیٰ ہیں۔

(۵۸) ایک شخص پاس ٹکٹوں کا باغ ہو اور اس کے قاعدے میں ۲۰۰ گز ہیں وہ قاعدہ کے متوازی
جھاڑی لگا کر اس کے دو برابر حصے کرنا چاہتا ہو تو جھاڑی کا طول دریافت کرو
(۵۹) اس دعویٰ کو مثالوں سے ثابت کرو کہ اگر دو دائرے متحد المرکز ہوں تو ان کے دیرانی
سطح کا رقبہ برابر اوس دائرہ کے ہوتا ہو جس کا قطر برابر اوس وتر ہو ورنی کے ہر جو دائرہ
اندرونی کو مس کرتا ہو۔

(۶۰) ایک مدور صحن ۳۰ فیٹ قطر کا ہو اور اس کا فرش ۲۳ پانی فٹ کے حساب سے
کیا گیا مگر گز پراؤس کے ایک مسدس منظم کی جگہ چھوڑ دی گئی ہو اور اس مسدس کا ہر ایک
ضلع ۲ فیٹ ہو تو بتاؤ فرش میں کیا لاگت آگے گی۔

(۶۱) ایک دیوار ۱۲۰ اینٹ لمبی اور ۱۵ اینٹ بلند اور ۱۲ اینٹ آنار کی ہو بتاؤ اوسمین اینٹیں
(۶۲) ایک مجسم کا طول ۲ گز عرض ۱۲ گز اور جسامت ایک مکعب گز ۶ مکعب فٹ ۱۲۹۶
مکعب اینچ ہو اس مجسم کا طول دریافت کرو۔

(۶۳) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۹ اینچ لمبا ۱۳ فیٹ ۴ اینچ چوڑا ہو اوسمین بارش کے سبب ۲ فٹ
گہرا پانی چڑ گیا تو بتاؤ یہ پانی وزن میں کتنا ہوگا اور ایک مکعب پانی کا وزن

۳۱ لم سیر ہو۔

(۶۴) سونا ایسا کوٹنا چاہئے کہ ایک گرین سٹون کا ورق ۶۶ مربع انچ کا بنجائے تو بتاؤ کتنے ایسے ورق آپڑیں گے لیکن کہ ایک انچ کا دل بنجائے اور ایک کعب فٹ سٹون کا وزن ۱۰ ہینڈریڈ ویٹ ۴۵ پونڈ ہو (۶۵) ایک کعب مین ۴۰ فٹ ۲ کعب گز مین تو بتاؤ اس کے کنارہ مین کتنے طولانی فیٹ مین۔

(۶۶) ایک طرف چاروں طرف سے بند ایک انچ موٹی دیوار کا بنا ہوا ہو اور اس کی امتداد ہر طرف ۳ انچ اور ۶ فیٹ ۵ انچ اور ۴ فیٹ ۳ انچ مین اور وزن ۲ ہینڈریڈ ویٹ ۲ کوارٹر ۵ پونڈ ہو تو بتاؤ اگر یہ طرف ٹھوس ہونا اور اندر سے خالی نہوتا تو کیا وزن اس کا ہوتا۔

(۶۷) ایک سنگ سرخ کا چٹان ۱۱۵ فیٹ لمبا اور سطح متفاضل کا اوسط ۱۱۳ مربع فیٹ ہو اگر اس کا ایک چوکھوٹا مینار بنادین تو ایک تہائی چٹان کا حجم ضائع ہوتا ہو اور اس کا وزن ۶۳۴ ٹن کا ہو جانا ہو تو ایسے مینار کے حجم مین کعب فٹ اور ایک کعب فٹ سنگ سرخ کا وزن بتاؤ (۶۸) ایک گول مینر کے تختہ کا، فیٹ قطر ہو اور ایک انچ موٹا ہو تو بتاؤ کتنے کعب فٹ لکڑی اوسین ہو اور اس کی خزا کرائی ۶ رنی فٹ کے حساب سے کتنے بروہم مین ہوگی۔

(۶۹) ایک نل چمڑے کا ۴۰ فیٹ لمبا اور ۲ انچ سوراخ کا ہو تو بتاؤ اوسین کتنے گیلن پانی سمایگا۔ (۷۰) ناقص مخروط مضلع کے سرے قائم الزاویہ مین اور ایک سرے میں اضلاع محیط زاویہ قائمہ کے ۲ فیٹ اور ۲ فیٹ مین اور دوسرے ضلع کا سب سے چوٹا ضلع ۸ فیٹ ہو اور ارتفاع مخروط ناقص کا، فیٹ ہو حجم اس کا دریافت کرو

(۷۱) اینٹ کا طول عرض موٹائی ۴ وہم ۱/۲ و ۳ انچ ہو تو بتاؤ کہ ۱۰ وہم ۱/۲ فیٹ کے طول عرض آثار کی دیوار مین کتنی اینٹیں لگائیگی۔ (۷۲) ایک مجسم کا دل ایک فٹ ہو اور عرض ۱۸ انچ اور جسامت ۲ کعب فٹ ۲۱۶ کعب انچ ہو اس مجسم کا طول دریافت کرو۔

(۷۳) ایک صندوق ۴ فیٹ طول مین ۲ فیٹ ۶ انچ عرض مین اور ایک فٹ ۶ انچ عمق مین ہے

(۸۳) مکعب کی جسامت میں ۵۳۵۹۳۷۵ مکعب فیٹ ہیں اس کے کنارہ میں تعداد انجون کی دریافت کرو

(۸۴) ایک طرف ایسا ہے کہ اس کا حجم برابر اور ان مکعبوں کے حجم کے ہے جتنی کنارہ می ۱۰ اینچ اور ۲ اینچ ہیں اور اس کے قاعدہ کا رقبہ برابر دوسرے دونوں کے تفاوت کے ہے جس کے اضلاع ۱۱ و ۱۲ فیٹ ہیں طرف کا عمق دریافت کرو

(۸۵) طرف فلزات کی قیمت ۳ پونڈ ۱۰ شلنگ ۴ پیس فی مکعب اینچ کے حساب سے ۲۰۰ پونڈ ۴ شلنگ ۴ پیس ہے ۱۲ پیس فی جرن اینچ کے حساب سے اس کے گلت کرائی کیا ہوگی (۸۶) اگر سونا کوٹ کر ایسا پتلا بنایا جا کہ ایک گزن کا ورق ۶ درجن اینچ ہو تو بتاؤ کتنے یہ ورق سونے کے ملکر موٹائی میں برابر اور اس کا غلے کے ہونے کے جس کے ۱۰۰ پیس تختوں کی کتاب ایک اینچ موٹی ضخامت میں ہے اور سونے کا وزن ۱۲۱۵ پونڈ فی مکعب فٹ ہے۔

(۸۷) نصف کرہ کی شکل کا برتن ہے اور اس کا قطر ۶ فیٹ ہے اور اس کا طرف ۲۰ گنا ایک اور برتن ہے جس کے صوت اسطوانہ کی صورت ہے اور اس کا عمق ۱ فٹ ۶ اینچ اس طرف کا قطر دریافت کرو (۸۸) شلٹ قائم الزاویہ کی اضلاع ۳ اور ۴ اینچ طول میں ہیں وہ بڑے ضلع کی گرد حرکت کر کے جو مخروط سیدر پیدا کریگا اس کا حجم اور کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۸۹) مخروط ضلع ناقص کا ارتفاع ۴ اینچ ہے اور نیچے کا سر استییل ہے اور وہ ۹ اینچ ۱۲ اینچ ہے اور اوپر کا سر استییل ہے جس کا بڑا ضلع ۸ اینچ ہے اس ناقص مخروط کا حجم دریافت کرو (۹۰) کرہ کی سطح کا رقبہ ۲۰۰۰۰ فیٹ ہے کرہ کا حجم دریافت کرو

(۹۱) ایک ٹنہ ۲۰ فیٹ ۴ اینچ لمبا، ۱۰ اور ۱۲ اینچ چوڑا ہے اور ۱ فٹ ۶ اینچ موٹا ہے نو بتاؤ ایک اینچ موٹا تختے کتنے پہلاؤ کے کٹینگے

(۹۲) عام کا حوض ۶ فیٹ لمبا اور ۳ فیٹ چوڑا اور ۱ فٹ ۹ اینچ گہرا ہے اس میں کس قدر پانی وزن میں سٹانا ہوگا۔

(۴۳) مکعب کا حجم ۱۰۰۰۰۰۰۰ مکعب انچ ہو اور اس کا ضلع دریافت کرو
(۴۴) ایک صندوق کا طول عرض اور عمق ۲ فٹ ۲ انچ اور ۳ فٹ ۳ انچ اور ۴ فٹ ۴ انچ ہو
اوسین ۴ انچ کنارہ کی مکعب کتنے سائیکے۔

(۴۵) ایک مکان ۴۴ فٹ ۳ انچ لمبا اور ۳۳ فٹ ۴ انچ چوڑا ہو اور اوسین تختوں کا فرش بچا ہوا
ہو اور تختہ کا دل آدہ انچ کا ہو اور ہر ایک تختہ ۸ انچ چوڑا اور ۱۰ فٹ لمبا ہو تو ایسے تختے کتنے
فرش میں لگے ہونے ہونگے اور اگر ایک مکعب انچ کا وزن نصف اونس ہو تو کل فرش
کے تختوں کا وزن کیا ہوگا۔

(۴۶) کمرہ مکعب کی شکل کا ہو اور اوسین ۶۶۶۶ مکعب فٹ کا ساؤ ہو تو تباؤ اوسکے فرش
میں ۳۴ انچ عرض اور ۶۴ پائی گز کا فرش کتنا لگے گا

(۴۷) ایک مخروطی جہت ۶ فٹ بلند ہو اور قاعدہ اوسکا مربع ہو اور ہر ایک قاعدہ کا ضلع ۴۴ فٹ
ہو اور اوپر ۱۰ انچ موٹی چادرین سیسہ کی لگی ہوئی ہین تو تباؤ کتنا سیسہ اوسین لگا ہوا ہو
اور یہ مان لو کہ ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۴ اونس ہو۔

اگر سیسہ کو اونا لین اور اوسکی گولی ایسی صورت کی بنائیں اوسکی شکل اسطوانہ کی سی ہو اور ۱۰ انچ لمبا اور
۱۰ انچ قطر ہو اور ایک سر پر اوسکے اسی قطر کا مخروط مستدیر ہو اور یہ پیم بلند ہو تو تباؤ کتنی گولیاں اوسکی
ایسی بنیں گی۔

(۴۸) ایک توپ کا گول گول ۱۰ انچ قطر کا گلا یا گیا اور مخروط مستدیر کے قالب میں ڈھالا گیا اور
اوسکے قاعدہ کا قطر ۱۸ انچ ہو مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۴۹) ایک اسطوانہ ۴۴ فٹ لمبا ہو اور اسکا قطر ۴ فٹ ہو اور اوسکے سر وں پر نصف کرہ چسپان کئے
گئے ہین تو کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۰۰) ٹن کی ایک کیف ہو اور اوسکے دو حصے ہین ایک حصہ مخروط مستدیر ہو اور ارتفاع مائل ۱۰ انچ ہو
ایک سر کا محیط ۲۰ انچ ہو اور دوسرا سر ۱۰ انچ ہو اور دوسرا حصہ اسطوانہ ہو جس کا محیط ۱۰ انچ ہے

- اور طول ۸ انچ ہو تو بتاؤ کتنے مربع انچ میں اس کیف میں لگا ہوگا
- (۱۰۱) ایک مکعب کا کنارہ ۲۲ انچ ہو اور میں سے ۲ انچ کنارہ کے مکعب کتنے کٹینگے
- (۱۰۲) ایک کمرہ کا عرض دو تہائی اوسکے طول سے ہو اور تین نصف اوسکے ارتفاع سے ہو اور طرف کمرہ کا ۵۸۳۲ مکعب فیٹ ہو تو کمرہ کا طول عرض ارتفاع دریافت کرو۔
- (۱۰۳) ایک مکعب کا حجم ۵۴۳۸۵۹ مکعب انچ ہو اوسکے ضلع کا طول دریافت کرو۔
- (۱۰۴) ایک مجسم کی جسامت ۳۰ مکعب فیٹ ہو اور دوسرے مجسم کی ۱۴ مکعب گز تو بتاؤ دوسرا مجسم کونسا اضعاف پہلی مجسم کا ہو۔
- (۱۰۵) ایک پل ۱۴ فیٹ ۸ انچ چوڑا ہو اور ہار اوسکی نیچے سے ۱۰ فیٹ ۱۱ انچ گہری جاتی ہو اور اوسکے رفتار ۴۰ میل فی گنٹہ ہو تو بتاؤ اس پل کے نیچے سے ۱۰ منٹ میں کتنا پانی جاے گا۔
- (۱۰۶) ایک مکعب انچ دہات کا اتنا بڑا یا گیا ہو کہ ہر ایک رخ اوسکا ۲۰۱ رقبہ میں بڑھ گیا ہو تو بتاؤ اوسکا حجم کتنا بڑھا
- (۱۰۷) کمرہ اور مکعب کی سطحیں آپس میں برابر ہیں تو ثابت کرو کہ حجم کمرہ کا ۲۸۲۰ اگنا مکعب کے حجم سے ہو۔
- (۱۰۸) کمرہ اور اسطوانہ مستدیر کی سطحیں آپس میں برابر ہیں اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر سے دو چند ہو تو ثابت کرو کہ کمرہ کا حجم ۲۲۴ اگنا اسطوانہ کے حجم سے ہو۔
- (۱۰۹) ایک کمرہ اور مکعب کا ایک ہی حجم ہو ثابت کرو کہ سطح مکعب کی ۲۴۰ اگرا کی سطح سے ہو۔
- (۱۱۰) ایک کمرہ اور اسطوانہ مستدیر کا ایک ہی حجم ہو اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر سے دو چند ہو تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کی سطح ۱۴۴ اگنی گروہ کے سطح سے ہو۔
- (۱۱۱) ایک ظرف کا طول عرض عمق ۵ فیٹ ۶ انچ اور ۳ فیٹ ۹ انچ اور افٹ ۲ انچ ہو تو بتاؤ اویز پانی کا وزن کیا ہوگا اور اس وزن کو ایک سیر کے قریب تک نکالو۔
- (۱۱۲) ایک قطعہ زمین ۳ ایکڑ ۳ روڈ ہو اوسپر ۴ فیٹ ۶ انچ اونچی بھری بھی ہوئی ہو تو بتاؤ بھری ۶ مکعب گز کے حساب سے کتنے کی بھی ہوگی۔

(۱۱۳) ایک مکعب کا حجم ۲۰۰ مکعب انچ ہے اور اسکے قطر کا طویل دریافت کرو

(۱۱۴) اینٹ ۹ انچ لمبی ۴ انچ چوڑی ۲ انچ موٹی ہے اور سیر اور سکا وزن ہے تو بتاؤ جو چوڑی

اینٹوں کا ۱۰ فیٹ لمبہ ۵ فیٹ چوڑا اور ۲ فیٹ آٹا رکنا ہو اور سکا وزن کیا ہوگا

(۱۱۵) ایک مخروط ماضلع کا قاعدہ مربع ہے اور باقی اطراف اور اسکے مثلث مساوی الاضلاع ہیں اور

ہر ایک کنارہ ۲۰ فیٹ ہو اور سکا حجم دریافت کرو

(۱۱۶) قاعدہ اسطوانہ کا قطر ۲۰ فیٹ اور ارتفاع ۲۰ فیٹ ہو اور سکا حجم دریافت کرو

(۱۱۷) ایک خندق ۵ فیٹ گہری ہو اور ۱۰ فیٹ چوڑی اور ۱۰ فیٹ چوڑی خیمہ پر ہے

اگر اوہین آدہ پانی بھرا ہو تو پانی کا عمق بتاؤ کیا ہوگا

(۱۱۸) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سر کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۲۰ انچ

اور ارتفاع ۵۰ انچ ہو اور سکا حجم دریافت کرو

(۱۱۹) اگر لوہے کی گولی ۲۰ انچ قطر کے وزن میں ۹ پونڈ ہے تو اس مجوف گولی کا وزن دریافت کرو

جس کا قطر بیرونی اور اندرونی ۱۰ انچ اور ۵ انچ ہے

(۱۲۰) مخروط مستدیر قائم کی سطح کا قعہ ۲۰ مربع فیٹ ہو اور ارتفاع ۱۰ فٹ ہے چنانچہ نصف قطر قاعدہ

ہو اور اس مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

(۱۲۱) ایک مجسم تنواری اسطرح کے قاعدہ کا رقبہ ایک مربع گرنہ ہے اور ارتفاع ۲ فیٹ ۱۰ انچ ہو اور سکا حجم دریافت کرو

(۱۲۲) قطعہ میں ۱۲۰ اکیڑ کا سوا مکمل اوہین ۵ فیٹ موٹی تہین کو مکمل کی جی ہوئی ہیں اور ایک

کو مکمل کی قیمت ۱۲ شلنگ ہو اور ایک مکعب کو مکمل وزن میں ایک ٹن ہوتا ہے تو اس تمام

کو مکمل کی قیمت دریافت کرو

(۱۲۳) ایک طباق پتل کا ۵ فیٹ لمبا ۲ فیٹ ۱۰ انچ چوڑا ۱۰ انچ موٹا ہے اور سکا وزن کیا ہوگا

انچوں کی تعداد دریافت کرو

(۱۲۴) جنوبی دلیز میں کو مکمل کے میدان کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع میل ہے اور اوسط کو مکمل کی موٹائی ۱۰

۱۰ فیٹ ہے اگر ایک کعب کو مکہ کا وزن ایک ٹن ہو اور گریٹ برٹن میں صرف کو مکہ کا سالیانہ..... ٹن ہو تو بتاؤ اگر یہی خسیج چ سالیانہ رہے تو تمام گریٹ برٹن کو اس میدان کا مکہ کتنے برسوں کے واسطے کافی ہوگا

۱۱ ایک مخروط مضلع کو ڈکڑے قاعدہ کے متوازی سطح سے جوئی بن اور یہ سطح قاعدے اور اس کے درمیان عین وسط میں گزرتی ہے تو ثابت کرو کہ ایک حصہ رست گنا دوسرے حصہ سے ہے
۱۲ ایک اسطوانہ کا قطرہ فیٹ ہے اور اس کا حجم ۸۵ مکعب فیٹ تو بتاؤ اس کا ارتفاع با ہوگا +

۱۳ مجسم ذوزفقہ کے سر سے سطح میں اور اونکی استدادہ فیٹ سے، فیٹ اور ۱۰ فیٹ سے
یٹ میں اور ارتفاع ۱۰ فیٹ اس مجسم کا حجم دریافت کرو +

۱۴ ایک مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع، فیٹ ہے اور دونوں سروں کے نصف قطرہ فیٹ
رہ فیٹ میں اور مخروط ناقص و حصوں میں قاعدہ کے متوازی سطح سے تقسیم ہوا
ہے اور اس سطح کا فاصلہ چوٹے سر سے ۸۸۴ و ۳ فیٹ کا ہے تو ثابت کرو کہ دونوں
موں کے حجم آپس میں برابر ہیں

۱۵ ایک گھوس گولی ۳ انچ نصف قطر کی ہے اور کسی خاص چیز کی بنائی گئی ہے اور اس کا وزن
بڑھو تو اس مجت گولی کا وزن دریافت کرو جبکہ قطر اندرونی ۱ انچ ہے اور بیرونی ۱ انچ
۱۱ ایک گولی کے دائرہ عظیم کا محیط ۷۰ و ۵ فیٹ ہے کل گولی کی سطح کا رقبہ دریافت کرو
۱۲ ایک چھری دیوار ۱۰ فیٹ ۱۱ انچ بلند ہے اور ۲ فیٹ ۳ انچ آثار کی چٹان سے پتھر کال کراس
۱۳ زمین لگائی گئی ہیں دیوار غار ۳۰ فیٹ لمبا، ۲ فیٹ چوڑا، ۱۰ فیٹ گہرا ہے تو دیوار کا
ل دریافت کرو

۱۴ ایک طرف کا طول عمق عرض ۵ فیٹ ۵ فیٹ ۵ فیٹ ہے جب اس طرف میں پانی
ہو تو وہ ایک نل کے ذریعہ سے ڈیڑھ گھنٹہ میں خالی ہو گیا تو بتاؤ اس نل میں

ایک منٹ میں کتنا پانی گذرتا ہے
(۱۳۳) ۱۰۰ گالے ہیں اور ہر ایک تختہ ۵ فیٹ لمبا اور ۱۱ انچ چوڑا اور ۱۱ انچ موٹا ہے تو بتاؤ
اوسمین کتنے مکعب فیٹ ڈیل کی لکڑی لگی ہوئی ہے۔

(۱۳۴) ۴ ایکڑ کا تالاب ہے اور سپر برابر ۶ انچ موٹی برف جم گئی ہے اگر ایک مکعب فٹ برف کا
وزن ۵۹۶ اونس ہو تو اوس تالاب کی برف کا وزن ٹن میں دریافت کرو۔

(۱۳۵) فرض کرو کہ کوئلہ جتنا گریٹ برٹن میں صرف ہوتا ہے اوس کا ایک مینا مربع قاعدہ پر
بنایا گیا اور یہ قاعدہ مینا مضلع کے قاعدہ کے برابر ہو تو اوس کا ارتفاع کیا ہوگا ۵۴ فٹ
کی ۱۴ مثال اور امثلہ متفرقہ کی ۱۲ مثال دیکھو

(۱۳۶) ایک خندق ۹ فٹ گہری ۱۲ فیٹ چوڑی اور ۳۰ فیٹ چوڑی تہ پر کو دی گئی
اور مٹی نکال کر خندق کے کنارے پر ڈالی گئی اور اوس کا ایک کنارہ سلامی کا بنایا گیا اور یہ
کنارہ ایک ہی زاویہ افق کے ساتھ بتاتا ہے اور ارتفاع کنارہ کا تین چوتھائی قاعدہ کا ہے
تو کنارہ کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۱۳۷) اوس اسطوانہ کا حجم دریافت کرو جس کا ارتفاع ۵۰ فیٹ اور نصف قطر ۹ فیٹ ہے۔
(۱۳۸) ایک ڈول مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا ہے اور اوسکی تہ کا قطر ۱۲ فٹ ہے اور اوپر کا قطر
۱۲ فٹ ۳ انچ ہے اور عمق ۱۲ فٹ ۶ انچ ہے تو بتاؤ جب ڈول پانی سے بھر سو تو وہ خالی ڈول کی کثرت
وزن میں کتنے پونڈ کے قریب ہوگا۔

(۱۳۹) اگر ۳ مکعب انچ بارود کا وزن اپونڈ ہو تو جس خالی گولہ میں اپونڈ بارود سما تی ہے
اوس کا قطر دریافت کرو۔

(۱۴۰) ایک سطحہ کرہ کا ارتفاع ۴ فیٹ اور قطر کرہ ۶ فیٹ ہے سطح سطحی کا رقبہ دریافت کرو
(۱۴۱) ایک کبست میں ایک ایکڑ ۲ روڈ ۱۶ پول ہیں اگر اس کبست کی زمین کو ۱۸ انچ اونچا
اور ۱۸ انچ چاہیں تو کتنے مکعب فٹ مٹی اوسپر ڈالیں۔

(۱۴۲) ایک مکعب انچ سونے کے ورق کوٹ کر ایسے بنائے کہ وہ ۷ مربع فیٹ پر چسپان ہو سکتے ہیں تو بتاؤ ورق کتنا موٹا ہوگا۔

(۱۴۳) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۹ انچ لمبا اور ۱۶ فیٹ ۴ انچ چوڑا اور ۸ فیٹ ۸ انچ بلند ہے تو اس کمرہ میں کتنے مکعب فیٹ ہوا سائیگی۔

(۱۴۴) ایک مکان بنانے کے واسطے بنیاد ۴۴ فیٹ لمبی ۳۳ فیٹ چوڑی گہری کھودی گئی ہے اور نصف ایکڑ زمین پر یہی کھود کر یکساں پھیلائی گئی تو بتاؤ یہ زمین کتنی اونچی ہو جائیگی اور یہ مان لو کہ مٹی کھودنے سے حجم میں ۱۰ انچ بڑھ جاتی ہے۔

(۱۴۵) ایک مخروط ضلع کا ارتفاع ۱۲ انچ ہے اور قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہے جبکہ ہر ایک ضلع ۱۰ انچ ہے اس مخروط کی جسامت دریافت کرو۔

(۱۴۶) ایک مکعب انچ دہات ہے اور سکاٹارہ ۸۰ انچ قطر کا کہیں لگایا ہے تو بتاؤ اس کا کتنا طول ہوگا (۱۴۷) دو برابر تختے ہیں اور ہر ایک تختہ ۵ انچ چوڑا ہے اس کے لیے کناروں کو جوڑ کر ایک میز بنایا گیا ہے اور اس میز اب کا عرض زیادہ سے زیادہ ۸ انچ ہے پس اگر وہ ۴ گز لمبا ہو تو کتنے مکعب انچ اوس میں آئیں گے۔

(۱۴۸) مخروط مستدیر ناقص کے سرورں کے نصف قطر ۴ انچ اور ۵ انچ ہیں اور ارتفاع مخروط کا ۳ انچ ہے کل مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو۔

(۱۴۹) ایک گولی کا قطر ۴۴ انچ ہے اور وزن ۱۲ پونڈ تو بتاؤ جس گولی کا قطر ۴۴ انچ ہے اس کا وزن کیا ہوگا۔

(۱۵۰) ایک سطوانہ مستدیر کی سطح کا رقبہ ۶۰۰ مربع انچ اور ارتفاع ۲۵ انچ ہے تو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۵۱) ایک قائم الزاویہ ۴۴ گز لمبا اور ۵۴ گز چوڑا ہے اس کا رقبہ ایکس میں دریافت کرو اور اس کے اوپر کے رقبے ہی درشت کرو جو ایک ضلع کے نقطہ وسط اور کسی ایک مقابل کے زاویہ

لانے سے پیدا ہوں

(۱۵۲) ایک کمرہ کی دیوار میں ۲۱ فیٹ لمبی اور ۱۵ فیٹ ۹ انچ چوڑی اور ۱۱ فیٹ ۸ انچ بلند اور ۱۰ پونڈ ۱۲ شلنگ ۶ پن کے اوپر رنگت کی گئی تو بتاؤ اسی حساب سے جہت کی رنگوائی میں اور کیا خراج ہوگا

(۱۵۳) ایک ستوازی الاضلاع کے دو ضلعوں میں ہر ایک ۸ فیٹ ۹ انچ لمبا اور باقی دو ضلعوں میں ہر ایک ۷ فیٹ ۳ انچ لمبا ہے اور قطر ۱۱ فیٹ ۷ انچ لمبا ہے اس بات کو دریافت کرو کہ ستوازی الاضلاع قائم الزاویہ ہے یا نہیں

(۱۵۴) محیط دائرہ کی ایک نقطہ سے دو وتر زائے قائم بنائی ہوئی کہیں گئی ہیں اور ان کے طول ۱۳ اور ۱۷ انچ ہیں دائرہ کا قوس دریافت کرو

(۱۵۵) یورک شہر کے کوئلہ کی کان کا قوس ۹۳ ۱/۲ میل ہے اور اوسط کوئلہ کے دل کا ۷۰ فیٹ ہے اگر ایک کعب گز کوئلہ کا وزن ایک ٹن ہو اور انگلستان میں ٹن کوئلہ کا تسبیح سالیانہ ہو تو بتاؤ کتنی برس تک اگر اسی طرح کوئلہ خراج ہوا کرے تو اسی کوئلہ کی کان سے خراج گریٹ برٹن کا چل جائیگا

(۱۵۶) انگلستان میں جتنا کوئلہ ایک سال میں صرف ہوتا ہے اگر اس کا چوترا ۱۰ ایکڑ مستطیل بن لگایا جائے تو بتاؤ اس کا ارتفاع کتنے گز کو قریب ہوگا

(۱۵۷) ایک کعب فٹ سونے کے ورق ایسے کوٹے گئے کہ وہ ۱۶ ایکڑ پہیلے ہیں تو نمونائی ورق کی انچ کے اعشاریہ میں دریافت کرو اور وہاں تک اعشاریہ نکالو کہ اس میں دو ہندسے ایسے ہوں کہ ان سے کچھ غلط نہ ہوتا ہو

(۱۵۸) ایک کعب فٹ میں تعداد گیلن کی تین مرتبہ اعشاریہ تک دریافت کرو

(۱۵۹) ایک کعب انچ پیل کا تار کھینچا گیا ہے اور ۱/۱۰ انچ قطر کا ہے تو بتاؤ تار کتنی انچ کے قریب ہوگا اور ۱۳ شلنگ قائم الزاویہ کے اضلاع ۳ انچ اور ۴ انچ ہیں اگر وتر کے گرد یہ مشٹ جکر

کھائی تو جو دو مخروط پیدا ہونگے اور کچھ دریافت کرو

(۱۴۱) ایک طرف شیشہ کا قاعدہ مربع ہے اور اس کا ارتفاع قاعدہ کے ضلع سے نصف ہے اور اس پر کچھ ڈھکنا نہیں ہے اور طرف کی قیمت ۱۵ روپیہ ۱۰ مربع گز ۶ روپیہ مربع گز کے حساب سے تو بتاؤ کتنی گیلن اس طرف میں پانی آئیگا۔

(۱۴۲) فرض کرو کہ ایک مکعب پستل کا وزن ۸۵۰۰ اونس ہوتا ہے اسکی ایک گز تار کا وزن جسکی موٹائی ۱/۱۶ انچ ہے کیا ہوگا

(۱۴۳) مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۵ اور ۱۲ انچ طویل ہیں وتر پر وہ حرکت کر کے جو دوسرے مخروط پیدا کرے اور کچھ دریافت کرو

(۱۴۴) دو کروں کے وزنوں میں نسبت ۹ اور ۲۵ کی ہے اور جس چیز کی وہ بنی ہوئی ہیں اس کے وزنوں میں نسبت ۱۵ اور ۴ کی ہے تو بتاؤ ان کے قطروں میں کیا نسبت ہو۔

(۱۴۵) ایک تار سونے کا ۱۰ انچ موٹا ہے اسکا چھلا بنایا گیا ہے جسکا قطر اندرونی ایک انچ ہے اب اس چھلے کا اندر جو سطح واقع ہے اس پر اس قدر سونے کا گلت کیا ہے جس قدر کہ خود چھلا وزن میں ہے تو بتاؤ گلت کا مل کیا ہے

(۱۴۶) مخروط مستدیر اور نصف کرہ سے ترکیب پا کر ایک مجسم بنا ہے اور یہ نصف کرہ قاعدہ مدور مخروط پر لگایا گیا ہے اور اس کا قطر ۲ فٹ ۶ انچ اور اسے راس مخروط مستدیر کا قاعدہ ہے اس مجسم کو پانی سے بھری ہوئی اسطوانہ میں ڈبوایا اور اس اسطوانہ کی بھی تراش مدور کا قطر ۲ فٹ ہے اب جس مجسم کو ڈبوایا ہے اسکی یہ کیفیت ہو کہ اس میں راس مخروط مستدیر کا قاعدہ اسطوانہ کے مرکز پر منطبق ہے اور سب سے اونچا حصہ نصف کرہ کا سطح اب سے ملا ہوا ہے تو بتاؤ اسطوانہ میں کس قدر پانی باقی رہا

(۱۴۷) ایک نصف کرہ کی شکل کا گولہ ۴ فٹ قطر کا کچھ نہ میں میں گڑا ہے اور اسکا سنہ بیچ کی طرف ہو اور افقی المقام ہے اور زمین کے اوپر اس کا ایک تہائی حصہ کھائی

دیتا ہے تو بتاؤ کتنی زمین کو دین کہ وہ بالکل زمین سے نکل آئے اور مٹی سے اسطوانہ کی شکل دیوار او سکے گرد بنجائے۔

(۱۶۸) مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۶ فٹ ہے اور چوڑے سرے کا نصف قطر ۲ فٹ ہے اور بڑے سرے کا نصف قطر ۳ فٹ ہے تو بتاؤ قاعدہ کے متوازی سطح کس مقام سے کمینچین کہ وہ دو برابر حصوں میں تقسیم ہو جائے اور ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

(۱۶۹) ایک گیند کا محیط ۲۳ انچ ہے تو بتاؤ اس کے خلاف میں کتنے انچ کے قریب چڑھ لگے گا۔

(۱۷۰) حجم پیہ کا گیلن میں دریافت کرو طول او سکا ۵.۴۷ انچ اور قطر متوسط ۶.۲۸ اور قطر اس ۲۶.۵ انچ

(۱۷۱) مثلث متساوی الاضلاع کی شکل کا رقبہ ہے اس کا فرش ۴ پائی فٹ لے حساب ہو اور او اسکے گرد مینڈ بندی ۵ فرٹ کے حساب ہوئی ہے تو ثابت کرو کہ فرش کی لاگت کو مینڈ بندی کی لاگت سے وہ نسبت ہے جو ۳۸۰ کو ضلع کے سہ چند فٹوں کی تعداد سے۔

(۱۷۲) اس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع دریافت کرو جس کے فرش میں ۴ پائی فٹ کے حساب آوٹا ہی خرچ ہوا ہو جبنا ۵ فرٹ کے حساب اس کے اضلاع پر مینڈ بندی میں ہوا ہے۔

(۱۷۳) کسی خاص مربع سے ایک مستطیل ۲۰.۲ انچ بلندی زیادہ اور ۲ انچ چوڑی کم ہے مگر رقبہ دونوں میں ایک ہی ہے تو شکل کھینچ کر ثابت کرو کہ مربع کے ضلع میں تعداد انچوں کی برابر اس خارج قسمت کی ہے جو ۲۰.۲ اور ۲ کے حاصل ضرب کو ان کے تفاوت پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

(۱۷۴) ایک مکعب صندوق کے کناروں کے ناپنے میں غلطی سے ۲۰.۲ ایک انچ طول میں بڑھ گئے اور عرض میں ۲ انچ گھٹ گئے اور ارتفاع صحیح صحیح بنا لیا اور حساب کر کے جو حجم دریافت کیا تو وہ صندوق کے حجم کے برابر بنا تو صندوق کا حجم مکعب انچوں میں دریافت کرو۔

(۱۷۵) ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۸ انچ ہے اور ایک انچ کے فاصلہ پر مرکز سے وہ خطوط

مستقیم کھینچے گئے ہیں تو ان خطوط کے درمیان جو حصہ اُردہ کا آئے اور سکار قبہ دریافت کرو (۱۷۶) ایچ چوڑا سوراخ منبع کی شکل کا ایک اسطوانہ میں جبکہ نصف قطر ۲۴ اینچ ہے اس طرح کیا گیا ہے کہ سوراخ کا محور اسطوانہ کے محور کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتا ہے تو بتاؤ برادہ اوسمین سے نکالا گیا ہے۔

۱۷۱۱ء ایک برتن لوہے کا مجسم توازیی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اس کا قاعدہ مربع ہے اور ایک اور برتن اسی طرف کا اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا لوہے سے بنایا گیا ہے اور ان برتنوں کے ڈبکے نہیں ہیں اور ان کی شکلیں ایسی بنائی گئی ہیں کہ انہیں ذرا سی لوہا بیکار نہیں کیا غرض نہایت کفایت سے بنائی گئی ہیں تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کی شکل کے برتن کا لوہا ۱۷۱۲ حصے دو سر برتن کے لوہے کا ہے

(۱۷۸) اور ثابت کرو کہ اوپر کی مثال میں اگر دیکھ لیں تو یہی ہی نتیجہ نکلتا۔

۱۷۹) ایک محفوظ مضامین قاعدہ پرست اور ہر ایک کمنارہ... فیت لبنات اوس ملکب کا کمنارہ دریافت کرو جبکا محجر برابر محجر و طے کے ہو

۱۸۰۔ اس عمومی کو مختلف مثالوں سے ثابت کرو کہ ایک مخروط مستدیر قائم و جھون میں تقسیم ہوا
ایک حصہ مخروط ہے دوسرا مخروط ناقص ہے اور مخروط ناقص کو چھیل چھیل کر اسطوانہ مستدیر
کی شکل بنایا جاوے اگر ارتفاع مخروط ناقص کے ایک تہائی اصل مخروط مستدیر کی ارتفاع کا
ہو تو اسطوانہ کا حجم نسبت کسی اور صورت کے مجسم بنانے کی زیادہ ہوگا اور اصل مخروط کے
حجم کے چار نوین حصے کے برابر ہوگا

جوابات

جہاں جواب پور صحیح صحیح نہیں نکلتے وہاں تقریبی جواب لکھے گئے ہیں وہ اصلی جوابوں سے
کبھی چھوٹے کبھی بڑے ہوتے ہیں

پانچویں فصل (۱) ۵۰ فیٹ (۲) ۴۵، ۵۵ فیٹ (۳) ۳۸، ۴۲ فیٹ ۱۰ انچ

۶۰ گز (۱۰)	۲۳۸ گز (۱۱)	۹۰ گز (۱۲)
۳۱۸۳ و فیت (۱۳)	۹۵۷۷ و فیت (۱۴)	۴۵۰۵ و ۱۰۳ فیت (۱۵)
۵۰۶۰۲۸ گز (۱۶)	۳۰۶۶ (۱۷)	۳۶۰ (۱۸)

(۱۹) ۱۹۵۰ء فیٹ (۲۰) ۱۹۶۷ء فیٹ

نوسین فصل (۱) ۱۲۵۵۶۶۸۷ (۲) ۲۲۵۶۵۶ (۳) ۲۵۵۸۱

۵۷۳ (۴) ۴۳۸ (۵) ۵۶۱۹ (۶)

$\frac{1}{2} \times 11 = 5.5$ (ب)
 $\frac{1}{2} \times 16.5 = 8.25$ (ج)
 $\frac{1}{2} \times 20 = 10$ (د)

$\frac{1}{2} \times 100 = (12)$
 $\frac{1}{2} \times 100 = (11)$
 $\frac{1}{2} \times 100 = (10)$

کیا رہیں فضل (۱) ۱۹۴ (۲) ۵۷۶ (۳) ۱۷۵۶ (۴) ۱۹۱۵ (۵)

(۵) گزیت (۴) گزیت (۳) گزیت

(۸) ۱۳ گزہ فیٹ (۹) ۱۴ گزہ فیٹ ۳۰ اچ

(۱۰) ۳۳ گز ۶ فیت ۳ انچ (۱۱) ۳۳ گز ۶ فیت ۷ انچ

(۱۳) ۲ گزہ فیٹ ۵۲ پنچ (۱۳) ۲ اکیڑہ یول

(۱۳) ۵ ایکڑ روڈ اپول

(۱۶) ۳۲۵۱۱۲۵۵ مراجعہ فیث

(۱۸) ۲۹۳۸ میل گزینٹ ۵، ۶ اینچ (۱۹) ۱۰ ایکڑ ۲ روڈ ۵، ۶ میل

(۲) ایک روز ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰ اپریل (۳) ۲۱، ۲۲ گز (۴) ۲۳، ۲۴ گز

۱۲۰ (۲۵) ۱۲۱ (۲۴) ۱۲۲ (۲۳)

۱۱۰ (۲۶) گز (۲۰۰) م. ۰۰۰ فیت (۱۸) گز

40304-(31) 143921(32) 103922(33)

PM451-6(PM) 12045149(PM) 4ASATM(PM)

(۱۰۷) ۱۸ گز ۲ اینچ (۸۸) ۱۸ روپیہ ۱۲ ۱/۲ پائی (۱۰۹) ۳۷ روپیہ ۹ ۳/۴ پائی
 (۱۱۰) ۷ روپیہ ۵ ۱۱/۸ پائی (۱۱۱) ۲۹ روپیہ ۷ ۱/۲ پائی (۱۱۲) ۱۹ روپیہ ۳ ۱۱/۴ پائی
 (۱۱۳) ۵ روپیہ ۶ ۱۱ پائی (۱۱۴) ۶ روپیہ ۹ ۱/۲ پائی (۱۱۵) ۷ روپیہ ۳ ۱۱/۲ پائی
 (۱۱۶) ۱۱ روپیہ ۲ ۱۱ پائی (۱۱۷) ۱۰ روپیہ ۴ ۱۱/۲ پائی (۱۱۸) ۹ فیٹ
 (۱۱۹) ۲۸ ۱/۲ گز ۱۰ ۱/۲ روپیہ ۱۰ ۱/۲ پائی ۲۵ ۱/۲ مریگز (۱۲۰) ۱۰ ۱/۲ گز ۱۰ ۱/۲ فیٹ ۱۸۰ گز ۱۰ ۱/۲ اینچ
 (۱۲۲) ۳ روپیہ ۲ ۱۲ ۱/۲ (۱۲۳) ۴ روپیہ ۶ پائی (۱۲۴) ۱۱ روپیہ ۱۱ ۱/۲ پائی

بارہویں فصل

(۱) ۷۰ مریگز (۲) ۷۷ مریگز ۱۰ ۱/۲ فیٹ (۳) ۲۴۹ مریگز ۳ فیٹ ۷ ۱/۲ اینچ
 (۴) ۱۳ ایکڑ ۱۱ روڈ ۷۷ ۱۱۸۸ پول (۵) ۵ فیٹ (۶) ۷ گز (۷) ۵ فیٹ ۸ اینچ
 (۸) ۳۵ فیٹ ۵ اینچ (۹) ۴ فیٹ (۱۰) ۹ فیٹ ۷ ۱/۲ فیٹ ۶ اینچ
 (۱۱) ۴۹۸۵۸ مریگز فیٹ (۱۲) ۸۸۶۶۸ مریگز فیٹ

تیرہویں فصل

(۱) ۲۰۱۱ مریگز فیٹ (۲) ۲۱۲۶۵ مریگز فیٹ
 (۳) ۴۰ مریگز ۱۸ مریگز ۱۸ اینچ (۴) ۸ ایکڑ ۲ روڈ ۷۸ ۵۶۸ پول
 (۵) ۶۰۹۰ (۶) ۵۴۲۶۴ (۷) ۲۴۶۹۹۵
 (۸) ۴۲۶۲۱۴ (۹) ۱۲ (۱۰) ۱۸۴۸
 (۱۱) ۲۷۷۲ (۱۲) ۶۹۳۰۰ (۱۳) ۲۳۱۰ (۱۴) ۳۵۷۰
 (۱۵) ۶۰۰۶ (۱۶) ۶۲۴۰ (۱۷) ۱۸۰۶۰ (۱۸) ۶۶۹۹۰
 (۱۹) ۲۲۳۸۶۰ (۲۰) ۵۵۱۵۶۵۰ (۲۱) ۲۶۹۰۵ (۲۲) ۲۰۶۹۶۶
 (۲۳) ۴۶۳۶۵۵۵ (۲۴) ۱۷۳۶۵۵۵۵۵۵ (۲۵) ۱۰۲۶ (۲۶) ۱۰۱۳۳۳۰۰
 (۲۷) ۱۲ فیٹ (۲۸) ۴۵ فیٹ ۷ ۱/۲ (۲۹) ۶۳۰۵ مریگز فیٹ

۳۷۹۰۳۰۰ (۳۰) ۱۰۹۶۸۲ (۳۱) ۲۳۵۶۳۵ (۳۲) ۲۳۵۶۳۵ (۳۳) ۲۳۵۶۳۵

(۳۳) ۲۳۰۰ و ۲۴۰۰ و ۲۵۰۰ و ۲۶۰۰ مربع فیت

(۳۴) ب = $\frac{۱۶۹}{۱۲}$ فٹ و ا ب = $\frac{۵۲}{۳}$ دس = $\frac{۵۲}{۳}$ و ا س = $\frac{۹۵}{۳}$

رقبہ ۱۴۷ مربع فیت (۳۵) ۱۵ روپیہ و ۳ پائی (۳۶) ۲۷ روپیہ ۸

(۳۷) ۲۱۱۹ (۳۸) ۱۰۰۰۰ و ۲۰۰۰ و ۸۰۰۰ مربع گز

(۳۹) ۷۵۰ مربع فیت (۴۰) ۲۱۰۰ مربع فیت (۴۱) ۱۳ روپیہ ۱۲ پائی

(۴۲) ۲۹۳ (۴۳) $\frac{۱۴۱}{۲}$ (۴۴) ۱۲۵۰۰۵ (۴۵) ۲۷۱۳۵

چودھویں فصل (۴۶) ۴۹۳۵۰ (۴۷) ۱۱۳۲ مربع فیت

(۴۸) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۴۹) ۴۳۴۵۳ مربع جریب (۵۰) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۵۱) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۵۲) ۴۳۴۵۳ مربع فیت (۵۳) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۵۴) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۵۵) ۴۳۴۵۳ مربع فیت (۵۶) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۵۷) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۵۸) ۴۳۴۵۳ مربع فیت (۵۹) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۶۰) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۶۱) ۴۳۴۵۳ مربع فیت (۶۲) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۶۳) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۶۴) ۴۳۴۵۳ مربع فیت (۶۵) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۶۶) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۶۷) ۴۳۴۵۳ مربع فیت (۶۸) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۶۹) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۷۰) ۴۳۴۵۳ مربع فیت (۷۱) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۷۲) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۷۳) ۴۳۴۵۳ مربع فیت (۷۴) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۷۵) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۷۶) ۴۳۴۵۳ مربع فیت (۷۷) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۷۸) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۷۹) ۴۳۴۵۳ مربع فیت (۸۰) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۸۱) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۸۲) ۴۳۴۵۳ مربع فیت (۸۳) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۸۴) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۸۵) ۴۳۴۵۳ مربع فیت (۸۶) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۸۷) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۸۸) ۴۳۴۵۳ مربع فیت (۸۹) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۹۰) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۹۱) ۴۳۴۵۳ مربع فیت (۹۲) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۹۳) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۹۴) ۴۳۴۵۳ مربع فیت (۹۵) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۹۶) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۹۷) ۴۳۴۵۳ مربع فیت (۹۸) ۱۳۷۲ مربع فیت

(۹۹) ۲۷۳۱۸۸ مربع جریب (۱۰۰) ۴۳۴۵۳ مربع فیت (۱۰۱) ۱۳۷۲ مربع فیت

ستروین فصل

۱۳۸۶ (۱)	۱۳۸۶ (۱)	۱۳۸۶ (۱)
۱۹۴۳۵ (۴)	۳۰۹۱۵۱۳۵۳۴ (۵)	۵۸۷۳۹۲۳۵۳۸۳ (۶)
۵۶۴۴ (۷)	۵۸۶۸۹ (۸)	۲۸۳۵۳ (۹)
۳۰۱۵۶۹ (۱۱)	۲۹۷۸۵۹ (۱۲)	۱۳۵۹۱۴ (۱۰)
۳۷۴۹۳۴۲ (۱۳)	۲۳۴۵۳۲۸۳۲ (۱۵)	۱۵۶۰۹۳ (۱۶)
۱۵۶۱۱۴ (۱۷)	۸۵۹۵۴ (۱۸)	۳۸۹۹۳ (۱۹)
۵۵۸۴۲۲ (۲۰)	۵۲۳۵۱۴ (۲۱)	۱۱۳۵۳۴ (۲۲)
۵۶۴۵۷ (۲۳)	۸۵۰۵ (۲۴)	۱۴۷۵۵۳۷۵۳۷۵ (۲۵)
۵۳۹۳۰۵۷ (۲۶)	۱۳۴ (۲۷)	۱۷۴ (۲۸)
۸۰۷۰۱ (۲۹)	۷۵۸۴۹ (۳۰)	۲۸۵ (۳۱)
۵۸۵۷ (۳۲)	۱۲۱۵۸ (۳۳)	۵۵۱ (۳۴)
۵۳۷۴۳۷۴ (۳۵)	۱۸۲۵۹۳۹۲ (۳۶)	۲۰۲۵۸ (۳۷)
۱۸۲۲۴ (۳۹)	۲۹۹۸۵۳۸۴۴ (۴۰)	۷۱۵۲ (۴۱)
۱۲۰۳۷۸۴ (۴۲)	۸۱۰۵۱۹۱۲ (۴۳)	۲۵۸۸ (۴۴)
ستروین فصل		
۱۲۵۶۴۴۴ (۱)	۱۵۰۶۷۹۸ (۲)	۵۴۳۹۷۷۷ (۳)
۲۳۵۴۳ (۴)	۹۷۷۷ (۵)	۱۸۵۵۴ (۶)
۸۰۷۵۴ (۷)	۱۱۷۷۷ (۹)	۷۳۳۰۵ (۱۰)
۱۱۳۵ (۱۱)	۱۵۷۴ (۱۲)	۲۹۲۲ (۱۳)
۲۷۵۳۴ (۱۴)	۱۸۰۷ (۱۵)	۴۱۵۲۴ (۱۶)
۲۹۶۷۰۴ (۱۷)	۲۸۷۷ (۱۸)	۳۹۸۷۵ (۱۹)

(۲۰) ۲۸۵۳۸۵ و ۲۰۶۳۸۵ م فیٹ (۲۱) ۴۱۳۴۴ (۲۲) ۲۸۵۳۴۴

(۲۳) ۹۵۰۵۹ (۲۴) ۱۵۱۸۰ (۲۵) ۱۴۸۹ م فیٹ

اٹھارہویں فصل

(۱) ۱۹۲ (۲) ۱۹۲ (۳) ۲۸۸ (۴) ۲۷ (۵) ۴۴۶۹۰۷ (۶) ۸۵۳۰۳

(۷) ۵۹۶۳۰۷ (۸) ۲۴۳۵۹ (۹) ۴۰۶۴۴ (۱۰) ۲۲۶۰۴۵۷ (۱۱) ۷۸۱۷ (۱۲) ۶۹۳۲

اونیسویں فصل

(۱) ۳۲۴ (۲) ۴۵۳۴۴ (۳) ۱۰۳ کو ۳۶ سے (۴) ۱۰۳ کو ۶۰

(۵) ۷۲ کو ۱۰۳ (۶) ۴۵۳۴۴ کو ۱۰۳ (۷) ۱۰۳ کو ۷۲ (۸) ۱۰۳ کو ۷۲

(۹) ۲۵۵۵۲۳۸ (۱۰) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶ (۱۱) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶

(۱۲) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶ (۱۳) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶

(۱۴) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶ (۱۵) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶

(۱۶) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶ (۱۷) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶

(۱۸) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶ (۱۹) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶

(۲۰) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶ (۲۱) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶

(۲۲) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶ (۲۳) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶

(۲۴) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶

بانیسویں فصل

(۱) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶ (۲) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶

(۳) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶ (۴) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶

(۵) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶ (۶) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶

(۷) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶ (۸) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶

(۹) ۱۰۴۶۲۰۵۰۵۴۶

(۱۲) ۴۴ فیٹ ۱۲۹۴ اینچ (۱۳) ۹ اینچ (۱۴) ۳۲ اینچ (۱۵) ۵ فیٹ (۱۶) ۵ فیٹ ۱۰ اینچ
 (۱۷) ۲۰ فیٹ (۱۸) ۳۴ فیٹ ۳۸ اینچ (۱۹) ۱۷ فیٹ ۲ اینچ (۲۰) ۳۴ فیٹ ۳۰ اینچ

(۲۱) ۱۳۴۶ (۲۲) ۱۷۷۷ (۲۳) ۲۳۱۴ (۲۴) ۳۹۰۵

(۲۵) ۷۰ (۲۶) ۸۹ (۲۷) ۱۴۱ (۲۸) ۳۶۵

(۲۹) ۳۱۵۵۸۷۵ (۳۰) ۲۴ فیٹ (۳۱) ۱۵۳۶۰ (۳۲) ۳۸۴

(۳۳) ۴۰۰۰۰ و ایک اینچ کا (۳۴) ۳۵۳۱۴ (۳۵) ۱۴ پونڈ

(۳۶) ۱۱۶۱۰۹ اونس (۳۷) $\frac{1}{2}$ ۳۱۴ (۳۸) ۳۵۸ اینچ

(۳۹) ۲۹۱۴۰۰ (۴۰) ۶۱۹۶ (۴۱) $\frac{1}{4}$ ۶۸۱۰ (۴۲) $\frac{1}{4}$ پونڈ و $\frac{1}{4}$ پونڈ

(۴۳) وکٹ (۴۴) ۳ فیٹ ۶ اینچ (۴۵) ۱۵۲۶ فیٹ

(۴۶) ۳۲ اینچ فیٹ (۴۷) ۱۰۳۶۵۱ اینچ (۴۸) ۳۶۴۵۵ فیٹ (۴۹) ۲۰ اینچ

(۵۰) ۱۰۵ فیٹ ۱۰۰ اینچ (۵۱) ۶۲ فیٹ ۷۲ اینچ (۵۲) ۲۴ اینچ

(۵۳) ۱۹ فیٹ ۳۳ اینچ (۵۴) ۱۹ فیٹ ۲۶۳ اینچ (۵۵) ۱۶ فیٹ ۱۶۲ اینچ

(۵۶) ۳ فیٹ ۲۵۶ اینچ (۵۷) ۵ فیٹ ۴۰۸ اینچ (۵۸) ۱۱ فیٹ ۱۴۵۲ اینچ

(۵۹) ۴۳۶۹۸۲۴ (۶۰) ۸۳۶۴۸۷۵ (۶۱) ۲۲۱۶۲۸۶۴۵

(۶۲) ۵۶۹۶۷۶۸ (۶۳) ۳۳ اینچ (۶۴) ۴۴ اینچ (۶۵) ۴۷ اینچ

(۶۶) ۵۳ اینچ (۶۷) ۵۶۷۶ اینچ (۶۸) ۱۷۳۲ فیٹ

(۶۹) ۱۷۷۲۰۸ فیٹ (۷۰) ۲۳۳۶ فیٹ (۷۱) ۲۳ (۷۲) ۴۸۹

(۷۳) ۳۹۱۶ (۷۴) ۱۱۰۱۳ (۷۵) ۱۸۰۰ وکٹ

(۷۶) $\frac{1}{4}$ ۱۱۷۳۳۳۳۳ (۷۷) ۱۴۴۹۱ (۷۸) ۱۳۴۹۱

(۷۹) ۱۵۶۲۵ فیٹ (۸۰) ۸۹ (۸۱) ۲۱۲۵۰۶ (۸۲) ۵۵۶۴

(۸۳) ۱۷۴۵۶۳ (۸۴) ۴۸۹ (۸۵) ۴ روپیہ ۸ روپائی

[illegible]

(۳۸) ۳۴۳۶۳۵۰۷ (۳۹) ۲۱۹۹ (۴۰) ۲۷۰۸ مکعب پنچ

(۴۱) ۲۲۹۹۱۲۵ (۴۲) ۱۱۷۳۲۷ مکعب فیٹ

چبیسویں فصل (۱) ۱۳۲۵ (۲) ۱۱۶۲۷۷ (۳) ۳۸۶۲۳۶۵

(۴) ۷۱۲۵۱۷۳۹ (۵) ۲۰۳۵۲۱۸۹ (۶) ۵۰۱۷۲۹۲ (۷) ۷۱۲۵۱۷۳۹

(۸) ۱۰۳۸۳۳۹۲ (۹) ۹۱۷۳۳۷۷۲ (۱۰) ۹۰۲ روپیہ

(۱۱) ۳۶۳۲۳ مکعب فیٹ (۱۲) ۷۰۰ مکعب (۱۳) ۸۲۳۳۳۲ مکعب فیٹ

(۱۴) ۷۵ (۱۵) ۱۷۰۸۵۵ مکعب فیٹ (۱۶) ۲۸۳۵۱۷۳۹ مکعب فیٹ

(۱۷) ۲۷۸۸۷۳۵ (۱۸) ۱۱۲۷۳۷۲ (۱۹) ۳۰۵۲۱۳۵۱۷

(۲۰) ۱۷۰۸۵۵ مکعب فیٹ

ستائیسویں فصل (۱) ۱۲۰ مکعب پنچ (۲) ۲۱ مکعب فیٹ

(۳) ۲۲۰ مکعب پنچ (۴) ۳۶۴ مکعب پنچ (۵) ۵۸۸ مکعب پنچ

(۶) ۷۰۰ مکعب پنچ (۷) ۹۵۵۵۵ مکعب فیٹ (۸) ۱۵۵۵۷۴۷ مکعب پنچ

(۹) ۱۰۰۸۷۲۸ مکعب پنچ (۱۰) ۲۸۰۷۲۰ مکعب پنچ

اٹھائیسویں فصل (۱) ۷۲۰۰۰ مکعب (۲) ۱۳۲۰۰۰ مکعب پنچ

(۳) ۱۲۵۰۷۷ مکعب پنچ (۴) ۱۰۳۱۱۰ (۵) ۳۳۹۹۰

(۶) ۱۲۷۷۷ مکعب فیٹ (۷) ۲۷۱۷۷ مکعب فیٹ

(۸) ۲۸۰۷۲۰ مکعب فیٹ (۹) ۲۷۱۷۷ مکعب پنچ (۱۰) ۲۸۵۷۷ مکعب پنچ

(۱۱) ۲۵۰۷۷۷ مکعب پنچ (۱۲) ۵۸۴۷۷ مکعب فیٹ

اونتیسویں فصل (۱) ۹۹۹۵۹ مکعب پنچ (۲) ۲۷۸۰۱ مکعب فیٹ

(۳) ۲۳۸۵۲ مکعب فیٹ (۴) ۷۷۷۷۷ مکعب فیٹ (۵) ۲۵۵۴۵

(۶) ۸۵۴۵ (۷) ۱۷۵۸۹ (۸) ۲۹۵۱۸ (۹) ۳۱۵۹۲

- (۱۶) ۱۵۹۹۸۵ (۱۱) ۱۰۸۸۸۸۸۸ (۱۲) ۱۲۳۹۵۸۸ (۱۳) ۲۰۵۷۳
 (۱۴) ۲۷۲ سنت (۱۵) ۱۹۷۹۲۰۸ کعبہ
 (۱۶) ۱۲۸۸۸۸۸۸ کعبہ (۱۷) ۱۸۸۸۸۸۸۸ چٹانک
 (۱۸) ۲۰۵۷۳ (۱۹) ۲۰۵۷۳
 (۲۰) ۲۰۵۷۳ سیر (۲۱) ۲۰۵۷۳ سیر
 (۲۲) ۲۰۵۷۳ پونڈ (۲۳) ۱۱۱۱۱۱ پونڈ (۲۴) ۲۰۵۷۳ اونس
 (۲۵) ۲۰۵۷۳ اونس (۲۶) ۱۱۱۱۱۱ پونڈ (۲۷) ۲۰۵۷۳ پونڈ
 (۲۸) ۲۰۵۷۳ پونڈ (۲۹) ۲۰۵۷۳ پونڈ (۳۰) ۲۰۵۷۳ پونڈ
 (۳۱) ۲۰۵۷۳ پونڈ (۳۲) ۲۰۵۷۳ پونڈ
 (۳۳) ۱۹۷۲۸ پونڈ (۳۴) ۲۰۵۷۳ کعبہ (۳۵) ۲۰۵۷۳ گننے کے قریب
 (۳۶) ۱۹۷۱۲ پونڈ (۳۷) ۲۰۵۷۳ پونڈ (۳۸) ۱۹۷۱۲ پونڈ
 (۳۹) ۲۰۵۷۳ پونڈ (۴۰) ۲۰۵۷۳ پونڈ
 (۴۱) ۲۰۵۷۳ پونڈ (۴۲) ۲۰۵۷۳ پونڈ

(۴۳) ۱۰۰۰۰ پونڈ

تیسویں فصل

- (۱) ۲۰۵۷۳ کعبہ (۲) ۲۰۵۷۳ کعبہ
 (۳) ۲۰۵۷۳ کعبہ (۴) ۲۰۵۷۳ کعبہ
 (۵) ۲۰۵۷۳ کعبہ (۶) ۲۰۵۷۳ کعبہ
 (۷) ۲۰۵۷۳ کعبہ (۸) ۲۰۵۷۳ کعبہ
 (۹) ۲۰۵۷۳ کعبہ (۱۰) ۲۰۵۷۳ کعبہ
 (۱۱) ۲۰۵۷۳ کعبہ (۱۲) ۲۰۵۷۳ کعبہ
 (۱۳) ۲۰۵۷۳ کعبہ (۱۴) ۲۰۵۷۳ کعبہ
 (۱۵) ۲۰۵۷۳ کعبہ (۱۶) ۲۰۵۷۳ کعبہ
 (۱۷) ۲۰۵۷۳ کعبہ (۱۸) ۲۰۵۷۳ کعبہ
 (۱۹) ۲۰۵۷۳ کعبہ (۲۰) ۲۰۵۷۳ کعبہ
 (۲۱) ۲۰۵۷۳ کعبہ (۲۲) ۲۰۵۷۳ کعبہ
 (۲۳) ۲۰۵۷۳ کعبہ (۲۴) ۲۰۵۷۳ کعبہ
 (۲۵) ۲۰۵۷۳ کعبہ (۲۶) ۲۰۵۷۳ کعبہ
 (۲۷) ۲۰۵۷۳ کعبہ (۲۸) ۲۰۵۷۳ کعبہ
 (۲۹) ۲۰۵۷۳ کعبہ (۳۰) ۲۰۵۷۳ کعبہ

تینیسون فصل (۱) ۲۵۶۲۰ پونڈ (۲) ۵۸۳۲۰ پونڈ

(۴) ۵۸۶۵۵ و ۲۵۶۳۱ کعبہ پنچ (۵) ۵۶۲۲۸ پنچ (۶) ۳۲۰۵۶ فیٹ

(۷) ۲۵۶۲۰ فیٹ (۸) ۵۶۲۲۵ و ۳۵۶۳۵ فیٹ

تینیسون فصل (۱) ۳۷۷ م فیٹ ۷۲ پنچ (۲) ۸۰ م فیٹ ۹۶ پنچ

(۳) ۲۰ م فیٹ ۲۸ پنچ (۴) ۲۶۰ م فیٹ ۶ پنچ (۵) ۷۰ م فیٹ

(۶) ۶۳ م فیٹ (۷) ۷۳ م فیٹ ۴۰ پنچ (۸) ۸۸ م فیٹ ۱۰ پنچ

(۹) ۱۰۸ م فیٹ (۱۰) ۵۲۰ م فیٹ (۱۱) ۵۱ م فیٹ ۹۶ م پنچ

(۱۲) ۷۷ م فیٹ ۱۳۳ پنچ (۱۳) ۲۸ م فیٹ ۷۷ پنچ

(۱۴) ۴۸ م فیٹ ۱۲۸ پنچ (۱۵) ۶۶ م فیٹ ۱۶ پنچ

(۱۶) ۱۲۲ م فیٹ ۴۸ پنچ (۱۷) ۹۸۵ م فیٹ ۱۲۰ پنچ

(۱۸) ۲۴۸۸ م فیٹ ۱۲۸ پنچ (۱۹) ۱۸ م فیٹ

(۲۰) ۴۸ م فیٹ ۹۰ پنچ (۲۱) ۳۰ م فیٹ ۸۸ پنچ

(۲۲) ۴۰ م فیٹ ۵۲ پنچ (۲۳) ۱۰۸ م فیٹ ۸۸ پنچ

(۲۴) ۷۳۵۲ م فیٹ (۲۵) ۸۸۵۲۸۸۸ م فیٹ (۲۶) ۲۱۹۷ کعبہ پنچ

(۲۷) ۴۵۰۸۳ م فیٹ (۲۸) ۲۱۹۵۵۲ کعبہ پنچ (۲۹) ۱۳۱۹۱۳ م پنچ

(۳۰) ۴۸۷۸۴۸ م فیٹ (۳۱) ۱۹۰ م فیٹ ۹۶ پنچ (۳۲) ۶ م فیٹ

(۳۳) ۱۳۸۰ و ۱۲۹۴۴ م پنچ (۳۴) ۵۰۰ (۳۵) ۵۶۶۵۶۶ (۳۸)

(۳۹) ۴۷۶۶۲۲ (۴۰) ۶۲۴۵۹۷ (۴۱) ۴۸۵۶۳۵ (۴۲) ۶۰۰

(۴۳) ۶۲۹۵۹۶ (۴۴) ۶۳۴۵۹۶ (۴۵) ۶۷۳۵۰۵ (۴۶) ۶۹۳۶۴

چوتیسون فصل (۱) ۱۲۴۸۸ م پنچ (۲) ۱۴۵۳ م پنچ

(۳) ۲۳۴۹۵۹۲ م پنچ (۴) ۵۶۷۷۷۸۹ م پنچ (۵) ۲۱۰۵۶۲۴ م فیٹ

۴۲۵۸۳۲ (۶)	۴۸۴۵۹۲۵۲ (۷)	۱۰۵۵۸۴ (۸)	انچ
۴۳۵۹۴۲ (۹)	۲۴۱۵۴۷۳ (۱۰)	۱۹۵۲ (۱۱)	انچ
۴۳۷۷۵ (۱۲)	۱۳۵۴۴۴ (۱۳)	۱۳۵۴ (۱۴)	انچ
۴۱۰۹ (۱۵)	۲۳۴ (۱۶)	۴۳۵۹۲۵۲ (۱۷)	انچ
۴۳۸۲ (۱۸)	۴۲۸۵۳۲ (۱۹)	۴۹۸۵۴ (۲۰)	انچ
۴۳۷۵ (۲۱)	۴۵۹۳ (۲۲)	۴۴۳۰ (۲۳)	۴۹۰۷ (۲۴)
۵۰۵۵ (۲۵)	۵۸۳۳ (۲۶)	۵۵۱۲ (۲۷)	۶۹۴۴ (۲۸)
۵۹۰۸ (۲۹)	۸۰۸۸ (۳۰)	۴۰۰ (۳۱)	۵۸۴۲ (۳۲)
۸۰۸۸ (۳۳)	۴۵۳۹۸ (۳۴)	۴۲۸۵۳۲ (۳۵)	انچ
۴۳۵۹۲۵۲ (۳۶)	۸۰ (۳۷)	۱۱۷۵۸۱۷۵ (۳۸)	۱۳۵۰۳ (۳۹)
۲۵۴۵۴۱ (۴۰)	۸۹۸۵۴ (۴۱)	۶۸۵۴ (۴۲)	انچ
۸۹۷۹۹۹ (۴۳)	۱۵۵۹۲ (۴۴)	۳۴۹ (۴۵)	انچ
۸۹۷۹۹۹ (۴۶)	۷۱۵۵ (۴۷)	۱۲۷۳ (۴۸)	۱۵۸۳۳۷ (۴۹)
۳۴۱۸۵۰۶ (۵۰)	۲۰۳۵۷۴ (۵۱)	۵۴۹۷۷۸ (۵۲)	۱۵۹۷۲۵ (۵۳)
۱۷۰۹۵۰۳ (۵۴)	۲۱۰۸۵۰۱ (۵۵)	۶۷۳۸۵۷۳ (۵۶)	۲۳۰۹۷۷۴ (۵۷)
۸۷۱۵۷۷ (۵۸)	۳۷۵۶۹۹ (۵۹)	۸۵۳۵۲ (۶۰)	۲۹۵۰۹۳ (۶۱)
۳۸۵۵۲۷ (۶۲)	۱۵۹۴۳۵ (۶۳)	۲۱۵۳۸۰۳ (۶۴)	۲۵۱۳۷۸ (۶۵)
۱۸۵۳۳۳۲ (۶۶)	۳۰ (۶۷)	۲۲۵۸۳۱ (۶۸)	۲۵۴۵۴۵ (۶۹)
۲۵۷۷۲۹ (۷۰)	۵۲ (۷۱)	۱۵۸۳۳۵ (۷۲)	انچ
۱۵۰۹۲۵ (۷۳)	۱۵۰۹۹۸ (۷۴)	۲۸ (۷۵)	انچ
۳۷۷۷۷۷ (۷۶)	۴۲۵۸۸ (۷۷)	۴۴۳۹۰ (۷۸)	انچ

۴۰۶۰۷۴ (۳۵) ۴۲۶۴۸۸ (۳۴) ۴۵۱۴۵۵ (۳۳)

۲۸۱۷۲ (۳۸) ۲۸۷۰۱ (۳۷) ۳۳۹۸۹ (۳۶)

۴۰۱۵۴ (۴۰)

۴۷۳۳۵ (۳۹)

سنتیون فصل

۲۷۳۳ (۲) انچ

۱۷۷۱ (۱) انچ

۲۵۱۳۲۸ (۳) انچ ۲۵۱۳۲۸ (۴) انچ ۲۵۱۳۲۸ (۵) انچ

۴۷۴۳۰۹ (۶) انچ ۸۹۵۳۱ (۷) انچ ۴۷۴۳۰۹ (۸) انچ

۱۸۵۶۷ (۹) انچ ۲۲۹۶۰۹ (۱۰) انچ ۸۰۶۱۱ (۱۱) انچ

۱۳۹۶۴۹ (۱۲) انچ ۲۲۱۲۷۵ (۱۳) انچ ۳۳۱۸۶۰۴ (۱۴) انچ

۲۷۷۲۶ (۱۶)

۱۷۱۶۲۲ (۱۷)

۴۰۶۸۴ (۱۵)

۱۰۵ (۲۰) انچ

۲۵۲۲۸ (۱۹) انچ

ارثیون فصل

۲۸۲۷۴۴ (۲) انچ

۳۱۴۱۶ (۱) انچ

۴۰۶۸۲۱ (۳) انچ ۲۷۷۳۲ (۴) انچ ۵۰۶۳ (۵) انچ

۱۳۷۰۳۸ (۶) انچ ۲۸۴۱۱ (۷) انچ ۵۱۳۵ (۸) انچ

۸۸۹۶ (۹) انچ ۸۱۰۴ (۱۰) انچ ۳۳۲۴۵ (۱۱) انچ

۴۰۶۸۲۱ (۱۲) انچ ۸۸۸۸ (۱۳) انچ

۴۷۷۱۳ (۱۴) انچ ۳۹۸۴ (۱۵) انچ

اسطوانه ۳۱۴۱۶ (۱۶) انچ ۸۸۸۸ (۱۷) انچ

مکعب ایک مکعب فٹ کرد ۳۸۲ (۱۸) انچ

اسطوانه ۴۷۲۸۲ (۱۹) انچ ۴۷۴۵ (۲۰) انچ

مکعب ۴۷۴۵ (۲۱) انچ ۸۳۴ (۲۲) انچ

اسطوانه ۱۸۵۸۴۹۴ (۲۳) انچ ۴۷۴۵ (۲۴) انچ

انتالیسویں فصل	(۱) ۱۵۵ م اپنچ	(۲) ۲۵ م فیٹ
(۳) ۹۰۴۶۷۸ م اپنچ	(۴) ۲۹۶۰۰۹ م فیٹ	(۵) ۱۴۳۶۳۴۳۲ م فیٹ
(۶) ۲۳۱۲۶۲۲ م اپنچ	(۷) ۳۳۶۷۲۵۶ م فیٹ	(۸) ۱۹۹۹۶۸۷ م اپنچ
(۹) ۱۰۳۹۶۸۹۹۹ م فیٹ	(۱۰) ۳۲۸۶۸۹۷ م اپنچ	
(۱۱) ۳۰۸۶۸۹۳۹ م فیٹ	(۱۲) ۸۷۷۶۷۷۷ م اپنچ	
(۱۳) ۷۵۰۶۸۲۲۳ م فیٹ	(۱۴) ۱۷۷۷۷۷۷۷ م اپنچ	
(۱۵) ۳۰۸۶۸۳۳۳ م فیٹ	(۱۶) ۲۲۱۶۸۹۳ م اپنچ	$\frac{1}{82}$
(۱۸) $\frac{5}{8}$	(۱۹) $\frac{1}{2}$ نصف قطر کا	(۲۰) $\frac{1}{2}$ نصف قطر کا

چالیسویں فصل	(۱) ۷۷ روپیہ ۱۰	(۲) ۱۷۵۶ روپیہ ۳	(۳) ۱۸۳۶ روپیہ ۲	پانی
(۴) ۵۶۶ روپیہ ۹	(۵) ۶۲ روپیہ ۸	(۶) $\frac{1}{2}$ فیٹ لتا		
(۷) ۳۷۸ روپیہ ۳	(۸) ۱۸۶ سیر چٹانک	(۹) $\frac{1}{2}$ ۳۳		
(۱۰) ۱۲ پونڈ ۷ شلنگ ۵ پینس	(۱۱) ۴۷ روپیہ ۲ کے قریب	(۱۲) ۱۸۰ روپیہ		
(۱۳) ۱۱۵ روپیہ ۸	(۱۴) ۱۴۳۳ روپیہ ۱۵	(۱۵) ۸۲ روپیہ ۸		
(۱۶) ۵۰۰ روپیہ	(۱۷) ۱۲۰ روپیہ	(۱۸) ۵۵۰		
(۱۹) ۹۶ روپیہ ۶	(۲۰) ۳۳۹ روپیہ ۸			

اکتالیسویں فصل	(۱) ۵۶۲	(۲) ۳۶۴	(۳) ۱۰۲ روپیہ ۸	$\frac{1}{2}$ ۲۱۴
(۵) ۸۱ روپیہ ۸	(۶) ۵۷ روپیہ ۸	(۷) ۱۲۰۰	(۸) ۴۶ پونڈ ۱۰ شلنگ	
(۹) ۲۵ پونڈ ۸ پینس	(۱۰) ۶۲ پونڈ ۷ شلنگ	(۱۱) ۱۲۶ روپیہ	(۱۲) ۷۱۲ روپیہ ۸	
(۱۳) $\frac{1}{100}$	(۱۴) ۱۲۶ روپیہ	(۱۵) ۸۱ روپیہ	(۱۶) ۱۶۲ روپیہ	

بیالیسویں فصل	(۱) $\frac{1}{2}$ ۹۳	(۲) ۱۱۷	(۳) ۱۶۱	(۴) $\frac{1}{2}$ ۸۷
(۵) $\frac{1}{2}$ ۱۲	(۶) $\frac{1}{2}$ ۱۶	(۷) $\frac{1}{2}$ ۳۸	(۸) $\frac{1}{2}$ ۱۲۸	(۹) $\frac{5}{8}$ ۷۵

۹۸۶۶۶ (۱۱) ۶۲۶۸ (۱۲) ۴۹۶ (۱۰)
 تینتالیسویں فصل (۱) ۱۱۰۶۸۰ (۲) ۸۸۶۱۸ (۳) ۱۰۸۶۵۴ (۴)

۵۴۶۲ (۳) ۱۰۸۶۰ (۵) ۹۰۶۰۳ (۶) ۱۱۲۶۴۳ (۷)

۲۵۶۱۵ (۸) ۲۳۶۴۹ (۹) ۱۵۶۹۸ (۱۰)

چوالیسویں فصل (۱) ۶۷۶۰۵ (۲) ۶۷۲۶ (۳)

۵۵۶۲۸۳ (۴) ۶۷۱۶۵ (۵) ۱۳۴۵ (۶)

۱۱۶۵ (۷) ۶۷۶۰۵ (۸) ۱۵۱۱ (۹)

۲۳۰۰ (۱۰) ۶۷۶۰۵ (۱۱) ۳۱۱ (۱۲)

۶۱۱۳۵ (۱۳) ۶۷۶۲ (۱۴) ۶۷۶۲ (۱۵)

۸۵۶۰۶۱۲ (۱۶) ایکڑ اور زاویہ وبس ۶۰ کا معلوم ہوگا اور وس و ۶۰ کا

۱۶۶۲۳۴۵۵۵ (۱۷) ایکڑ ۵۶۰۲۹۲۲ (۱۸)

اڑتالیسویں فصل (۱) ۹م فیٹ (۲) ۱۶م فیٹ (۳) ۳۰م فیٹ (۴) ۱۰م فیٹ (۵)

۱۶م فیٹ (۶) ۱۰م فیٹ (۷) ۱۰م فیٹ (۸) ۱۰م فیٹ (۹)

۱۰م فیٹ (۱۰) ۱۰م فیٹ (۱۱) ۱۰م فیٹ (۱۲) ۱۰م فیٹ (۱۳)

۱۰م فیٹ (۱۴) ۱۰م فیٹ (۱۵) ۱۰م فیٹ (۱۶) ۱۰م فیٹ (۱۷)

۱۰م فیٹ (۱۸) ۱۰م فیٹ (۱۹) ۱۰م فیٹ (۲۰) ۱۰م فیٹ (۲۱)

۱۰م فیٹ (۲۲) ۱۰م فیٹ (۲۳) ۱۰م فیٹ (۲۴) ۱۰م فیٹ (۲۵)

۱۰م فیٹ (۲۶) ۱۰م فیٹ (۲۷) ۱۰م فیٹ (۲۸) ۱۰م فیٹ (۲۹)

۱۰م فیٹ (۳۰) ۱۰م فیٹ (۳۱) ۱۰م فیٹ (۳۲) ۱۰م فیٹ (۳۳)

اونچا سوین فصل (۱) ۴۶۱۲۴ (۲) ۱۲ (۳) ۱۲ (۴) ۱۲ (۵)

۵۶۶۶ (۶) ۵۶۲۳ (۷) ۴۶۱۲۴ (۸) ۴۶۱۲۴ (۹)

(۸) ۵۱ (۹) ۱۷۲ (۱۰) ۳۱۵ (۱۱) ۱۰۳ (۱۲) ۲۵۴

(۱۳) ۶۲ میٹر (۱۴) ۱۰۸ میٹر (۱۵) ۱۰۸ میٹر

متفرقات مثالوں کے جواب

(۱) ۵۷ فیٹ (۲) ۸ ۱/۲ (۳) ۱۰ ایکرو ۵۰ ایکر (۴) ۵۰ فیٹ ۴ انچ

(۵) ۹۷۲ گز (۶) ۱۷ روپیہ ۸ (۷) ۵۲ روپیہ ۸ (۸) ۱۷۱۴ روپیہ ۹ (۹) ۳۵۹۶ ایکر

(۱۰) ۲۳ فیٹ ۷ فیٹ (۱۱) ۵ میل (۱۲) ۱۹۳۶۰۰ (۱۳) ۸۲۰ انچ

(۱۴) ۶۰ فیٹ ۹ انچ (۱۵) ۱۳۵۸۸ (۱۶) ۸ روپیہ ۵ (۱۷) پانی

(۱۸) ۸۰ روپیہ ۱۰ (۱۹) ۶ گز (۲۰) ۳۵۵۶۸ ایکر (۲۱) ۱۷۵۶۰۲

(۲۲) ۲۱۰ فیٹ (۲۳) ۱۱۲۰ گز ۲۶۲ ایکر روڈ پول ۳ ۱/۲ گز

(۲۴) ۸۵ فیٹ ۱۰ انچ (۲۵) ۸۰۰ گز ۳۶۳۸۸ گز (۲۶) ۱۵ روپیہ ۱۵ ۱/۲ پانی

(۲۷) ۶۱ روپیہ ۵ پانی (۲۸) طول ۱۱ ۱/۲ گز عرض ۲ ۱/۲ ارتفاع ۴ گز

(۲۹) ۳۴۷۸ فیٹ (۳۰) ۵۴۶ فیٹ ۳ (۳۱) ۱۰۲ فیٹ

(۳۲) ۱ ۱/۲ انچ (۳۳) کچھ زیادہ ۳۱۳ سے (۳۴) ۲۴۳ انچ

(۳۵) ۳۶۰۵۵۵ گز ۳۶۰۰۰ گز (۳۶) ۳۱۰ روپیہ ۶

(۳۷) ۲۸ روپیہ ۱۲ اور چونکہ اسے (۳۸) ۵۰ گز

(۳۹) ۵۰ ام فیٹ ۲۰ ام فیٹ (۴۰) ۹۵۴۱۶ ایکر (۴۱) ۲۶ ۱/۲ فیٹ

(۴۲) ۱۲ فیٹ (۴۳) ۱۸ فیٹ ۲ ۱/۲ انچ (۴۴) ۹۴ گز

(۴۵) ۲۲۰ روپیہ ۱۱ پانی (۴۶) ۶۴۶۲ روپیہ (۴۷) ۶۲ روپیہ ۱۱

(۴۸) ۲۱ فیٹ طول ۱۰ ۱/۲ فیٹ عرض ۱۰ فیٹ ارتفاع (۴۹) ۳۳۸۳۷ ام فیٹ

(۵۰) ۷۲ ام فیٹ (۵۱) ۱۵ انچ ۳/۴ انچ (۵۲) ۷۰ روپیہ (۵۳) ۳۷ فیٹ ۷ ۱/۲ انچ

(۵۴) ۹۳۶ گز (۵۵) ۸۶۴ و ۲۵۰ روپیہ ۸ (۵۶) ۳ روپیہ ۳ ۱/۲ پانی

۴۹۲۰ (۵۷)	۴۴۲۱۴۲ (۵۸)	۹۰۰ روپیہ ۱۵ (۶۰)
۳۹۰۰ (۶۱)	۱۵ (۶۲) انچ	۱۳۱۳۰۲ (۶۳) سیر
۲۵۶۲۵ (۶۴)	۴ (۶۵) فٹ	۳۳۴۹ (۶۶) پونڈ
۳۲۰ (۶۷) ۱/۸	۲۰۵۰۵ (۶۸) ۳۱۴۳ روپیہ	۵۴۴ (۶۹) ۵
۴۴ (۷۰) مکعب فٹ	۱۲۲۸۸ (۷۱)	۲۵ (۷۲) انچ
۴۸۰ (۷۳)	۲۵ (۷۴) فٹ ۴ انچ	
۲۲۳۲ (۷۵) انچ	۱۰ (۷۶) فٹ ۴۳۱۵ مکعب فٹ	
۳۱۴ (۷۷) مکعب فٹ	۲۵۵۰ پونڈ (۷۸) پونڈ ۴ پینس اور پونڈ ۱۲ شنگل پینس	
۳ (۸۰) ۳۸ لور کی	۵ (۸۱) فٹ	۱۶۷۸۶ (۸۲) ۱۶۷۸۶ (۸۳) ۲
۲۷ (۸۴) انچ	۱۲ (۸۵) شنگل پینس	۴۸۹ (۸۶) ۲ (۸۷) فٹ ۶ انچ
۲۷۹۹۲ (۸۸) مکعب انچ ۳۵۸۳ ۵۵۵	۴۸۹ (۸۹) مکعب انچ	۳۰۴ (۹۰) مکعب انچ
۱۱۰۵۴ (۹۰) مکعب انچ	۶۷۱ (۹۱) ۶۷۱	۱۹۶۹ (۹۲) پونڈ
۷۰۰۹ (۹۳) انچ	۶۴۸ (۹۴) ۶۴۸	۱/۲ ۴۲۷ (۹۵) ۱/۲ ۴۲۷ پونڈ
۵۲ (۹۶) روپیہ	۲۷۰ (۹۷) پونڈ ۵۹۱۵۹	۱/۲ ۴ (۹۸) ۱/۲ ۴ انچ
۳۵۸۵۹۲ (۹۹) مکعب فٹ	۳۷۳ (۱۰۰) ۳۷۳	
۵۱۲ (۱۰۱)	۱۸۷۲۷ (۱۰۲) ۱۲ فٹ	۹۰۱۹ (۱۰۳) انچ ۱۰ چوگا
۲۲۳۰۶۹۳ (۱۰۵)	۱۳۰۳۰۱ (۱۰۶) پہلے حجم کے	
۱۸۰۵ (۱۱۰) ۱/۲	۱۰۲۰۹ (۱۱۲) روپیہ ۴	۲۱ (۱۱۳) ۳۸۰۰ (۱۱۴) سیر
۱۸۸۵۶۴ (۱۱۵) مکعب فٹ	۴۵۴۸۱ (۱۱۶) مکعب فٹ	۲۱۱۴۲ (۱۱۷) فٹ
۱۰۶۴۳۲۶۴ (۱۱۸) مکعب انچ	۴۴ (۱۱۹) پونڈ ۷ اونس	۱۲۰۰۳۴ (۱۲۰) مکعب فٹ
۲۲ (۱۲۱) مکعب فٹ	۵۰۰۰۰ (۱۲۲) پونڈ	۹۰۰ (۱۲۳) ۹۰۰

۲۸۴

جوابات

۲۸۴

جوابات

۸۸۵ (۱۲۴)	۴۰ (۱۲۴)	۲۳۳ (۱۲۴) $\frac{1}{2}$ کعب فیٹ
۴ (۱۲۴) $\frac{1}{2}$ پونڈ	۸۸۵ (۱۳۰) $\frac{1}{2}$ م فیٹ	۴۴۰ (۱۳۱) $\frac{1}{2}$ فیٹ
۴ (۱۳۲)	۲۱۴۸ (۱۳۲) $\frac{1}{2}$ ۲۱۴۸ (۱۳۲)	۸۰۹ (۱۳۵) $\frac{1}{2}$ فیٹ
۱۲ (۱۳۶)	۸۰۲۵۵ (۱۳۶) $\frac{1}{2}$ کعب فیٹ	۹۴ (۱۳۸)
۸۵۴۸ (۱۳۹) $\frac{1}{2}$ انچ	۵۱۵۱۵ (۱۴۰) $\frac{1}{2}$ م فیٹ	
۳۸۴۲ (۱۴۱)	۱ (۱۴۲) $\frac{1}{1000}$ انچ	۴۸۴۰ (۱۴۳)
۱۱ (۱۴۴) $\frac{1}{2}$ فیٹ	۳۴۵۲۰ (۱۴۵) $\frac{1}{2}$ کعب انچ	
۱۹۹ (۱۴۶) $\frac{1}{2}$ انچ	۱۴۲۸ (۱۴۶)	۳۹۲۵۴ (۱۴۸) $\frac{1}{2}$ کعب انچ
۸۵۴۸ (۱۴۹) $\frac{1}{2}$ پونڈ	۳۵۸۲ (۱۵۰) $\frac{1}{2}$ انچ	۱۰۱۳ (۱۵۱) $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$ ۳
۳ پونڈ ۱۴ شلنگ ۳ پینس	۱۵۳ (۱۵۳) پینس	۳۵۹۴۴ (۱۵۴) $\frac{1}{2}$ م انچ
۱۴۴ (۱۵۶)	۵۰۰۰۴۶ (۱۵۶)	۶۵۲۳۲ (۱۵۶)
۱۴ (۱۶۰) $\frac{1}{2}$ کعب انچ	۴۸۵۰ (۱۶۱)	۱۵۲۵ (۱۶۲) $\frac{1}{2}$ و اونس
۹۰ (۱۶۳) $\frac{1}{2}$ کعب انچ ۲۴ م انچ	۳ کو دست	۱۴۱۶ (۱۶۶) $\frac{1}{2}$ کعب فیٹ
۰۰۳۲ و ایک انچ کا		۱۴۱۶ (۱۶۶) $\frac{1}{2}$ کعب فیٹ
۲۴۴۱ (۱۶۷) $\frac{1}{2}$ کعب فیٹ	۲۵۴۴ (۱۶۸) $\frac{1}{2}$ فیٹ چھوٹے سرے کا	۹۵۶۹ (۱۶۹) $\frac{1}{2}$ کعب
۸ (۱۶۹) $\frac{1}{2}$	۱۰۳۵۳ (۱۶۰)	۴۶۵۱۸۸ (۱۶۲) $\frac{1}{2}$ فیٹ
۸۲۲۵۴۰۸ (۱۶۴) $\frac{1}{2}$ کعب انچ	۵۵۵۱۴ (۱۶۵) $\frac{1}{2}$ م انچ	
۲۰۲۸۳۲ (۱۶۶) $\frac{1}{2}$ کعب انچ	۴۱۵۷۷ (۱۶۹)	

مبصر	نام کتاب	قیمت	محمول
۷	ضمیمہ اول حصہ دوم	۵۰	۱
۸	انتخاب منہی الحساب حصہ سوم	۲۰	۲
۹	ضمیمہ اول	۱	۳
۱۰	ایضاً دوم	۱	۴
۱۱	ایضاً سوم	۱۰	۵
	چہارم	۱۰	۶
۱۳	منہی الحساب حصہ چہارم	۳	۷
۱۴	معراج الحساب حصہ دوم	۵۰	۸
۱۵	ایضاً حصہ سوم	۳	۹
۱۶	زبانی حساب	۱۰	۱۰
	علم جبر مقابلہ		
۱	ٹوڈ ہنٹر کا جبر مقابلہ غور	۱۲	۱۱
۲	شہرہ ایضاً	۸	۱۲
۲	ٹوڈ ہنٹر کا جبر مقابلہ کلاں	عمر	۱۳
۴	شہرہ	عمر	۱۴
۵	ہاٹن لکھتہ کا جبر مقابلہ	۸	۱۵
۶	رسالہ معادلات	عمر	۱۶
	علم ہندسہ		
۱	ٹوڈ ہنٹر کے اقلیدس بارہ مقالہ ششم و سابع	عمر	۱۷
۲	ٹوڈ ہنٹر اور اقلیدس مقالہ اول و دوم	۳۰	۱۸
۳	ایضاً سوم و چہارم	۳	۱۹
۴	شرح جابر مقالہ اول اقلیدس پوٹ	۴	۲۰
۵	شرح جابر مقالہ اول ٹوڈ ہنٹر	۴	۲۱
۶	ضمیمہ سابع مقالہ اول و دوم	۲	۲۲
۷	سابع مقالہ پنجم و ششم و یازدہم	عمر	۲۳
۸	رسالہ تراشہاںک غرطلی	عمر	۲۴
۹	پوٹ اقلیدس مقالہ پنجم و ششم و یازدہم مع شرح و سوالات	۱۲	۲۵

۱۲	۱۲	۱	رساله مساحت کلان نوڈ ہنٹر
۱۱	۱۸	۲	شرح رساله مساحت کلان نوڈ ہنٹر در دو حصہ حصہ نمبت ۱۲
۱۱	۶	۳	رساله مساحت خورد نوڈ ہنٹر براسا ہند
۱۸	۴	۴	شرح ایضا
۱۱	۱۰۴	۵	مساحت جان ہنٹر
۱۸	۳	۶	رساله مساحت مور صاحب
۱۸	۳	۷	مسائلات حتم مع حل علم مثلث
۱۱	۴۴	۱	رساله علم مثلث مستوی نوڈ ہنٹر
۱۱	۱۲	۲	ایضا کردی
۱۱	۱۲	۳	رساله علم مثلث ہٹن گلبہنہ
۱۸	۴	۴	رساله استقامت جداول علم مثلثی
			مستفرقات
۱۱	۴۸	۱	رساله علم ہندسہ بالجبر
۱۱	۴۸	۲	رساله علم حساب بالجبریات نوڈ ہنٹر
۱۱	۴۸	۳	رساله علم حساب بالکلیات
۱۱	۴۸	۴	رساله علم سکون
۱۱	۳	۵	رساله جوارق علم کیمیا
			تاریخ جغرافیہ
			ان کتابوں پر کیش نہیں ملے گا اور بہتر ہوگا کہ ملی گروہ کے
			درستہ العلوم مسلمانان کو سکرتری صاحب طلب کجا میں
۱۱	۲۲	۱	تاریخ ہند عہد نمود
۱۱	۴۴	۲	تاریخ ہند عہد انکلاشہ در جوارق
۱۱	۸	۳	جغرافیہ ہند یون سنگ لے
۱۱	۸	۴	تحریر اقلیدس مقالہ اول دوم نوڈ ہنٹر ٹاپ مین چپاٹ
۱۱	۸		ہندی کتابین
۱۱	۵		چندر دین
۱۱	۵		نوڈ ہنٹر مقالہ اول مع شرح و تامل

